

Dynamika

Podle prvního Newtonova zákona se tělesa, která nejsou ovlivňována okolím, pohybují rovnoměrně přímočaře.

Pokud naopak okolí na těleso působí, rychlost tělesa se mění.

Míru působení okolí na těleso vyjadřuje vektorová veličina síla (\vec{F}). Velikost a směr síly určují jednotlivé silové zákony:

- Síla tíhová působí na každé těleso v dosahu tíhového pole Země. Směřuje dolů k zemskému povrchu. Její velikost je

$$F_G = m \cdot g,$$

kde m je hmotnost tělesa a $g \approx 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ je tíhové zrychlení.

- Síla třecí působí na těleso pohybující se po podložce. Má původ v interakci mezi mikroskopickými nerovnostmi na povrchu tělesa a podložky. Velikost třecí síly je $F_t = F_N \cdot f$, kde f je koeficient tření a F_N je tlaková síla, kterou působí těleso na podložku. Velikost tlakové síly je $F_N = m \cdot g$ pro těleso na rovné podložce a $F_N = m \cdot g \cdot \cos \alpha$ na nakloněné rovině se sklonem α .
- Třecí síla může působit i na těleso v klidu, pokud na něj současně působí i jiné síly. V tom případě je velikost třecí síly taková, aby byla výsledná síla byla nulová. Největší možná velikost třecí síly je ale stále $F_t = F_N \cdot f$. Pokud je výslednice ostatních sil větší než tato hodnota, začne se těleso pohybovat. Třecí síla sama o sobě nikdy pohyb nezpůsobuje.
- Síla odporová působí na tělesa pohybující se v plynném nebo kapalném prostředí. Působí proti směru pohybu. Má původ ve srážkách tělesa s molekulami plynu/kapaliny. Její velikost bude v příkladech přímo zadána.
- Reakce podložky působí na tělesa ležící na podložce. Zajišťuje například to, že se tělesa působením tíhové síly nepropadnou do podložky. Reakce podložky je reakcí (ve smyslu třetího Newtonova zákona) na tlakovou sílu, jíž působí těleso na podložku. Její směr je vždy kolmý na podložce. Velikost reakce podložky se obvykle určí ze zadaného pohybového stavu tělesa. Přečtěte si příklady s výtahem.

Účinek síly na těleso vyjadřuje druhý Newtonův zákon (2. NZ):

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m},$$

kde \vec{F} je výsledná síla působící na těleso (tj. součet všech sil působících na těleso), m je hmotnost tělesa, \vec{a} je jeho zrychlení. Zrychlení tělesa má stejný směr jako výsledná síla působící na těleso.

Příklad 1: Na automobil o hmotnosti $m = 800 \text{ kg}$ působí výsledná síla o velikosti $F = 1600 \text{ N}$. Jaké bude zrychlení automobilu?

Řešení: $a = F/m = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Využili jsme 2. NZ.

Příklad 2: Jaká síla musí působit na automobil o hmotnosti $m = 800 \text{ kg}$ při rozjíždění, aby dosáhl rychlosti $v_1 = 100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ během doby $t_1 = 10,0 \text{ s}$.

Řešení: Kdybychom znali zrychlení, s nímž se automobil pohybuje, mohli bychom sílu dopočítat z 2. NZ. Víme ale, že automobil má dosáhnout při rozjíždění z klidu rychlosti v_1 za čas t_1 . Pohybovali se přitom rovnoměrným zrychleným pohybem, bude jeho zrychlení $a = v_1/t_1 = 2,78 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Pak už můžeme najít sílu $F = m \cdot a = 2,22 \text{ kN}$.

Příklad 3: Tramvaj o hmotnosti $m = 25 \text{ t}$ má při rychlosti $v_0 = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ brzdnu dráhu $s_B = 70 \text{ m}$. Určete brzdicí sílu působící na tramvaj.

Řešení: Z údajů o brzdě dráze zjistíme zpomalení (záporně vzaté zrychlení) a tramvaje. Mezi

uvažované veličiny musíme doplnit brzdící čas t_B . Platí $v(t_B) = v_0 - a \cdot t_B = 0$, $s(t_B) = v_0 \cdot t_B - 0,5 \cdot a \cdot t_B^2$. Řešením najdeme $a = v_0^2 / (2 \cdot s_B) = 1,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Pak $F = m \cdot a = 40 \text{ kN}$.

Práce, energie:

Pokud na těleso působí síla \vec{F} a těleso se posune o vektor d , vykoná síla práci $W = \vec{F} \cdot \vec{d} = F \cdot d \cdot \cos \alpha$, kde α je úhel sevřený vektory \vec{F} a \vec{d} .

Pohybující se těleso má kinetickou energii $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$. Jiné formy energie v tomto textu pro jednoduchost neuvažujeme.

Zákon zachování energie: Pokud na těleso nebo soustavu těles nepůsobí vnější síly, pak se celková energie tělesa/soustavy nemění. U jednoho tělesa bez vnitřní struktury to znamená, že se nemění kinetická energie.

Vykoná-li vnější síla na těleso práci W , změní se jeho energie o $\Delta E = W$. U tělesa bez vnitřní struktury se mění kinetická energie.

Příklad 4: Řešte příklad 3 pomocí energie a práce.

Řešení: Na počátku brzdění je kinetická energie tramvaje $E_k = 0,5 \cdot m \cdot v_0^2$, na konci nulová. Brzdící síla vykoná práci $W = F \cdot s_B$. Platí $E_k = W$, odtud $F = 0,5 \cdot m \cdot v_0^2 / s_B = 40 \text{ kN}$.

Příklad 5: Jakou práci vykoná lyžařský vlek při vyvezení lyžaře na kopec výšky $h = 100 \text{ m}$? Délka dráhy vleku je $s = 400 \text{ m}$, hmotnost lyžaře je $m = 80 \text{ kg}$ a při tažení na něj působí stálá třecí síla $F_t = 100 \text{ N}$. Jak velkou silou působí vlek na lyžaře (předpokládejte, že síla je rovnoběžná se směrem pohybu lyžaře).

Řešení: Předpokládáme, že energie lyžaře na počátku a na konci jeho pohybu je nulová. Celková práce všech sil musí být tedy také nulová. Na lyžaře působí tahová síla vleku, síla tíhová, síla třecí a reakce deformované sněhové podložky. Jejich práce označíme W_v , W_g , W_t , W_r . Síla vleku \vec{F}_v působí ve směru pohybu, průmět posunutí do směru této síly je s , $W_v = F_v \cdot s$. Síla třecí působí proti směru pohybu, průmět posunutí do směru této síly je $-s$, $W_t = -F_t \cdot s$. Síla tíhová působí dolů, průmět posunutí do směru této síly je $-h$, $W_g = -m \cdot g \cdot h$. Reakce podložky působí kolmo na směr pohybu, průmět posunutí do směru této síly je 0 , $W_r = 0$. Součet všech prací musí být nulový, odtud $W_v = m \cdot g \cdot h + F_t \cdot s = 120 \text{ kJ}$. $F_v = W_v / s = 300 \text{ N}$.

Výkon:

$$P = W/t, P = F \cdot v.$$

Příklad 6: (a) Jaký nejmenší výkon P_1 musí mít motor vleku z předchozího příkladu (pro vytažení jedné osoby je třeba práce $W_v = 120 \text{ kJ}$), aby vlek dokázal přepravit $N_1 = 600$ osob za hodinu? (b) Je-li výkon motoru vleku $P_2 = 40 \text{ kW}$, kolik osob (N_2) přepraví vlek za hodinu?

Řešení: Označíme $t_1 = 1 \text{ hod.}$ (a) Pro přepravu N_1 osob je nutno vykonat práci $W_{v1} = N_1 \cdot W_v = 72 \text{ MJ}$, výkon musí být $P_1 = W_{v1} / t_1 = 20 \text{ kW}$. (b) $N_2 = P_2 \cdot t_1 / W_v = 1200$.

Příklad 7: Jaký průměrný výkon vyvinul Aleš Novák při dosažení českého rekordu 25,85 s ve šplhu na laně do výšky 20 m? Předpokládejte hmotnost lezce $m = 75 \text{ kg}$.

Řešení: Označme h a t výšku a čas. Práce vykonaná lezcem při překonávání tíhové síly $W = m \cdot g \cdot h$, výkon $P = W/t = m \cdot g \cdot h/t = 580 \text{ W}$.

Příklad 8: Jaké nejvyšší rychlosti může dosáhnout Santa Claus, pokud každý z jeho devíti sobů dokáže vyvinout výkon jedné koňské síly ($P_1 = 750 \text{ W}$) a odporová síla prostředí je $F = 100 \text{ N}$?

Řešení: $P = F \cdot v$, odtud $v = P/F$. Celkový výkon je $P = 9 \cdot P_1$, odtud $v = 9 \cdot P_1 / F = 67,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.