1. Úvod do matematického modelování a jeho členění

Matematické modelování proniklo do různých oborů přírodních, technických, ekonomických i sociálních věd a stalo se důležitým nástrojem při modelování a simulacích systémů, analýzách a předvídání různých procesů, jevů, chování druhů a stavů společenstev, apod. V dalším textu se zaměříme na matematické modelování systémů, kde systémy budeme chápat jako určité abstrakce reálného světa (objektivní reality), které si lidé vytvářejí v procesu jeho poznání. Jako systém budeme zjednodušeně uvažovat (následující výčet je neúplný) např.:

a) *Proces, komplex procesů*, (např. pohyb kyvadla, tok elektrického proudu v obvodu, rozmnožování buněk a organismů, apod.), jímž rozumíme zákonité, na sebe navazující a vnitřně propojené změny nějakého objektu. Proces lze často číselně vyjádřit časovým průběhem nějaké hodnoty, resp. skupin hodnot. Můžeme dává přednost obecnějšímu vyjádření, kde místo čísel vystupují prvky nějaké množiny. Pak *systémem* nazýváme každý objekt (konkrétní nebo abstraktní), jenž vstupnímu procesu určitého typu přiřazuje výstupní proces téhož nebo jiného typu. Toto přiřazení, které popisuje reakce výstupů na vstupy, se nazývá *chováním systému*, a proto se tato definice nazývá *behavioristická* (beha-viour - angl. chování). Místo slova „přiřazení“ často používáme i slovo „transformace“, jež je mnohdy z praktického hlediska výstižnější, protože mnoho systémů opravdu transformuje vstupní procesy na výstupní, tj. přetváří je.
b) Takový *objekt* (přirozený či umělý), který v každém časovém okamžiku má na vstupu nějaký vstupní prvek, na výstupu nějaký výstupní prvek a kromě toho je vždy v nějakém vnitřním stavu, přičemž jsou dány jednoznačné závislosti
   - stávajícího výstupního prvku na stávajícím stavu a vstupním prvku,
   - následujícího stavu na stávajícím stavu a vstupním prvku.

   Tato definice se nazývá *stavová* a je ekvivalentní první definici, tj. každý objekt vyhovující definici první vyhovuje i definici druhé a naopak.
c) *Soubor nějakých prvků a vazeb mezi nimi*, např. soužití dravce a jeho kořisti; výroba jeřábu s předepsanou nosností, minimalizace spotřeby vozidla na danou vzdálenost, apod. S používáním této definice však nastávají určité potíže. Není snadné interpretovat slovo "vazba", a ne každý objekt, který lze intuitivně zcela zřejmě považovat za systém, je komponován z několika jasně odlišitelných prvků;
d) *Soubor informačních, regulačních a řídících činností* vztahujících se k a) – c) např.: informační systém, řídící systém, komunikační systém, regulační systém;
e) Abstraktní myšlenkovou konstrukci, výrokovou konstrukci, konstrukci matematických výrazů apod. zaváděném na a) – d);
f) Abstraktní myšlenkovou konstrukci, atd. vytvářenou bez přímého vztahu k a) – d).

Použití matematického modelu systému přináší řadu výhod:

- Umožňuje zjistit informace o chování systému, i když z skutečného systému je to nemožné nebo obtížné.
- Urychluje proces poznání objektivní reality. Procesy, které ve skutečném systému probíhají pozvolna a dlouhodobě, lze pomocí modelu sledovat zrychleně během simulace (výpočtu), která závisí na použité informační a komunikační technologii (ICT).
- Usnadňuje a racionalizuje proces poznání. Matematický model systému dává přehledná, stručná zobrazení objektivní reality a umožňuje postup při řešení problému podle potřeby uživatele. Modely vnášejí nové poznání do našeho myšlení.
- Umožňuje variantní řešení, tj. simulaci a propočet celé řady variant možných výsledků řešení.

- Identifikuje vznik chybného poznání objektivní reality (na rozdíl od experimentu v reálném systému).

Matematické modelování získává v posledních letech velký význam v praxi, ale také ve výuce studentů přírodovědných a technických směrů jak v univerzitním prostředí tak i na vysokých školách technického zaměření. Do matematického modelování, stejně jako i do jiných odvětví vědy proniklo již v od šedesátých let minulého století využití ICT. Nyní se bez využití ICT neumíme matematické modelování představit. Požadavky na tyto aplikace ICT – symbolické a numerické výpočty, na jejich vysokou přesnost, vizualizaci a interaktivní komunikaci s řešitelem, atd. – vedly k vytvoření komplexních aplikačních programů jako jsou např. komerční programy: Matlab od firmy Mathworks Inc. (http://www.mathworks.com) , Maple od Maplesoft Inc. (http://www.maplesoft.com), MathCAD od MathSoft Inc. (http://www.mathsoft.com), Mathematica od Wolfram Reasearch, Inc. (http://www.wolfram.com), MuPAD (http://research.mupad.de/) vyvíjený universitou Paderhorne a firmou SciFace Software GmbH (http://www.sciface.com/), atd. Podrobnější informace lze nalézt na webu http://www.symbolicnet.org/www-sites.html).

Z volně přístupných (open source) programů zmíníme např. programy: MAXIMA pro symbolické výpočty (http://maxima.sourceforge.net/), OCTAVE pro numerické výpočty (http://www.gnu.org/software/octave/index.html) a R pro statistické výpočty (http://www.r-project.org/). Tyto aplikační programy lze využít v matematickém modelování během celého výpočetního procesu, tj. identifikace, analýzy, vývoje, implementace, řešení a ověřování, případně modifikace matematického modelu. Volně přístupné zdroje odborné literatury k této problematice lze nalézt na http://www.symbolicnet.org/lit.html .

V současné době se používají některé výše uvedené systémy (např. Maple, Matlab a Mathematica) na vysokých školách pro demonstraci probírané látky na cvičeních, případně jsou využívány studenty při individuální přípravě, analýze a řešení problémů, které jim zadávají jejich učitelé nebo vyplývajících z jejich závěrečných prací.

Charakteristickým rysem inovace výuky matematického modelování ve studijních programech vysokých škol v České i Slovenské republice, Evropské unii a v zemích OECD se v posledních deseti letech stává používání nových ICT v rámci budování nového vědního oboru „Computational Science“ a „Mathematical Modelling“ (Gander & Hřebíček, 2004) .

Cílem stále více vysokých škol je ovšem zařadit do výuky předmět seznamující studenty s prací ve výše uvedených systémech na které mají zakoupenu licenci a využit jejich možností při návrhu, analýze, řešení a testování netriviálních matematických modelů. To je rovněž cílem tohoto učebního textu, kde nejprve popíšeme co je matematický model, metodologie matematického modelování a na praktických příkladech ukážeme využití ICT Maple pro jejich řešení.

Matematické modelování s využitím ICT se často rozděluje do tří oblastí: *black-box* (černá skříňka), *white-box* (bílá skřínka) a *shadow-box* (šedá skřínka) řešení modelu, podle toho, jak moc předem jsou k dispozici informace o modelu systému a způsobu jeho řešení.

Black-box modelování je způsob, kdy není známa a priori informace o modelu i jeho řešení. White-box modelování je modelování, kde jsou známy všechny potřebné informace o matematickém modelu systému i způsobu jeho řešení. Prakticky všechny známé způsoby matematického modelování s využitím ICT náleží mezi black a white-box řešení modelů. Nedávno byl zavedeno tzv. shadow-box modelování, kdy uživatel využívá jako default black-box modelování a může si zvolit alternativně white-box modelování při řešení modelu systému. Toto umožňuje právě ICT Maple, která je v tomto směru nejvíce rozvinuta.

Obvykle je lepší používat co nejvíce a priori informací pokud je to možné a vytvořit mnohem přesnější matematický model systému. Tudíž white-box modely jsou obvykle považovány za vhodnější, protože pokud se použily informace o systému správně, pak model i jeho řešení se budou chovat správně. Často je apriorní informace dána v podobě znalosti typu funkcí týkající se jejich různých proměnných. Například, když chceme vytvořit model, jak lék funguje v lidském organismu (systému), víme, že obvykle množství léku v krvi je exponenciálně klesající funkce. Víme však, že jsou zde ještě další neznámé parametry určující, jak rychle se množství léku v krvi vstřebá, a jaké je původní množství léku v krvi? Tento příklad tedy není typu white-box model. Jeho parametry musí být odhadnuty prostřednictvím nějakých jiných lékařských metod, a teprve poté je možné použít model s exponenciálně klesající funkcí.

1.1 Matematický model

Matematický model je abstraktní model[1], který využívá matematického jazyka k popisu chování systému. Používá se převážně v přírodních vědách (fyzika, biologie, chemie, apod.) a technických disciplínách (strojírenství, elektrotechnika, stavebnictví, apod.), ale také ve společenských vědách (ekonomie, sociologie a politické vědy). Matematický model transformuje systém do matematického zápisu, který má následující výhody:

- formalizaci zápisu danou historickým vývojem (v současné době je vyvinuta uznávaná mezinárodní standardizace),
- přesná pravidla pro manipulaci s matematickými symboly a strukturami,
- možnost využití ICT pro zpracování vytvořeného modelu.

I přes velký potenciál matematického zápisu není možné jím popsat reálné systémy, objekty či procesy, které jsou velmi komplikované. Proto musíme nejdříve identifikovat nejdůležitější části zkoumaného systému, který budeme modelovat a ty musí vytvářený model popisovat. Ostatní prvky systému můžeme buď podstatně zjednodušit nebo zcela vyloučit.

1.1.1 Základní prvky matematického modelu

Matematický model obvykle popisuje systém s pomocí množiny proměnných a množiny rovnic, které určují vztahy mezi proměnnými. Hodnoty proměnných mohou být např. reálná nebo celá čísla, booleovské hodnoty nebo textové řetězce. Proměnné representují nějaké vlastnosti systému, např. výstupy měřených systémů často ve tvaru signálů, vzorkovaná data, hodnoty počitadla, výskyt dané události či jevu (ano/ne), a pod. Skutečný model je množina funkcí, která popisuje vztahy mezi různými proměnnými.

V každém matematickém modelu můžeme rozlišit tři základní skupiny objektů, ze kterých se model skládá. Jsou to:

- *proměnné a konstanty,*
- *matematické struktury,*
- *řešení.*

Proměnné a konstanty v matematickém modelu

V matematickém modelu uvažujeme šest základních skupin proměnných: *rozhodovací (řídící) proměnné, vstupní proměnné, stavové proměnné, exogenní proměnné, náhodné proměnné a výstupní (endogenní) proměnné*. Pokud bude více proměnných daného typu, tak je budeme uvažovat jako vektory:

- **Rozhodovací (řídící) proměnné.** Jsou obvykle známy jako nezávisle proměnné. Představují zpravidla nejdůležitější procesy modelovaného systému, které se v matematickém modelování nazývají aktivity nebo entity nebo rozhodovací proměnné. *Příklad*: V modelu $I = U/R$ představují U a R napětí a odpor v příslušných jednotkách. Těmito dvěma řídícími proměnnými je určen proud I;
- **Exogenní proměnné**. Jsou někdy známy jako parametry nebo konstanty a ovlivňují model systému a jejich hodnoty jsou určovány mimo modelovaný systém. Tyto proměnné nejsou na sobě závislé jako např. stavové proměnné;

[1] Abstraktní model (nebo konceptuální model) je teoretické konstrukce, která representuje fyzikální, biologický nebo sociální či ekonomický proces. Sestává z množiny proměnných a množiny logických nebo kvantitativních vztahů mezi proměnnými.

- **Vstupní proměnné**. Ovlivňují model daného systému a jejich hodnoty jsou determinovány mimo modelovaný systém;
- **Stavové proměnné**. Jsou závislé na ostatních proměnných (rozhodovacích, vstupních, náhodných a exogenních proměnných);
- **Náhodné proměnné**. Jsou obvykle určeny pravděpodobnostní funkcí (diskrétní proměnná) nebo hustotou pravděpodobnosti (spojitá proměnná) a představují neurčitost v modelu.
- **Výstupní (endogenní) proměnné**. Jejich hodnoty jsou určeny (generovány) stavem systému či jeho modelu.

Dále můžeme z hlediska ICT proměnné a konstanty v modelu uvažovat jako:

- **Proměnné a konstanty identifikované (pojmenované)**. Identifikovaná proměnná nebo konstanta představuje konkrétní vlastnost reálného objektu, pojmenovanou názvem a fyzikální jednotkou v níž se měří.
  Příklady: x_k je výměra pšenice ozimé v ha, x_r produkce pšenice ozimé na parcele "U křížku" v t, náhodná doba čekání sedmé jednotky v systému hromadné obsluhy v pátém kanálu obsluhy v minutách, c_{ik} vzdálenost dodavatele D_i od spotřebitele S_k v km.
- **Proměnné a konstanty neidentifikované (pomocné).** Slouží pro formalizaci matematického zápisu, implementaci algoritmů apod. obvykle se uvažují v bezrozměrných jednotkách.
- **Nekontrolovatelné proměnné.** Představují procesy v systému, jejichž míry nelze zjistit (jedná se další typ neurčitosti).
  Příklady: V modelech kilmatu "ad hoc" jsou charakteristiky počasí nekontrolovatelné konstanty nebo proměnné, protože nelze využít počtu pravděpodobnosti pro jejich popis. Velikost míry inflace v chaotických a nestandardních podmínkách nelze popsat ani pomocí pravděpodobnosti ani pomocí fuzzy funkce.

1.1.2 Matematické struktury (omezující podmínky) v matematickém modelu

Cíle a omezení matematického modelu systému mohou být reprezentovány od jeho tvůrců i uživatelů jako funkce výstupních nebo stavových proměnných. Cíl modelu bude záviset na úhlu pohledu jeho uživatele. V závislosti na kontextu, může být stanovena nějaká cílová funkce (index výkonnosti modelu), jako je určitá míra zájmu uživatele. Ačkoliv neexistuje žádný limit na počet cílových funkcí a omezení, které model může mít, tak pomocí optimalizace modelu mohou být (výpočetně) do ICT modelu více zahrnuty, aby se na ně bral zřetel.

V matematických modelech se matematické struktury nazývají omezující podmínky. Dělíme je podle použitého matematického aparátu z některého odvětví matematiky na:

- **Analytické struktury.** Jedná se o objekty z odvětví Matematické analýzy, Lineární algebry a dalších odvětví matematiky.
  Příklad: soustavy rovnic (lineární, nelineární, skalární, vektorové, diferenciální, integrální, maticové, atd.), soustavy nerovnic (lineární, nelineární, se smíšenými omezeními, atd.), funkce (elementární, složené, holomorfní, stochastické, fuzzy, atd.), funkcionály, atd.
- **Geometrické struktury.** Model je popsán grafickými prostředky: body, přímkami, rovinami, křivkami.
  Příklad: Geometrická interpretace a řešení úloh v modelech lineárního programování. Grafická interpretace rovnováhy nabídky a poptávky v ekonometrických modelech, atd.

- **Topologické struktury.** Modely jsou vytvářeny pomocí objektů matematické teorie grafů. Topologické modely lze zpravidla ekvivalentně zobrazovat pomocí tzv. incidenčních matic (tabulek, matic souslednosti, apod.).
  Příklad: Modely maximálních toků v sítích, nejspolehlivější cesty v grafu/síti. Dopravní a distribuční systémy zobrazené grafem. Logistické systémy popsané pomocí grafů a schémat.
- **Arteficiální struktury.** Modely jsou popsány prvky programovacího jazyka.
  Příklad: Model systému zásob popsaný vývojovým diagramem (simulačním jazykem SIMULA 67, objektově orientovaným jazykem Smalltalk, apod.).
- **Kvalitativní struktury.** Model je popsán pomocí kvalitativních rovnic, kvalitativních nerovností nebo vágně.
  Příklad: kvalitativní matice, kvalitativní graf, jazykový operátor "velmi" v teorii fuzzy množin, atd.
- Některé speciální a především již standardní struktury matematického modelu mají specifické názvy.
  Příklady: Cobb-Douglasova funkce. Účelová funkce. Podmínky nezápornosti. Lagreangova funkce. Wolfeho podmínky.

1.1.3 Řešení matematického modelu

Řešení matematického modelu dělíme podle hlediska cílů modelování:

- **Přípustné řešení, nepřípustné řešení** - řešení vyhovuje, řešení nevyhovuje omezujícím podmínkám.
- **Maximální řešení, minimální řešení** - řešení splňuje maximalizační nebo minimalizační cílovou podmínku.
- **Optimální řešení** - řešení vyhovuje nejlépe požadovanému cíli podle představ a požadavků řešitele (tj. nemusí být nutně maximální či minimální).
- **Výchozí řešení** - řešení zpravidla zadané odhadem nebo sestrojené vhodným jednoduchým algoritmem. Není optimální, používá se jako start v algoritmech typu “step by step”, které jsou založeny na postupném zlepšování výchozího řešení až do jeho optimálního tvaru.
- **Výsledné řešení** - řešení, které může být vybráno jako optimální. Výsledných řešení může být k disposici konečně nebo i nekonečně mnoho. Z množiny výsledných řešení (alternativ) vybírá řešitel řešení pro praxi nejvhodnější (optimální).
- **Alternativní řešení** - řešení, které je podle předem zadaných kriterií rovnocenné s jiným řešením. *Příklad*: Dvě strategie investic do vybavení podniku předpokládají sice různé technologie, ale garantují dosažení stejné výše zisku.
- **Aproximativní řešení** - řešení vyhovuje omezujícím podmínkám přibližně nebo se k přesnému řešení pouze přibližuje (zpravidla se požaduje, aby termín "přibližně" byl vhodným způsobem determinován, např. byla známa velikost chyby, když řešení použijeme).

1.2 Klasifikace matematických modelů

Během identifikace a analýzy modelovaného systému je vhodné určit do jaké kategorie matematický model spadá, což nám umožní snadněji rozpoznat základní vlastnosti a strukturu hledaného modelu.

Podle toho zda zahrnujeme do modelu náhodné veličiny lze modely rozdělit do dvou skupin: ***deterministických*** a ***stochastických modelů***. Dále lze tyto skupiny rozdělit dle vztahu k průběhu času (***dynamické***, ***statické***) nebo spojitosti (***spojité***, ***diskrétní***).

Matematické modely obsahují proměnné, které jsou abstrakcí hledaných prvků systému a operátorů nad těmito proměnnými, které mohou representovat algebraické operace, funkce, funkcionály, diferenciální operátory, atd. Pokud operátory v matematickém modelu jsou ***lineární*** hovoříme o lineárních modelech, v opačném případě o ***nelineárních*** modelech.

Dále můžeme uvažovat modely se soustředěnými (u homogenních modelů) a distribuovanými parametry (u heterogenních modelů). Mezi těmito skupinami leží mnoho dalších typů modelů, dále tříděných podle mnoha dalších kriterií, které lze využít.

Matematické modely se používají prakticky ve všech vědách a rozvoj jednotlivých věd je na jejich využívání bezprostředně závislý. Stupeň „matematizace" vědního oboru je uznávaným měřítkem jeho kvality a zárukou rozvoje. V oblastech přírodních a fyzikálních věd, technice, ekonomii, managementu, marketingu, sociálních a společenských vědách se používá velké množství různých typů matematických modelů, které můžeme klasifikovat podle různých hledisek. Nejobecnější klasifikace dělí matematické modely do dvou skupin:

- **Modely deskriptivní.** Slouží k zobrazení prvků a vztahů v systému a k analýze základních vlastností systému. Nezajímá nás určité cílové chování systému, ale pouze systém sám o sobě. Pomocí těchto typů modelů se odvozují další vlastnosti systému, určuje se jeho rovnovážný stav, stabilní stav, vliv změn uvnitř i ve vnějším okolí systému na jeho chování.
  Příklady: Rovnice $E = mc^2$, soustava diferenciálních rovnic modelující procesy narození a úmrtí, simulační model modelující výskyt škůdců porostu, rovnice nabídky a poptávky v konkurenčním prostředí, ekonometrický meziodvětvový model "Input-Output", atd.
- **Modely normativní.** Slouží k analýze a řízení systému tak, aby byl splněn nějaký cíl nebo množina cílů. Zajímá nás cílové chování systému. Normativní model bývá často doplněn tzv. cílovou (účelovou) funkcí nebo soustavou takových funkcí. Nutnou součástí normativního modelu je extremální (minimální/maximální) řešení, které dává návod, jak požadovaného cíle (resp. cílů) dosáhnout. Normativní modely, jejichž cílem je nalezení optimálního řešení, se nazývají optimalizační modely.

Modely deskriptivní i normativní jsou dále děleny podle typu systému, k jehož modelování slouží, nebo podle typu matematických složek (proměnné, struktury, řešení) jež obsahují.

- **Modely statické**. Model popisuje a analyzuje systém bez zřetele k jeho časovému vývoji. Zobrazení se týká zpravidla určitého časového intervalu (týden, měsíc, rok, apod.).
- **Modely dynamické**. Model popisuje a analyzuje systém v průběhu času. Zobrazení může být typu "ex post" nebo "ex ante" a respektovat krátký či delší časový horizont.
- **Modely dynamizované**. Zpravidla se jedná o vyjádření časového prvku ve statickém modelu pomocí speciálních modelových technik. Dynamizované modely se používají v případě, kdy odpovídající dynamický model je velmi složitý nebo jej nedovedeme soudobými modelovými technikami spolehlivě konstruovat.
- **Modely deterministické**. Všechny proměnné, konstanty a funkce v modelu jsou deterministické (nenáhodné) veličiny nebo funkce.
- **Modely stochastické**. Alespoň jedna proměnná, konstanta nebo funkce v modelu je náhodná veličina nebo náhodná funkce.
- **Fuzzy modely**. Některé proměnné, konstanty nebo funkce jsou „fuzzy veličiny", nebo „fuzzy funkce".

Podle povahy problému se modely používají individuálně nebo v kombinacích. Pro řešení známých problémů lze použít tzv. standardní modely. Pro řešení nových problémů je třeba konstruovat nové modely.

1.3 Modelování neurčitosti, nejistoty a rizika

Nejistotou při transformaci systému pomocí matematického modelu rozumíme situaci, kdy nemáme k dispozici všechny potřebné informace nebo kdy některé z informací jsou nespolehlivé.

1.3.1 Modelování neurčitosti

Pro jednoduchost můžeme neurčitosti ovlivňující model rozdělit na tři spolu související kategorie [23]:

(a) *neurčitost v matematickém popisu modelu* je výsledkem nedostatečné znalosti chování modelovaného systému, neúplných exaktních dat, či zjednodušení, které bylo nutné provést pro matematický popis. V literatuře je možné setkat se s pojmy strukturální (konstrukční) chyba, konceptuální chyba, neurčitost v konceptuálním modelu, nebo chyba/neurčitost modelu, které částečně či zcela odpovídají tomuto druhu neurčitosti.

(b) *datová neurčitost* neboli neurčitost v datech je způsobena chybami měření, nepřesností analytických metod a omezeným množstvím vzorků při sběru a zacházením s daty.Datovou neurčitost někdy nazýváme odstranitelnou neurčitostí, neboť je možné ji dalším studiem (měřením) minimalizovat. Speciálně pro tento druh neurčitosti používáme v češtině termín nejistota.

(c) *neurčitost v aplikaci modelu* vyjadřuje neurčitost (chybu), která vznikne použitím modelu.V tomto případě se jedná zejména o řešení matematických rovnic popisujících model pomocí nástrojů ICT.

Analýza neurčitostí vyšetřuje zmíněné neurčitosti ve vstupu a jejich vliv na výstup modelu. V případě environmentálních modelů, kterými se budeme dále zabývat, se analýza sestává z následujících kroku˚ [9]:

- *charakterizace vstupních neurčitostí* – odhad neurčitostí ve vstupu a parametrech algoritmu modelu;
- *šíření neurčitostí* – odhad neurčitosti ve výstupu způsobené neurčitostmi na vstupu modelu;
- *charakterizace neurčitostí modelu* – charakterizace neurčitostí spojená s jinými strukturami algoritmu modelu a formulacemi modelu;
- *charakterizace neurčitostí v predikcích algoritmu modelu* – vychází z neurčitostí ve vyhodnocených datech.

Neurčitost má (nejméně) dvě vzájemně komplementární stránky: *vágnost a nejistotu*. Vágnost lze modelovat např. pomocí *teorie fuzzy množin*, zatímco nejistotu např. *pomocí teorie pravděpodobnosti* a popř. dalších teorií, jako je teorie možnosti, různé míry věrohodnosti apod.“ Můžeme tedy říci, že pravděpodobnost nám odpovídá na otázku, zda „*něco nastane*“, zatímco teorie fuzzy množin nám odpovídá na otázku, „*co vlastně nastalo*“. Je zřejmé, že při matematickém modelování systému bývá přítomna jak nejistota, tak vágnost. Ze studijních účelů však lze obě tyto stránky oddělit a zabývat se pouze jednou z nich.

Podle [1] můžeme říci, že „*Předmětem teorie pravděpodobnosti je studium a modelování nejistoty. Ta nastává tehdy, jestliže se setkáváme s nějakým jevem, který může, avšak nemusí* *nastat. Nemáme tedy jistotu, že jev opravdu nastane. Základním pojmem v teorii pravděpodobnosti je rozdělení pravděpodobnosti. To charakterizuje způsob nastání jevů vybíraných z nějaké množiny různých jevů, o nichž víme určitě jen to, že jeden z nich nastane. Pravděpodobnost nám pak dává informaci o tom, zda nastání některého z uvažovaných jevů můžeme očekávat s větší jistotou, než nastání jiného jevu*."

Naproti tomu uvažujme např. *objekty s určitou vlastností* a na otázku, jakou mají „*vlastnost*" odpovíme, že by ji mohli mít, než, že ji mají či ne. Jde totiž o vymezení vlastnosti a nikoliv toho, zda ji jev má či ne. Základním pojmem je zde fuzzy množina objektů a stupeň příslušnosti objektu do ní. Stupně příslušnosti, stejně jako pravděpodobnosti, mohou být čísla z intervalu [0,1]. To je však jen vnějšková shoda s teorií pravděpodobnosti.

„Fuzzy logika umožňuje zahrnout nepřesnost a poměrně jednoduchým způsobem pracovat s významy slov přirozeného jazyka. Používá vágně charakterizované expertní znalosti. Tedy pravý opak toho, co se vždy požadovalo – větší přesnost. Narážíme na reálný rozpor, jehož řešení neexistuje. Jde o vztah mezi relevancí a přesností informace. Princip, který L. A. Zadeh nazval principem „inkompatibility", lze charakterizovat takto: Chceme-li popsat realitu, pak musíme rozhodnout mezi relevancí informace, která bude méně přesná, nebo přesností informace, která však bude méně relevantní. Při zvyšování přesnosti se dostaneme k bodu, kdy přesnost a relevance se stávají vzájemně se vylučujícími charakteristikami."

Příklad: Např. instrukce k zaparkování auta: „pootoč kola o 19 25.32" a popojeď o 368.1256 mm dozadu" – jednak by se tato informace zdlouhavě a složitě chystala a také by bylo obtížné ji přesně splnit. Stačí říct pootoč kola mírně doleva a popojeď o malý kousek dozadu.
„K vyjádření relevantní informace je nezbytné použít přirozený jazyk. Je to dosud jediný dokonalý prostředek, který nám umožňuje efektivně pracovat s vágními pojmy." [1]

Ukazuje se, že přesnost matematického modelu je pouze iluze, neboť je principiálně nedosažitelná. Snaha o absolutní přesnost nás vždy dovede ke sporu. Není však třeba litovat, neboť vágnost, kterou přirozený jazyk umí dokonale využít, je jeho hlavní silou, nikoliv nedostatkem, [1].

Častá námitka, že to, co je řešeno pomocí fuzzy logiky, lze řešit i bez ní, neobstojí. Rozdíl mezi klasickým řešením a řešením pomocí fuzzy logiky je v čase a s tím souvisejících nákladech. Trvalo by to mnohem déle, abychom dosáhly stejného efektu (správnosti). Nalezení matematického popisu může být v praxi velmi obtížné. Často je popis velmi složitý, a následné použitý modelu není zrovna snadné. Proto se buď používají přibližné metody nebo se přijímají různá zjednodušení a výsledek pak nemusí být uspokojivý.

Při řešení pomocí fuzzy logiky je navíc větší jistota, že dané řešení (model systému) bude robustnější vzhledem k náhodným poruchám a nepředvídaným situacím, které pochopitelně lze očekávat.

K vyjádření relevantní informace je nezbytné použít přirozený jazyk. S počítačem není možné komunikovat v přirozeném jazyce, a proto jsou nezbytná jistá zjednodušení. Obvyklý způsob je použití pravidel typu JESTLIŽE-PAK. Tato pravidla jsou základem všech úvah a základem činnosti všech algoritmů.
Příklad: JESTLIŽE sklon svahu je velký a srážky jsou intenzivní PAK se svah velmi rychle sesune.

Modelování při riziku předpokládá, že některé informace jsou náhodné veličiny, nebo že některé procesy jsou popsány náhodnými funkcemi. V případě modelů s rizikem můžeme velikost rizika při přijetí řešení popsat pomocí pravděpodobnostních charakteristik.

Literatura

[1] Vilém Novák: Základy fuzzy modelování. BEN – technická literatura, Praha, 2000. 176 s.