Dobrý den!

2. 10. 2009

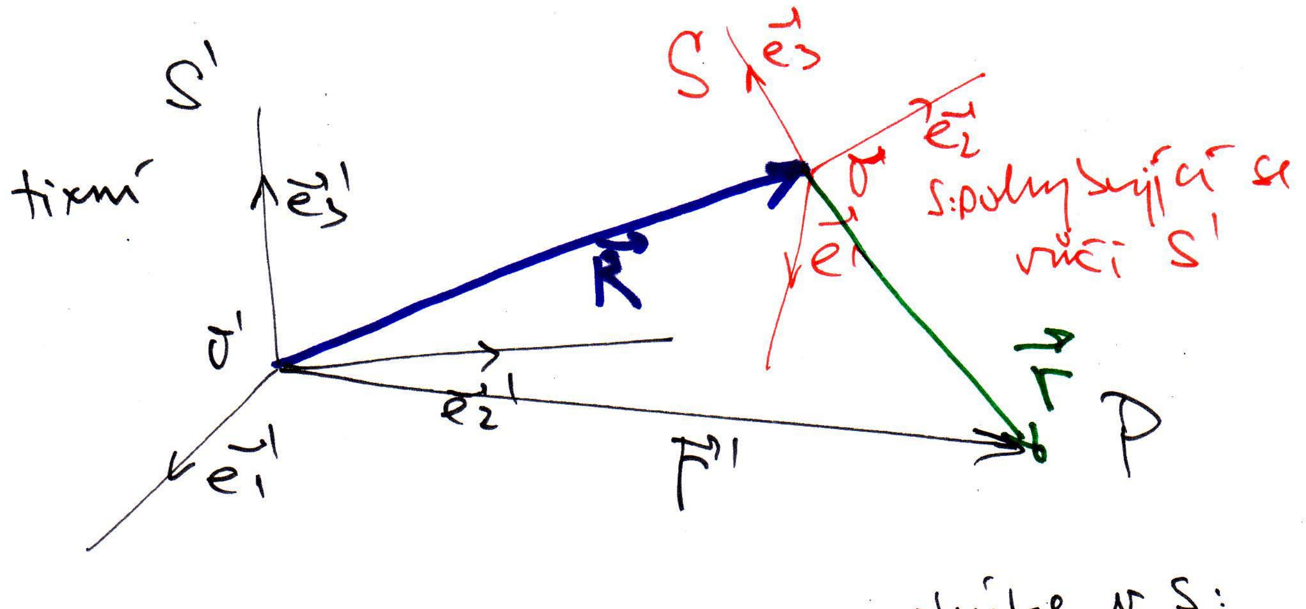
4. přednáška
pátek

úvod — volný pád
— svislý vrh

Pohyb v různých vztažných soustavách

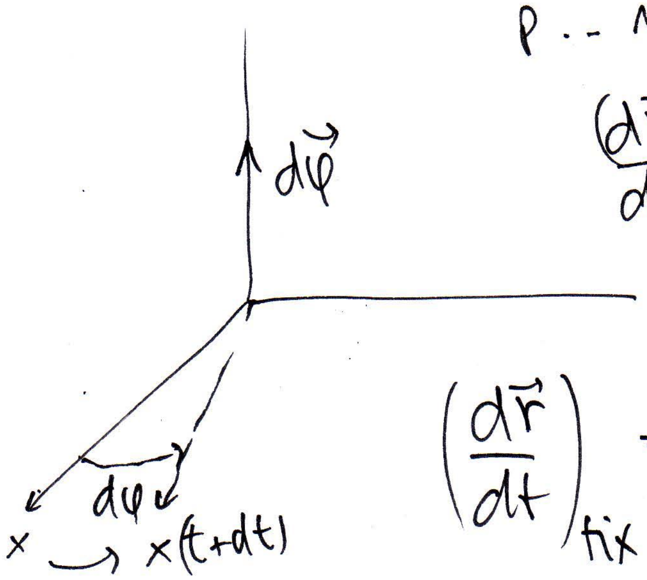
→ translační — $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$: konst. v S' $\vec{e}_1', \vec{e}_2', \vec{e}_3'$

→ rotační — ― " ― nejsou konst.



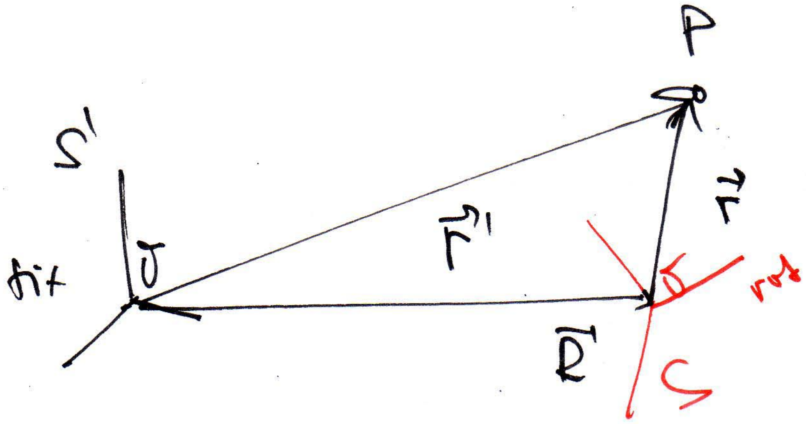
P ... nehybné v S:

$$\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{fix} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \times \vec{r}$$



$$\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{fix} = \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{rot} + \vec{\omega} \times \vec{r}$$

vůči S' fixní, pevné



$\vec r' = \vec R + \vec r$

$$\left(\frac{d\vec r'}{dt}\right)_{fix} = \left(\frac{d\vec R}{dt}\right)_{fix} + \left(\frac{d\vec r}{dt}\right)_{fix}$$

změna stálé (fixní)
míři soustavě

$$\left(\frac{d\vec r}{dt}\right)_{fix} = \left(\frac{d\vec r}{dt}\right)_{rot} + \vec\omega\times\vec r$$

Platí:

$$\boxed{\left(\frac{d\vec Q}{dt}\right)_{fix} = \left(\frac{d\vec Q}{dt}\right)_{rot} + \vec\omega\times\vec Q}$$

$\vec Q$ … $\vec r, \vec v, \vec a, \vec\omega$

$$\left(\frac{d\vec r'}{dt}\right)_{fix} = \left(\frac{d\vec R}{dt}\right)_{fix} + \left(\frac{d\vec r}{dt}\right)_{rot} + \vec\omega\times\vec r$$

$$\vec v_{fix} = \vec V_{fix} + \vec v_{rot} + \vec\omega\times\vec r$$

tedy <u>pro rychlosti</u> platí:

$$\vec{v}_f = \dot{\vec{r}}_f \equiv \left(\frac{d\vec{r}'}{dt}\right)_{fix}$$ .. rychlost P vůči stálé fixní soustavě S'

$$\vec{V}_f = \left(\frac{d\vec{R}}{dt}\right)_{fix}$$ ... rychlost O vůči O'

$$\vec{v}_r = \dot{\vec{r}}_r = \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{rot}$$ .. rychlost P vůči S (rotující soustava)

$$\vec{\omega} \times \vec{r}$$

poznámka:

$$\vec{Q} = \vec{\omega}$$

$$\left(\frac{d\vec{\omega}}{dt}\right)_{fix} = \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt}\right)_{rot} + \underbrace{\vec{\omega}\times\vec{\omega}}_{\vec{0}} = \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt}\right)_{rot}$$

$$\dot{\vec{\omega}}_{fix} = \dot{\vec{\omega}}_{rot} = \dot{\vec{\omega}}$$

$$\dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{fix}$$

<u>pro zrychlení P:</u>

$$\vec{v}_f = \vec{V}_f + \vec{v}_r + \vec{\omega}\times\vec{r}$$

$$\left(\frac{d\vec{v}_f}{dt}\right)_{fix} = \left(\frac{d\vec{V}_f}{dt}\right)_{fix} + \left(\frac{d\vec{v}_r}{dt}\right)_{fix} + \left[\frac{d}{dt}(\vec{\omega}\times\vec{r})\right]_{fix}$$

$$\left(\frac{d\vec{v}_r}{dt}\right)_{fix} = \left(\frac{d\vec{v}_r}{dt}\right)_{rot} + \vec{\omega}\times\vec{v}_r$$

$$\left(\frac{d\vec{v}_f}{dt}\right)_{fix} = \left(\frac{d\vec{V}_f}{dt}\right)_{fix} + \left(\frac{d\vec{v}_r}{dt}\right)_{rot} + \vec{\omega}\times\vec{v}_r + \dot{\vec{\omega}}\times\vec{r} + \vec{\omega}\times\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{fix}$$

$$\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{fix} = \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{rot} + \vec{\omega}\times\vec{r}$$

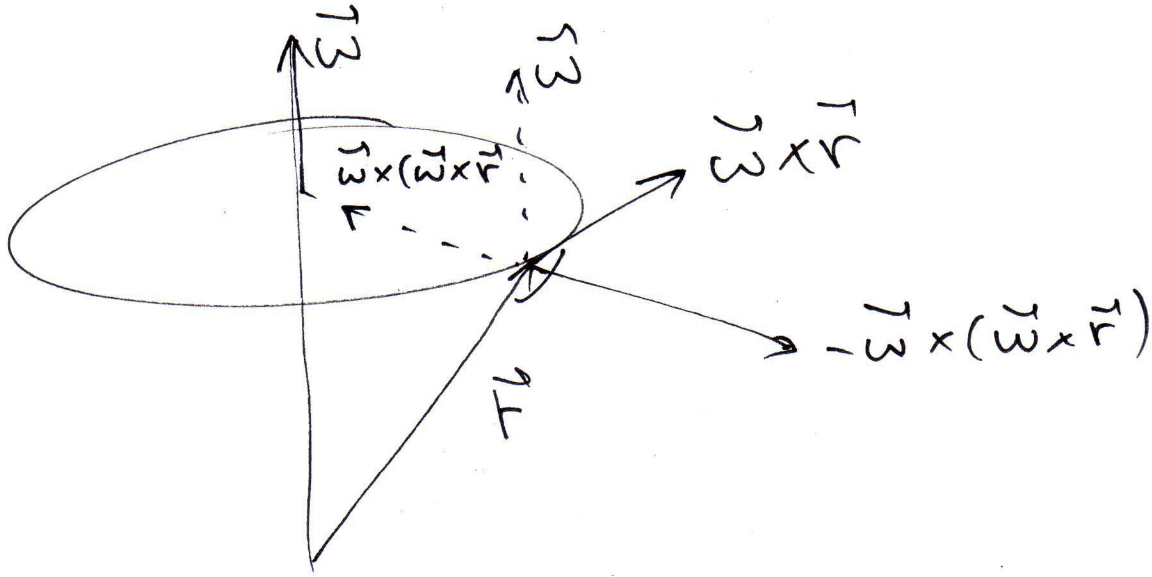
$$\left(\frac{d\vec{v}_f}{dt}\right)_{fix} = \left(\frac{d\vec{V}_f}{dt}\right)_{fix} + \left(\frac{d\vec{v}_r}{dt}\right)_{rot} + \vec{\omega}\times\vec{v}_r + \dot{\vec{\omega}}\times\vec{r} + \vec{\omega}\times\overbrace{\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{rot}}^{\vec{v}_r} + \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})$$

$$\underbrace{\left(\frac{d\vec{r}_f}{dt}\right)_{fix}}_{\vec{a}_f} = \underbrace{\left(\frac{d\vec{V}_f}{dt}\right)_{fix}}_{\vec{A}_f} + \underbrace{\left(\frac{d\vec{v}_r}{dt}\right)_{rot}}_{\vec{a}_r} + \underbrace{2\vec{\omega}\times\vec{v}_r}_{\vec{a}_c} + \underbrace{\dot{\vec{\omega}}\times\vec{r}}_{\vec{a}_E} + \underbrace{\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})}_{\vec{a}_{od}}$$

$$\vec{a}_f = \vec{A}_f + \vec{a}_r + \vec{a}_c + \vec{a}_E + \vec{a}_{od}$$

Coriolis Euler centrifugální

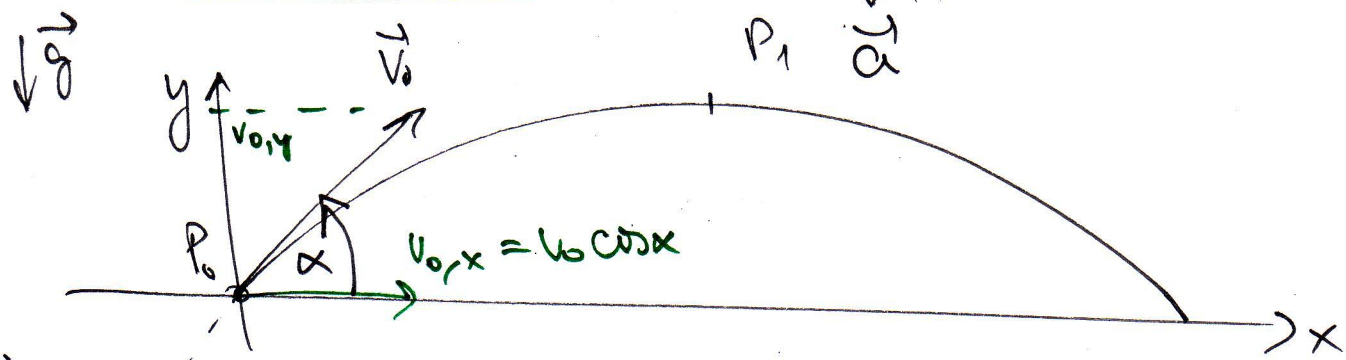
$$\vec{a}_r = \vec{a}_f - \ddot{\vec{R}}_f - 2\vec{\omega}\times\vec{v}_r - \dot{\vec{\omega}}\times\vec{r} - \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})$$



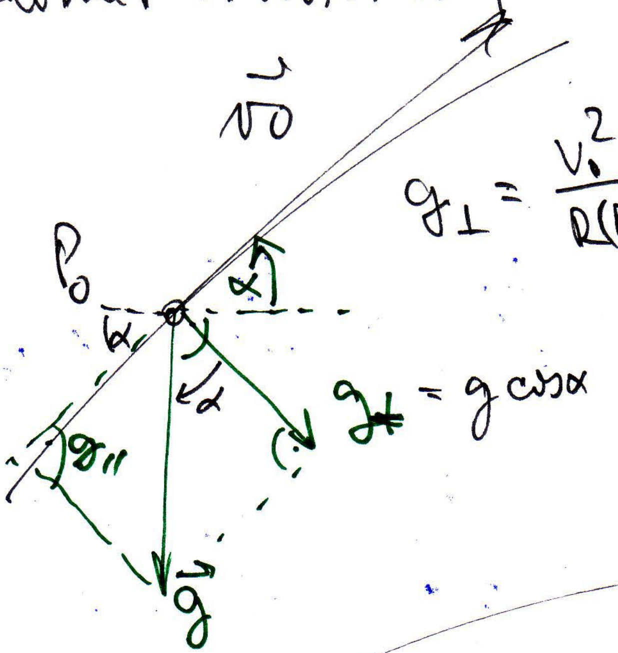
Príklad

Šikmý vrh:

$\vec{r}(t)$
$\vec{v}(t)$
$\vec{a}$

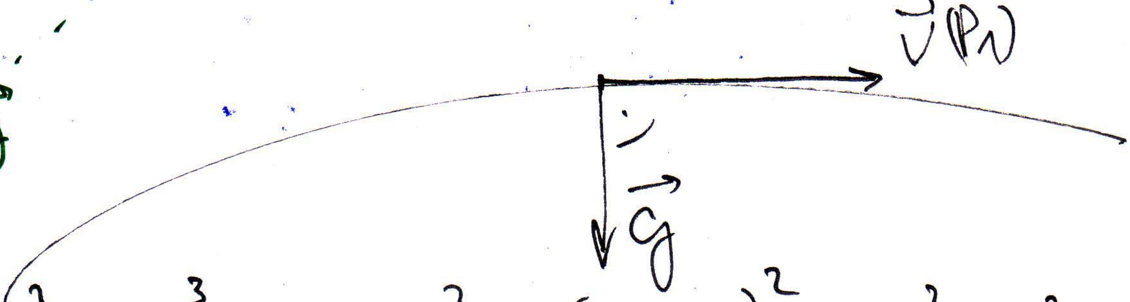


i) polomer krivosti trajektorie v P_0 a P_1



$$g_\perp = \frac{v_0^2}{R(P_0)} = g\cos\alpha \Rightarrow R(P_0) = \frac{v_0^2}{g\cos\alpha}$$

$$a_n(P_1) = g = \frac{v^2(P_1)}{R(P_1)}$$



$$\frac{R(P_1)}{R(P_0)} = \frac{\cos^2\alpha}{\frac{1}{\cos\alpha}} = \cos^3\alpha \qquad R(P_1) = \frac{v^2(P_1)}{g} = \frac{(v_0\cos\alpha)^2}{g} = \frac{v_0^2}{g}\cos^2\alpha$$

ii) dotyčnica k trajektorii: ?

$$\vec{\tau}(t) = \frac{\vec{v}(t)}{|\vec{v}(t)|} = \frac{(v_0\cos\alpha,\ v_0\sin\alpha - gt,\ 0)}{\sqrt{v_0^2\cos^2\alpha + (v_0\sin\alpha - gt)^2}}$$

iii) $\vec{r} \times \vec{v}$

$$\vec{r}(t) = \left(v_0 t \cos\alpha \,;\, -\frac{g}{2}t^2 + v_0 t \sin\alpha \,,\, 0\right)$$

$$\vec{v}(t) = \left(v_0 \cos\alpha \,;\, v_0 \sin\alpha - gt \,;\, 0\right)$$

$$\vec{r}(t) \times \vec{v}(t) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v_0 t \cos\alpha & -\frac{g}{2}t^2 + v_0 t \sin\alpha & 0 \\ v_0 \cos\alpha & v_0 \sin\alpha - gt & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= \left[v_0 t \cos\alpha (v_0 \sin\alpha - gt) - v_0 \cos\alpha \left(v_0 t \sin\alpha - \frac{g}{2}t^2\right)\right]\vec{k}$$

$$= \vec{k}\left(\cancel{v_0^2 t \sin\alpha \cos\alpha} - g v_0 t^2 \cos\alpha - \cancel{v_0^2 \cos\alpha \sin\alpha\, t} + \frac{g}{2}t^2 v_0 \cos\alpha\right) = \left(\frac{1}{2} g v_0 t^2 \cos\alpha - g v_0 t^2 \cos\alpha\right)\vec{k}$$

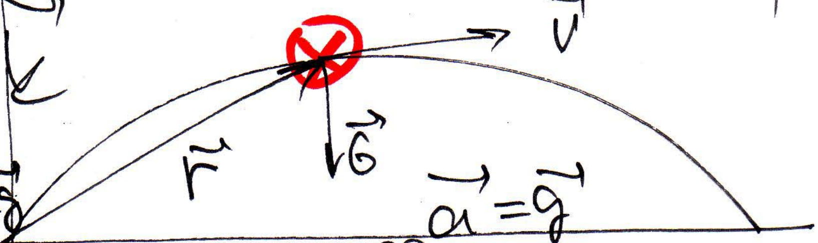
$$\frac{\vec{l}(t)}{m} = -\frac{1}{2} g v_0 t^2 \cos\alpha\, \vec{k} = \frac{\vec{l}(t)}{m}$$

$\vec{p} = m\vec{v}$ hybnost

$\vec{r} \times \vec{p} = \vec{l}$ moment hybnosti

$$\dot{\vec{l}} = \frac{d\vec{l}}{dt} \overset{?}{=} \vec{r} \times m\vec{g} = m\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v_0 t \cos\alpha & -\frac{g}{2}t^2 + v_0 t \sin\alpha & 0 \\ 0 & -g & 0 \end{vmatrix}$$

$$= -m g v_0 t \cos\alpha\, \vec{k}$$



$$\frac{d\vec{l}}{dt} = \frac{d}{d}(\vec{r} \times m\vec{v}) = \vec{r} \times m\vec{g}$$

$$= \dot{\vec{r}} \times m\vec{v} + \vec{r} \times m\dot{\vec{v}} = \vec{0} + \vec{r} \times m\vec{g}$$

DYNAMIKA

zkoumá pohyb i příčiny.

NEWTON a jeho pohybové zákony

1. NPZ

• zákon setrvačnosti:

těleso setrvává v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu, nemá-li nucen silovými účinky jiného tělesa tento svůj pohybový stav měnit.

2. NPZ • zákon síly

$$\vec{F}_v = m\vec{a}$$

zrychlení hm. bodu

výslednice všech sil působící na HmB a hmotnosti m

II. NPZ

$\vec{a}(t)$ $\vec{v}(t)$ $\vec{r}(t)$ $\boxed{\vec{r}_0, \vec{v}_0}$

$\boxed{\text{Počáteční podmínky}}$

$[\vec{F}(t), \vec{v}(t)]$

STAV KLASICKÉ ČÁSTICE

3. NPZ zákon akce a reakce

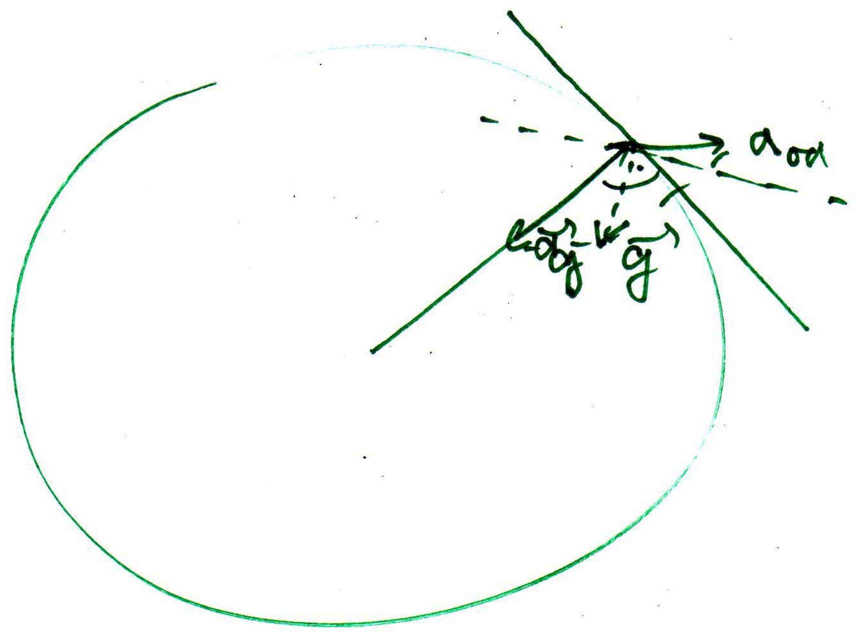
působí na spojnici (síly) obou těles!

$$\vec{F}_{2\to 1} = -\vec{F}_{1\to 2}$$

slabé

silné verze

odbočka: co je vodorovné?



INTERAKCE

→ gravitační
slabá, silná
→ elektromagnetické