

GEOTERMIKA

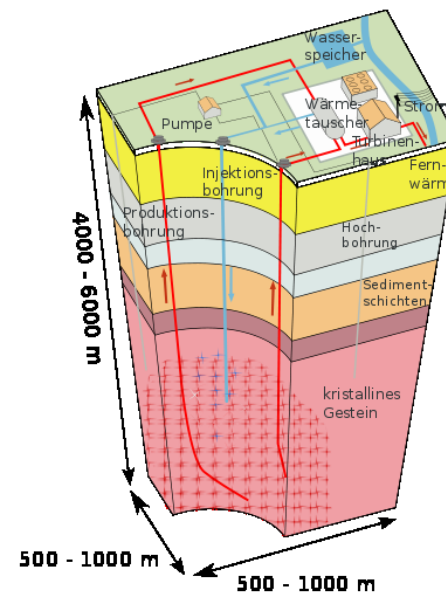
(přehled základů geotermiky)

J. Havíř

Josef.Havir@ipe.muni.cz

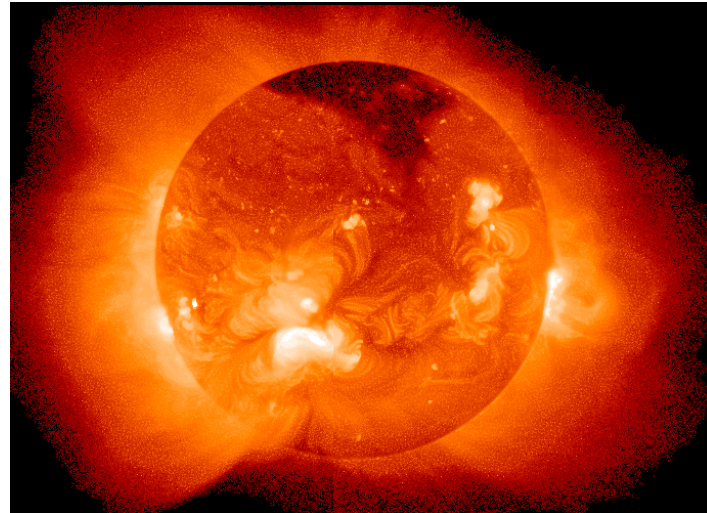
Termika se zaměřuje na studium vlastností látek a jejich změn souvisejících s teplotou.

Na poznání tepelného stavu Země se zaměřuje **geotermika**.



ZDROJE TEPLA

- z vnějšku ... sluneční záření



- z vnitra ... geotermální gradient - pozorujeme nárůst teploty s hloubkou (na nárůst tepla v dolech upozorňoval Agricola v roce 1530).

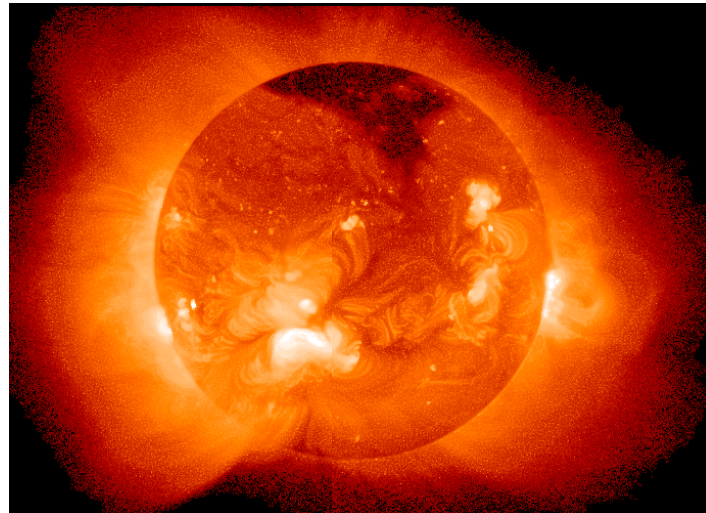


**Georgius Agricola
(Georg Pauer)
(1494-1555)**

Vnější zdroje tepla

sluneční záření - asi $2 \cdot 10^{17}$ J/s (o cca 4 řády více, než teplo z nitra Země)

- minimální průnik do nitra Země
- zásadní význam pro povrchové procesy (atmosféra, hydrosféra, biosféra)



Vnitřní zdroje tepla

asi $4 \cdot 10^{13}$ J/s



průměrný tepelný tok z nitra Země je cca 87 mW/m^2

celková ztráta tepla z nitra Země je cca 44 TW

tepelný tok je nerovnoměrný:

- nejvyšší tepelný tok je koncentrovaný v geotermálních oblastech
- průměrný tepelný tok je u oceánské kůry vyšší, než u kontinentální kůry

	plocha [10^6 km^2]	průměrný tepelný tok [10^{-3} W/m^2]	celková tepelná ztráta [10^{12} W]
kontinenty	201	65 1.6	13.1 0.3
oceány	309	101 2.2	31.2 0.7
celkem	510	87 2.0	44.2 1.0

Známe více vnitřních zdrojů tepla:

- rozpad radioaktivních prvků
- teplo produkované impakty a akrecí při počátečním stadiu vývoje Země
- teplo pocházející z komprese litosféry (např. generované slapovými silami)
- teplo vytvořené elektromagnetickými účinky magnetického pole Země

Nejvýznamnějším zdrojem vnitřního tepla Země je **rozpad radioaktivních prvků.**

isotop	tepelná vydatnost isotopu [W/kg isotopu]	poločas rozpadu [roky]	průměrná hmotnostní koncentrace v plášti [%]	celková tepelná vydatnost v plášti [W/kg pláště]
^{238}U	9.46×10^{-5}	4.47×10^9	30.8×10^{-9}	2.91×10^{-12}
^{235}U	5.69×10^{-4}	7.04×10^8	0.22×10^{-9}	1.25×10^{-13}
^{232}Th	2.64×10^{-5}	1.40×10^{10}	124×10^{-9}	3.27×10^{-12}
^{40}K	2.92×10^{-5}	1.25×10^9	36.9×10^{-9}	1.08×10^{-12}

Produkce tepla rozpadem radioaktivních prvků je cca 30 TW

ŠÍŘENÍ TEPLA

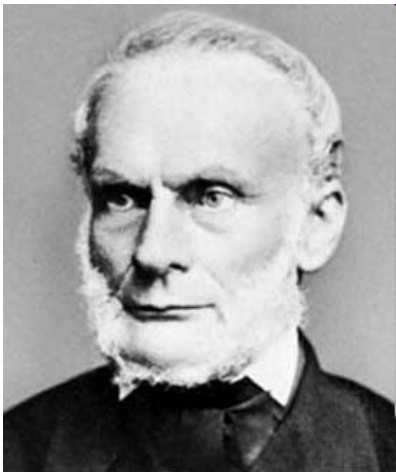
- vedením (kondukcí)
- tepelným zářením (radiací)
- prouděním (konvekcí)

vedení (kondukce) tepla

teplo ... část vnitřní energie, kterou systém vymění při styku s jiným systémem formou tepelné výměny (nedochází ke konání práce)

Clausiusova formulace druhého termodynamického zákona:

Teplo nemůže při styku dvou těles různých teplot samovolně přecházet z tělesa chladnějšího na těleso teplejší.



Rudolf Julius Emanuel Clausius
(1822-1888)

Přenos tepla Q vedením popisujeme pomocí tepelného toku q [W/m^2]
- množství tepla, které prochází danou plochou:

$$q = \frac{Q}{t \cdot S}$$

t ... čas

S ... velikost plochy



Vedení tepla v litosféře:

$$q = - \frac{dT}{dz}$$

k ... tepelná vodivost materiálu [W/m.°C]

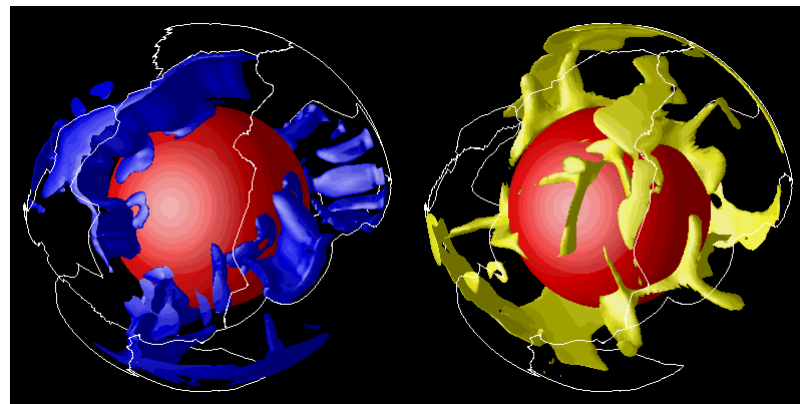
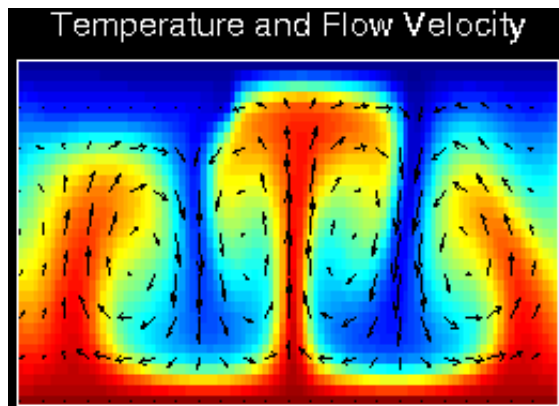
dT/dz ... termální gradient (změna teploty s hloubkou) [°C/m]

přenos tepla prouděním (konvekce)

Dochází k proudění materiálu o různé teplotě. Tím dochází k přenosu a k promíchání částí materiálu s odlišnou teplotou a tedy k přenosu tepla z jedné části tělesa do druhé. Tento přenos může být rychlejší, než přenos vedením (kondukcí).

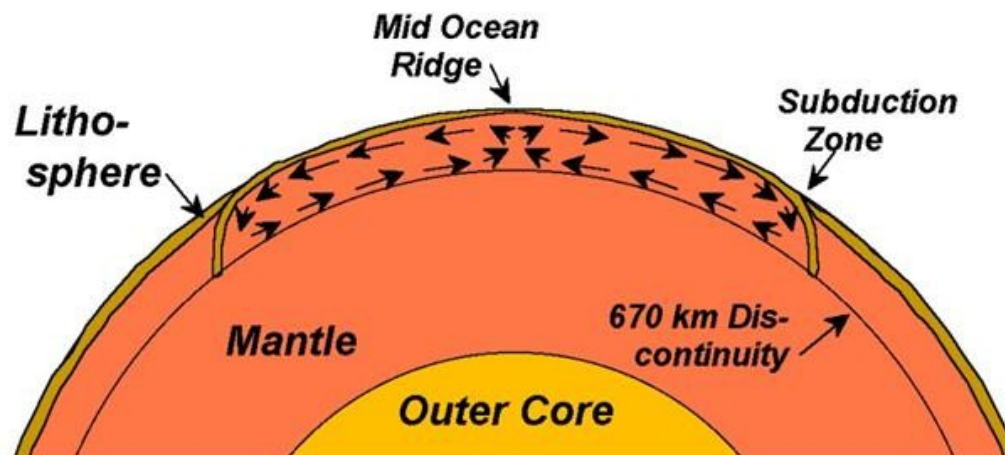
Teplejší materiál - nárůst objemu a pokles hustoty ... má tendenci stoupat

Chladnější materiál - vyšší hustota ... má tendenci klesat

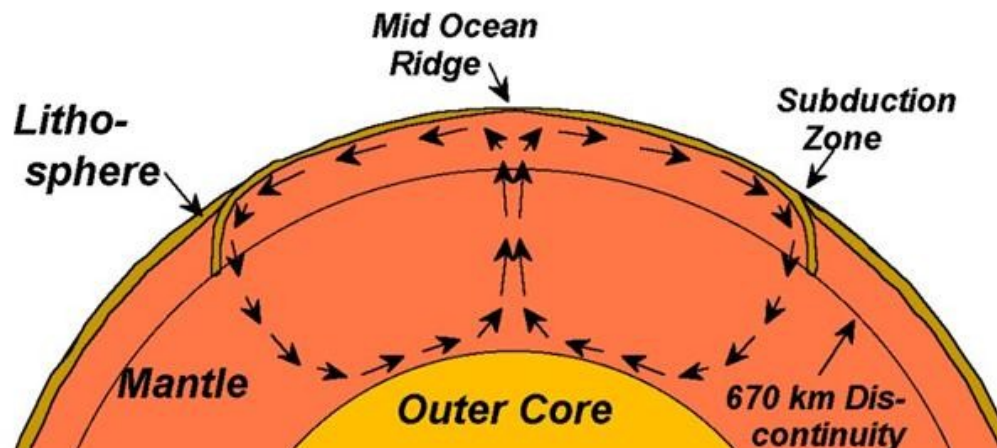


Dvouvrstevná nebo jednovrstevná konvekce?

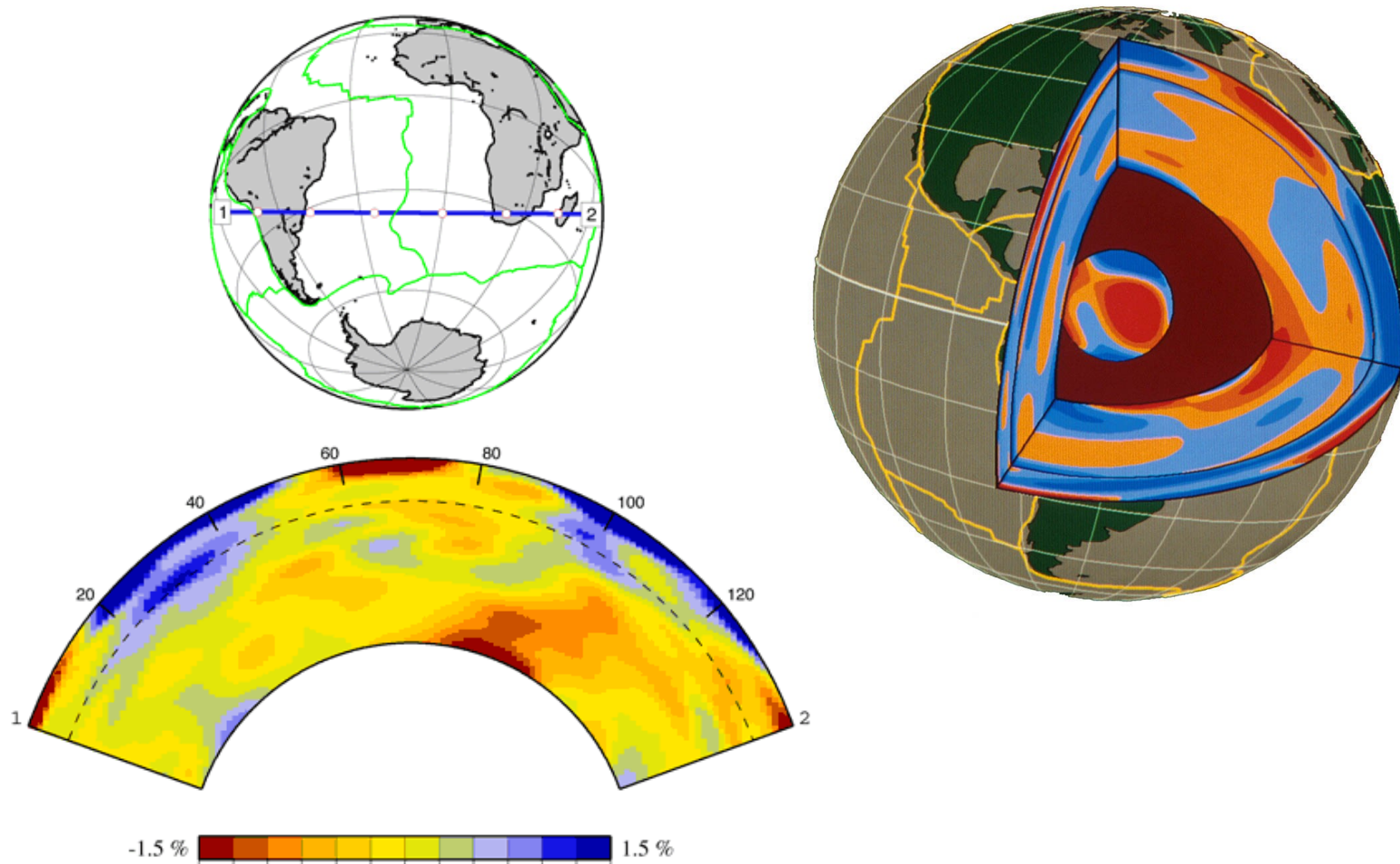
Upper Mantle Convection



Whole Mantle Convection



Seismická tomografie ukazuje teplotní (hustotní) 3D variabilitu zemského pláště, nevylučuje model dvouvrstevné konvekce.



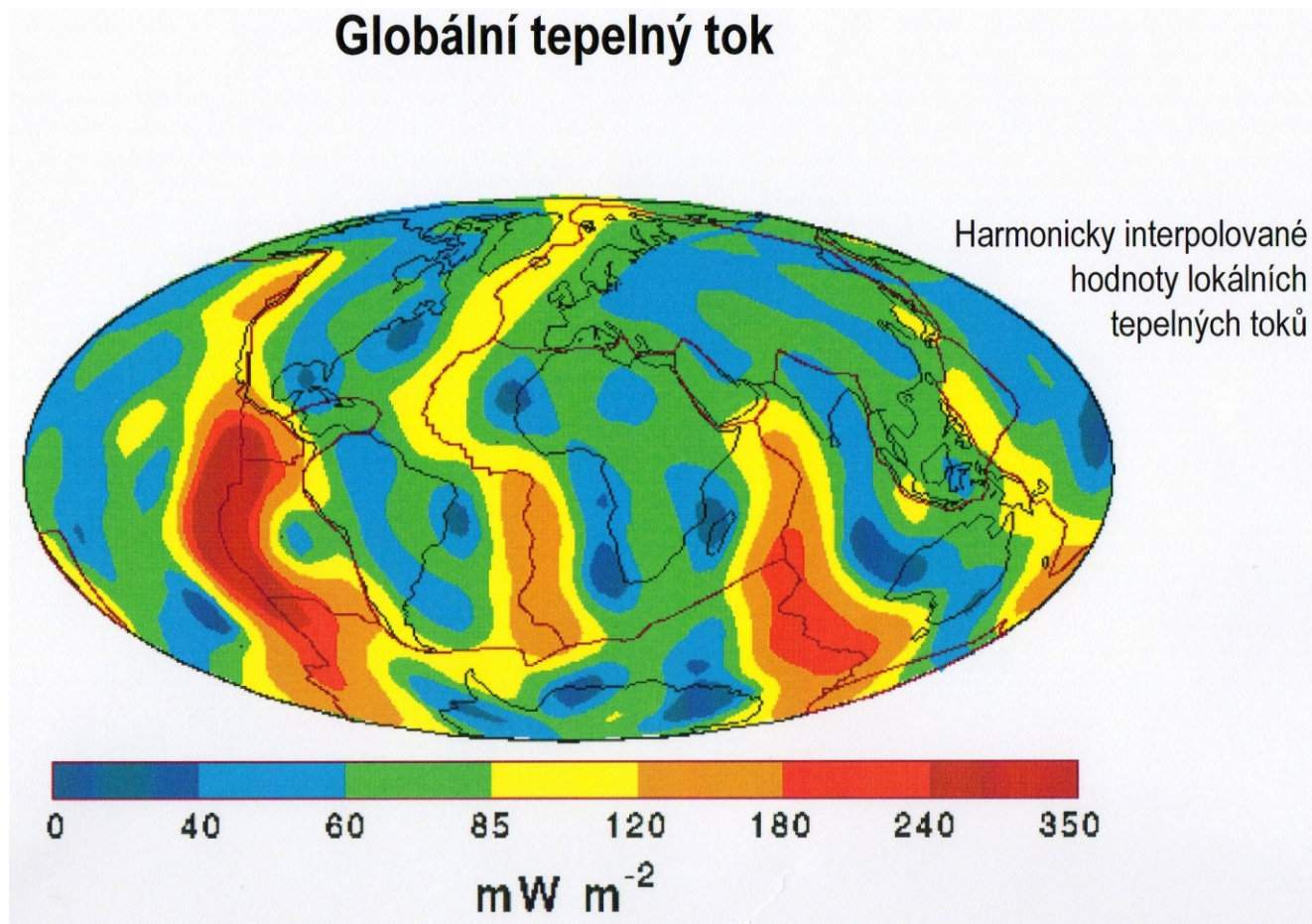
TEPELNÝ TOK V LITOSFÉŘE

Sledujeme:

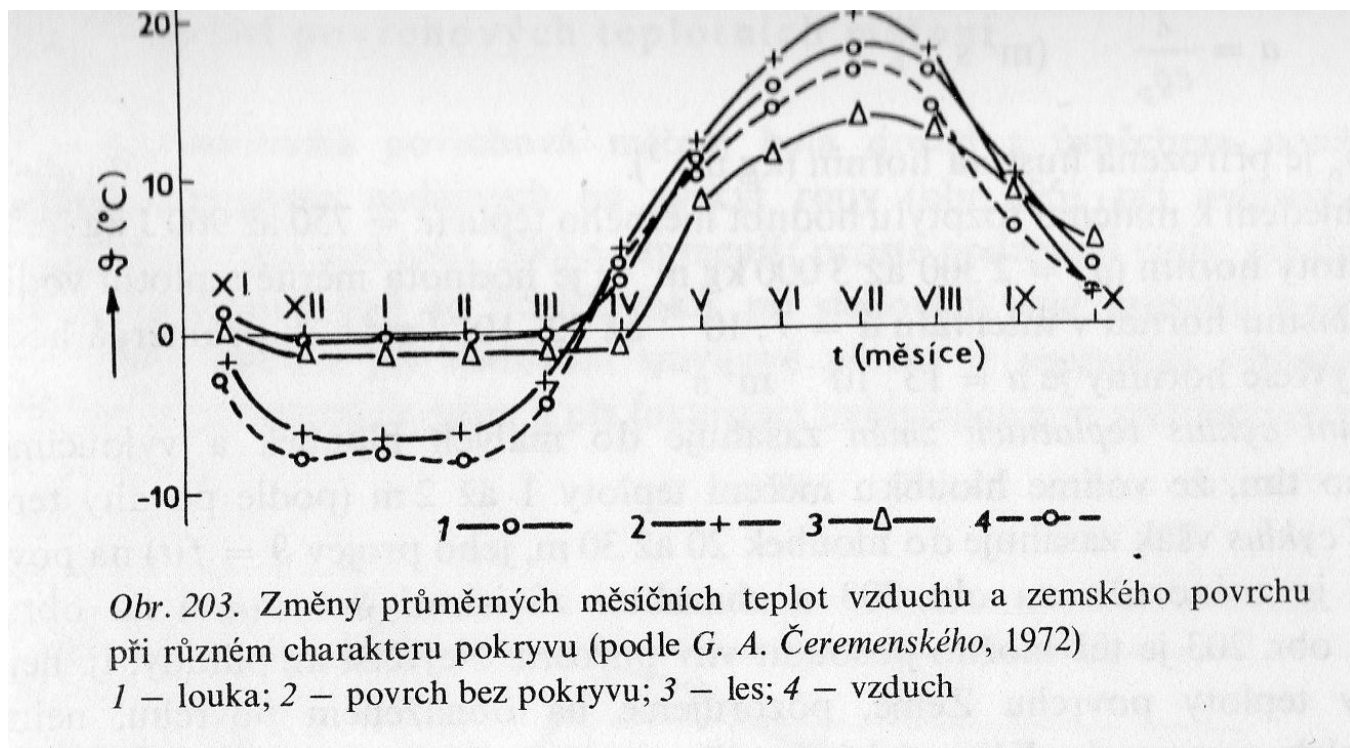
- prostorový tepelný tok
- závislost na hloubce (geoterma)

povrchový tepelný tok

Významná prostorová variabilita.



Při povrchu je teplotní pole hornin silně ovlivněno klimatem, charakterem porostu a periodickými teplotními změnami (denní a roční cykly).



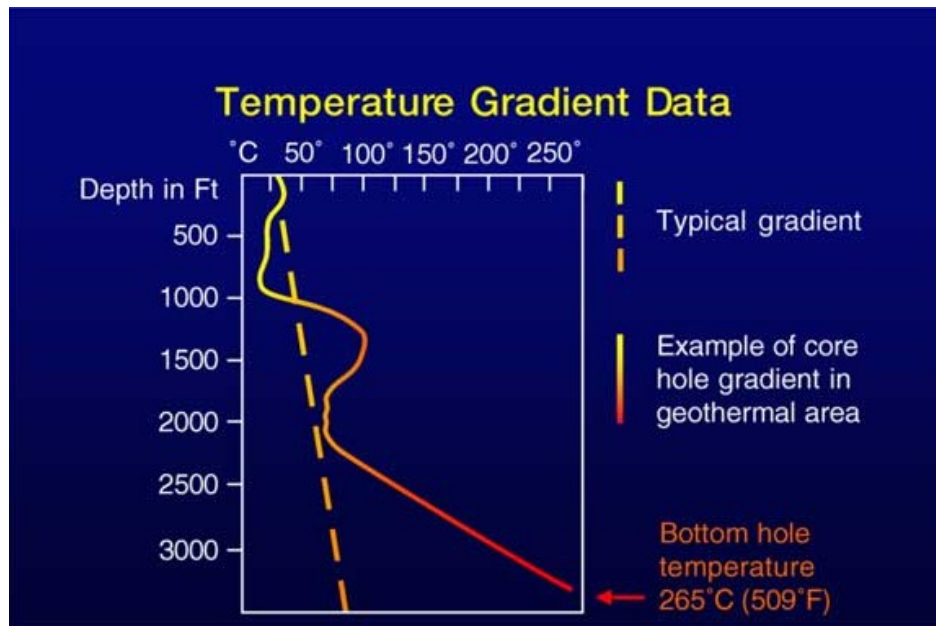
závislost teploty na hloubce (geoterma)

Je popisována tzv. geotermálním gradientem - vzrůst teploty litosféry na jeden kilometr.

Průměrný geotermální gradient ve svrchní kůře (geofyzikální měření) je cca $30^{\circ}\text{C}/\text{km}$. Do hloubky se tento gradient mění.

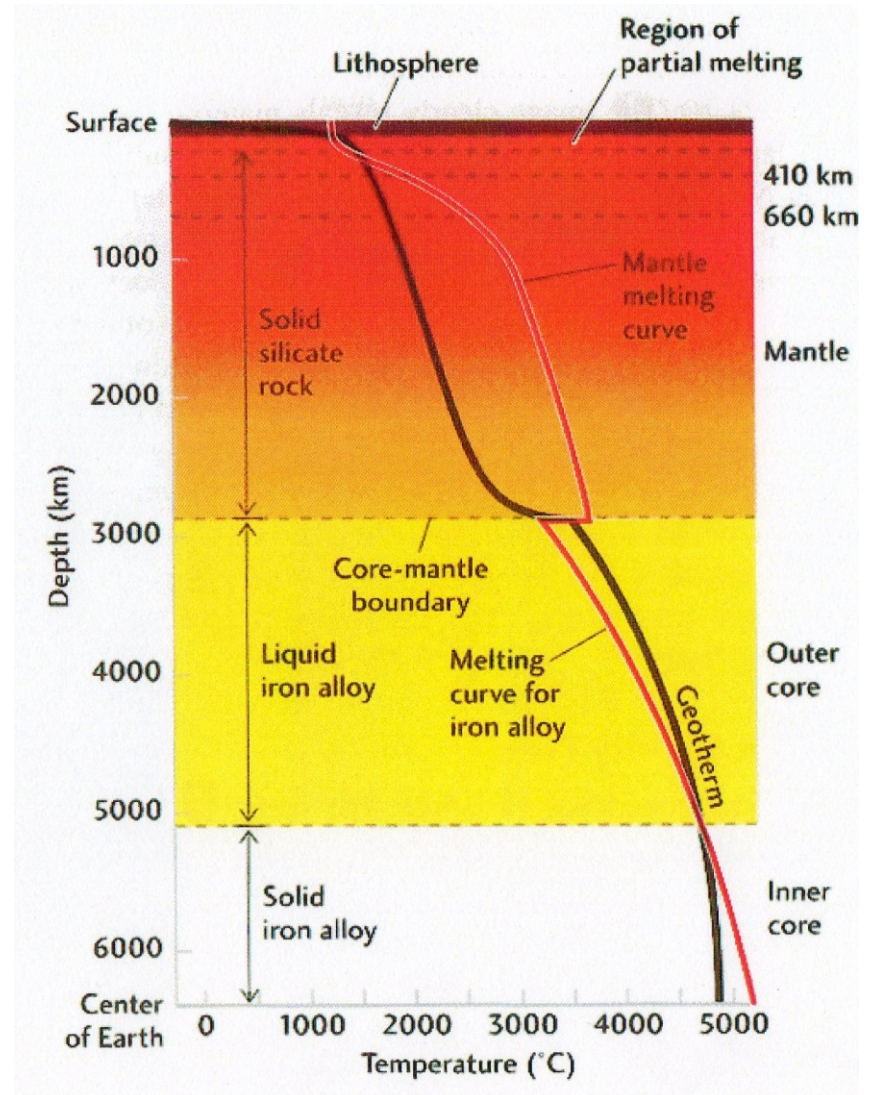
Zjišťování geotermálního gradientu:

- přímé měření (do hloubky 12 km)
- petrologická data (do hloubky cca 250 km)
- geofyzikální data (seismické vlastnosti hlubších partií tělesa Země)
- extrapolace laboratorních experimentů a fyzikálních modelů



Globální geoterma

- kapalné vnější jádro
- částečné tavení v nejvyšších partiích pláště



SEISMOLOGIE

(využití seismologie při studiu stavby Země a tektonických procesů)

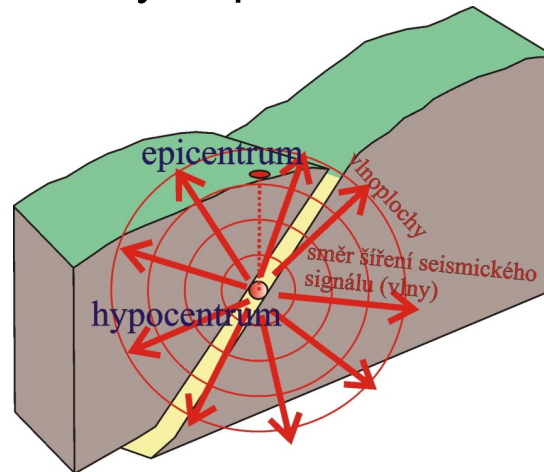
J. Havíř

Josef.Havir@ipe.muni.cz

Seismologie se zaměřuje na problém generování, šíření a záznamů elastických vln v Zemi a dalších přirozených kosmických tělesech.

Hlavním předmětem seismologie jsou **zemětřesení** – proces, při kterém dochází ke generování krátkoperiodických elastických vln.

Studium zdrojů přirozených zemětřesení a šíření seismického signálu zemským tělesem přináší zásadní poznatky o stavbě Země a upřesňuje znalosti o charakteru tektonických procesů.

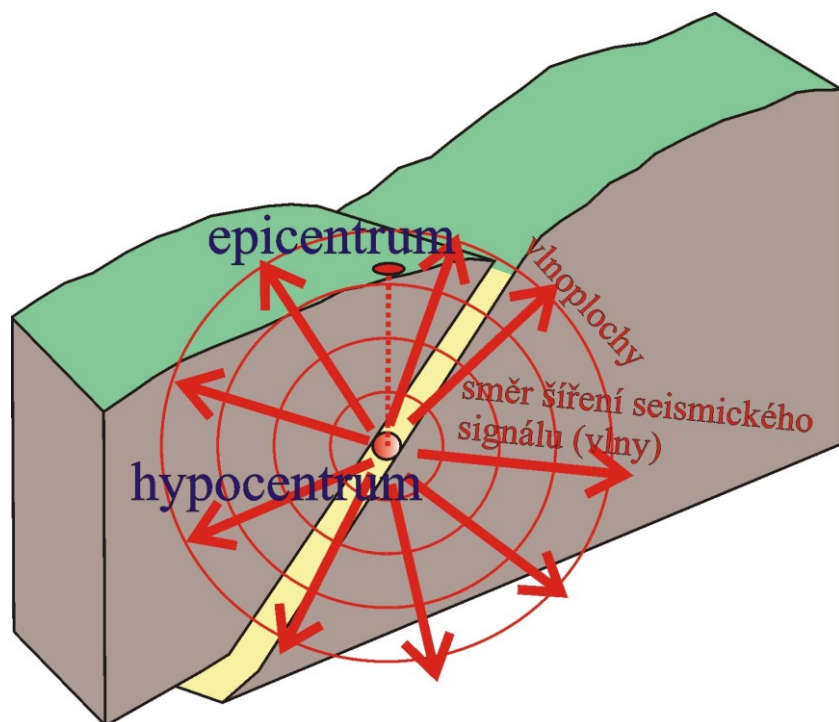


CHARAKTERISTIKA SEISMICKÉHO SIGNÁLU

Zdroj (bodový) seismických vln nazýváme **hypocentrum**.

Jeho průmět na zemský povrch nazýváme **epicentrum**.

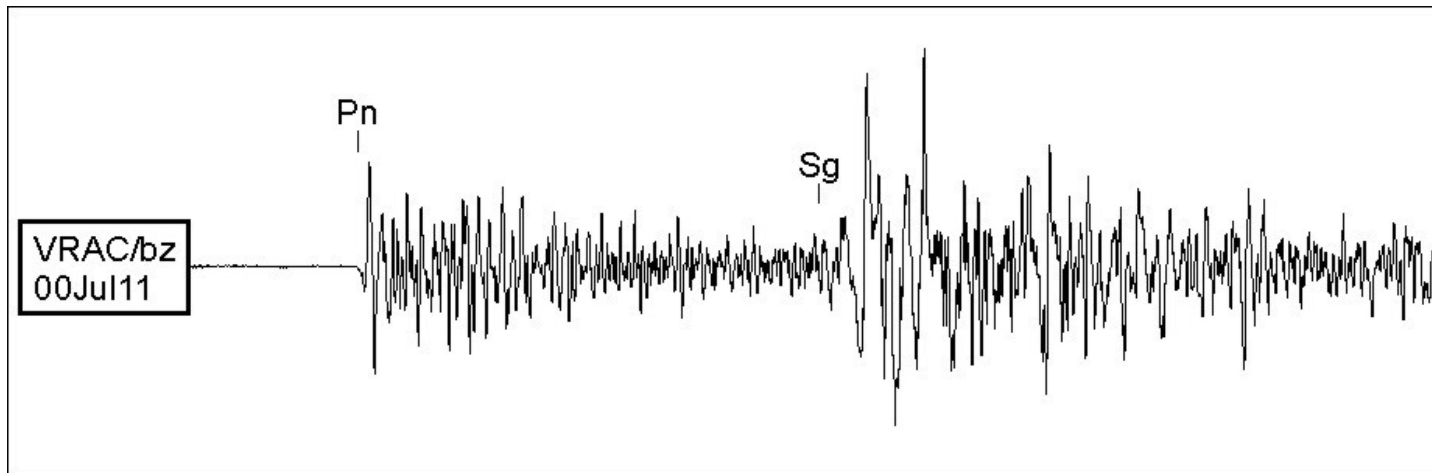
Seismický signál se šíří do všech stran od zdroje. Jeho charakteristiku můžeme sledovat z pohledu seismického paprsku nebo seismické vlny.



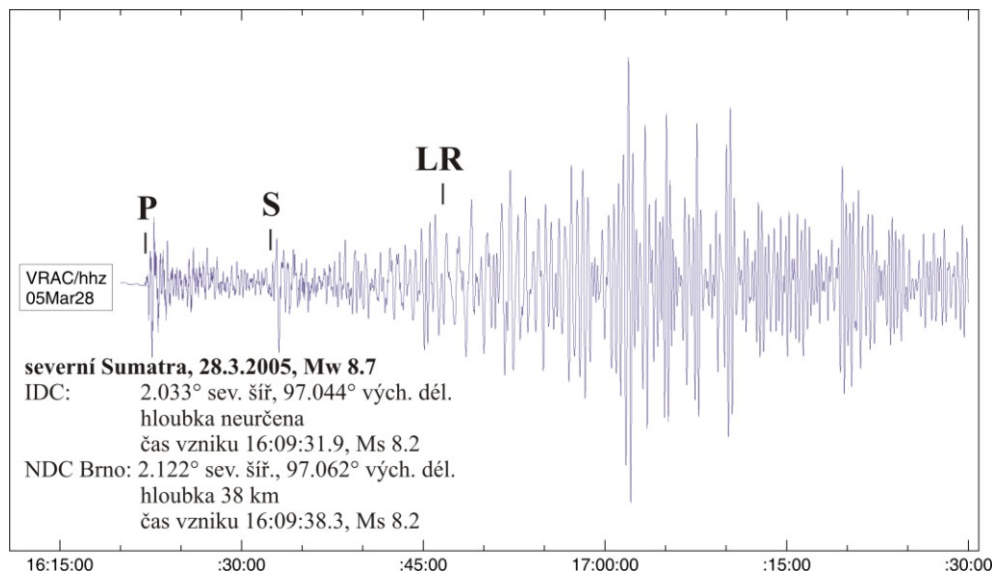
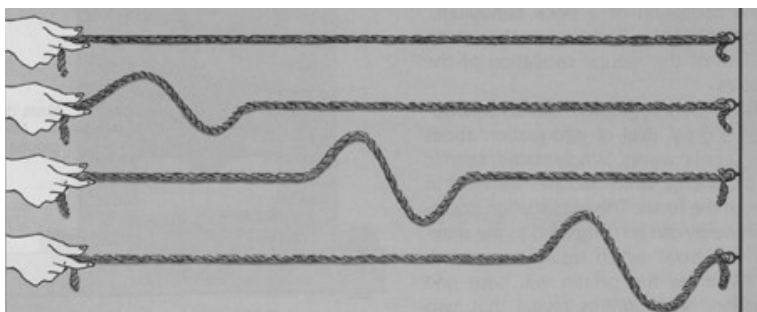
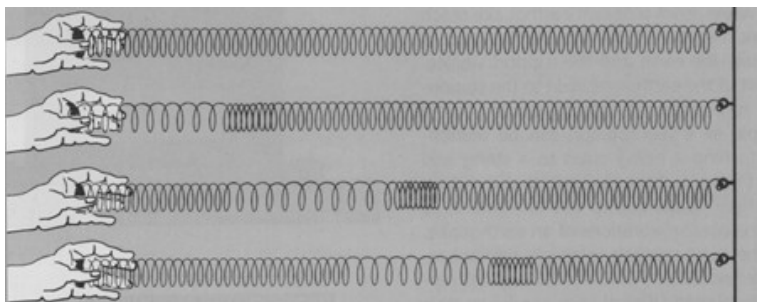
Seismická vlna

Seismickou vlnu lze stručně charakterizovat jako kmitání částic kontinua, které se šíří směrem od zdroje.

Jednorozměrně si můžeme seismickou vlnu znázornit vlnovou funkcí, která popisuje amplitudu kmitání v závislosti na čase (ve skutečnosti kmitají částice kontinua ve všech směrech třírozměrného prostoru).



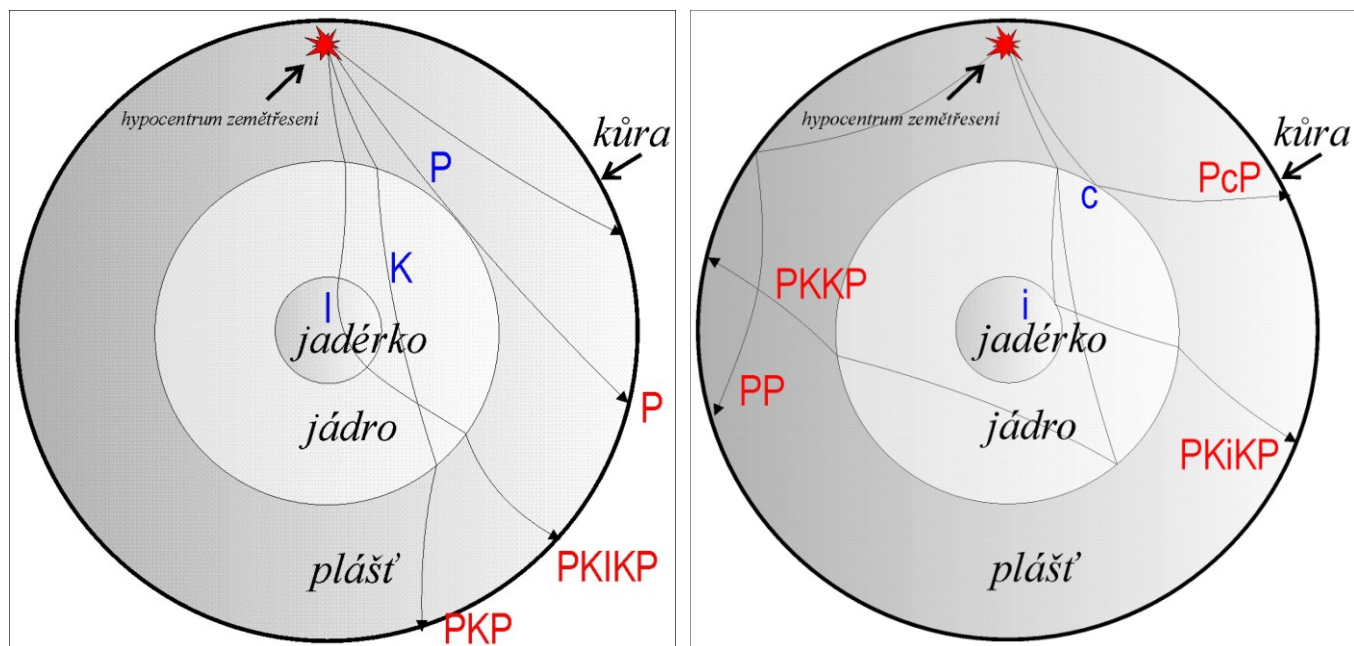
Na seismickém záznamu lze obvykle pozorovat tři základní skupiny seismických fází – **primární fáze** (tvořené podélnými vlnami – jsou polarizovány ve směru šíření signálu), **sekundární fáze** (tvořené příčnými vlnami – jsou polarizovány v rovině kolmé na směr šíření signálu) a **povrchové vlny**.



Seismický paprsek

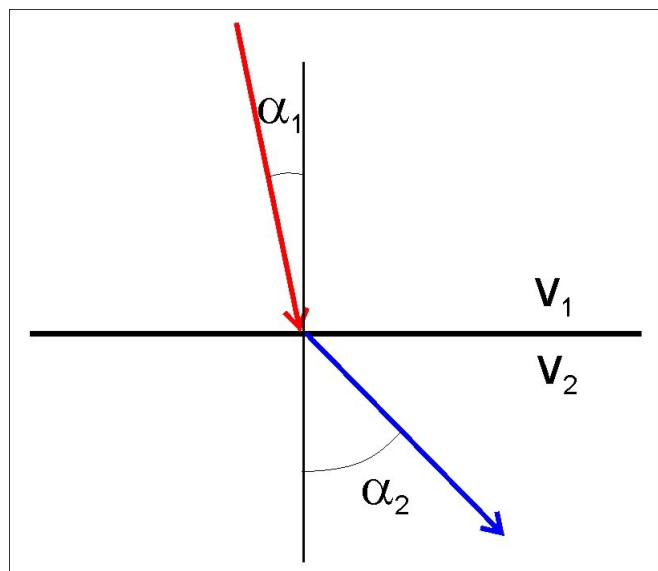
Na seismický signál můžeme také pohlížet jako na seismický paprsek, který se šíří zemským nitrem.

V případě, že prostředí, kterým se paprsek šíří, není homogenní, dochází na rychlostních rozhraních k odrazu či lomu paprsku.



Lom seismického paprsku na rychlostním rozhraní je matematicky popsán tzv. **Snellovým zákonem**:

Podíl sinu úhlu svíraného paprskem a přímkou kolmou k rozhraní vůči rychlosti šíření paprsku (tj. paprskový parametr p) je **konstantní**.



$$\frac{\sin \alpha_1}{v_1} = \frac{\sin \alpha_2}{v_2}$$



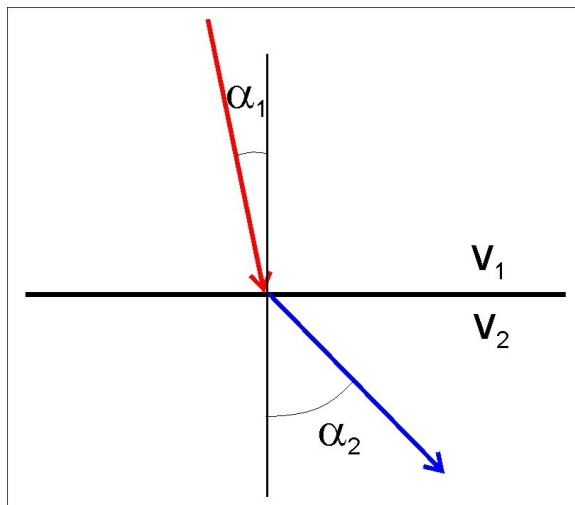
Willebrord van Roijen Snell
(1580-1626)

$$\frac{\sin \alpha}{v} = \text{konstanta} = p$$

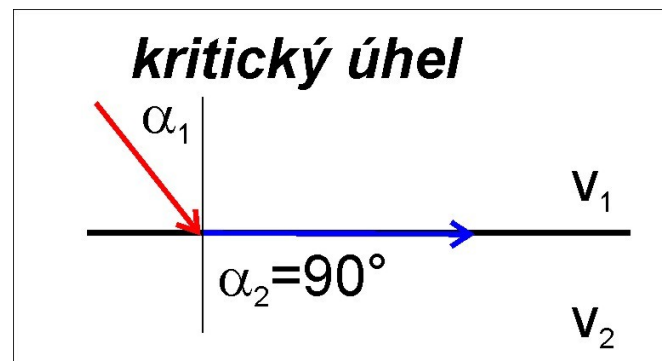
-Pokud paprsek dopadá na rozhraní pod úhlem menším, než je tzv. kritický úhel, láme se podle Snellova zákona do následující vrstvy.

-Pokud paprsek dopadá na rozhraní pod úhlem větším, než je tzv. kritický úhel, nedojde k lomu, ale dojde k totálnímu odrazu paprsku od rozhraní.

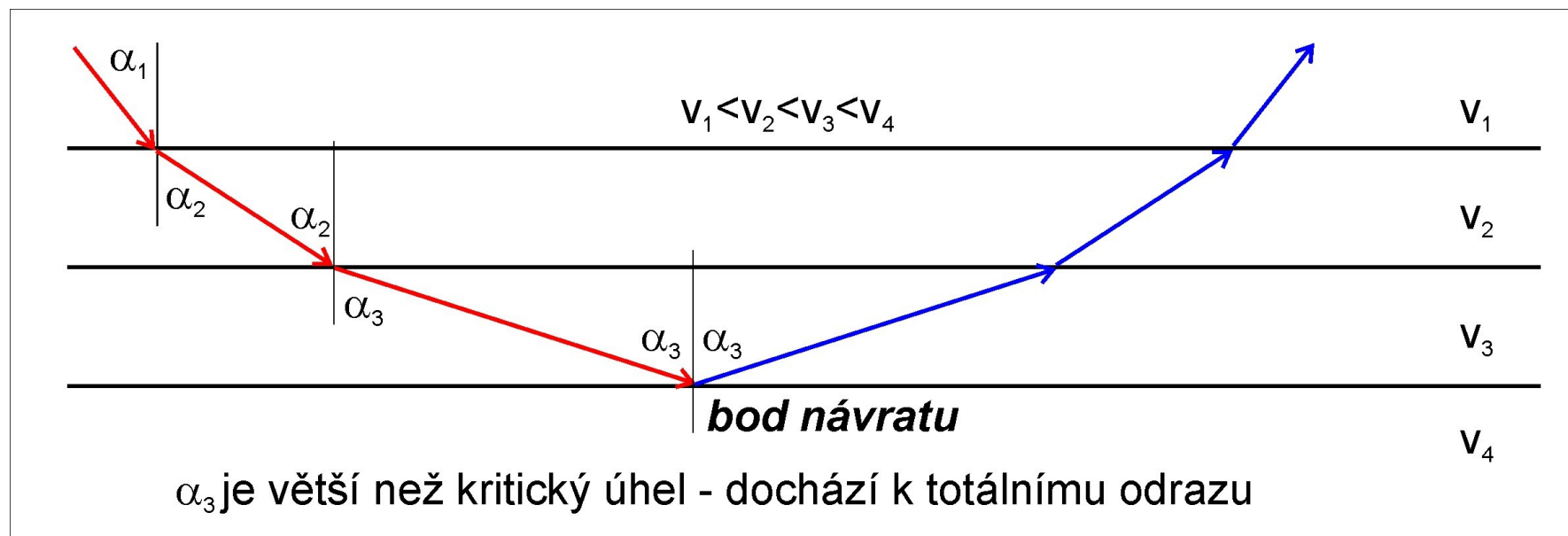
- Pokud paprsek dopadá na rozhraní pod tzv. kritickým úhlem, láme se podél rozhraní.



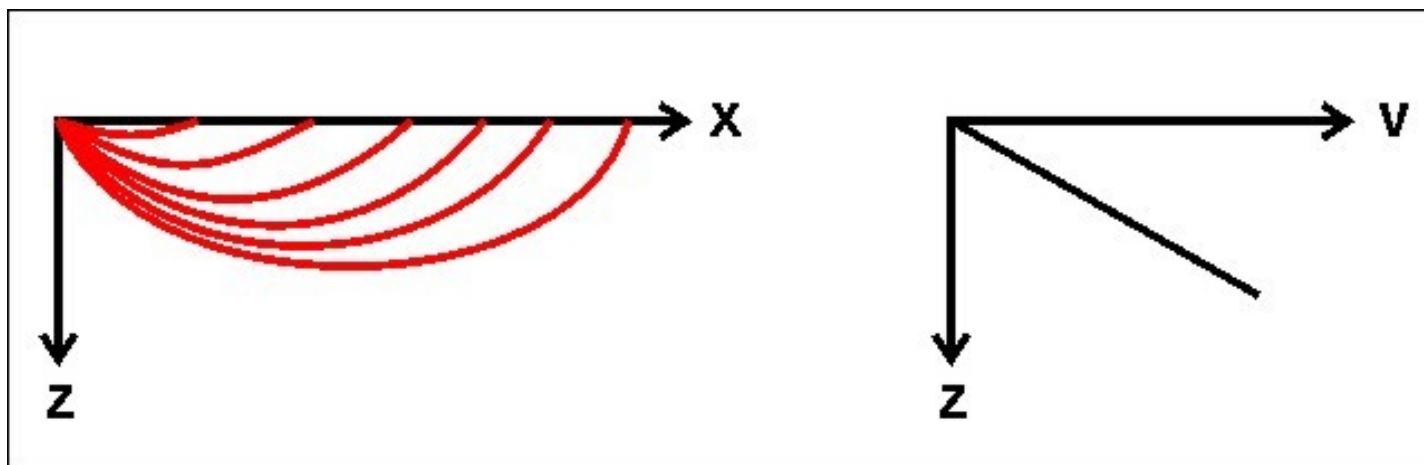
$$\frac{\sin \alpha_1}{v_1} = \frac{\sin \alpha_2}{v_2} = \frac{1}{v_2}$$



Ve vrstevním prostředí, v němž rychlost šíření vln do hloubky roste, dochází postupně k lámání paprsků „od kolmice“ tak dlouho, až dojde k překonání kritického úhlu a paprsek je totálně odražen zpět k povrchu.

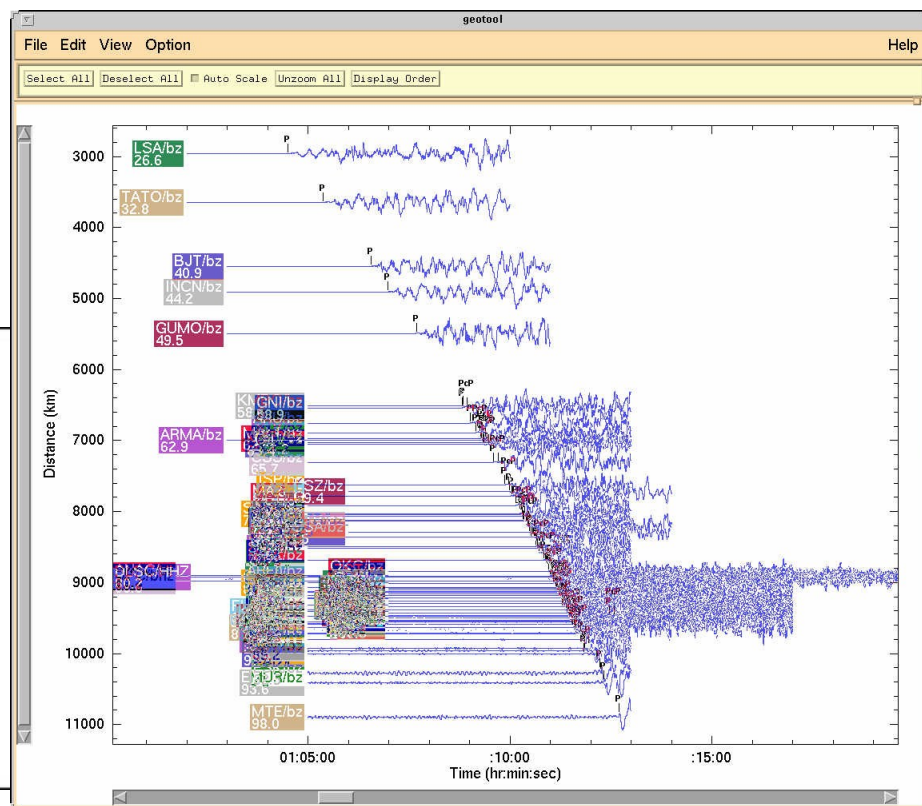
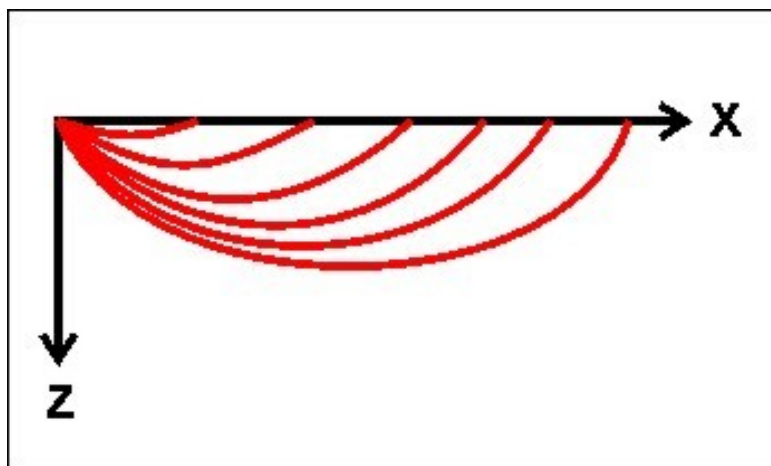


V prostředí s lineárně rostoucí rychlostí seismických vln do hloubky se do každého místa na povrchu šíří signál právě podél jedné dráhy (do každého místa míří jen jeden paprsek).

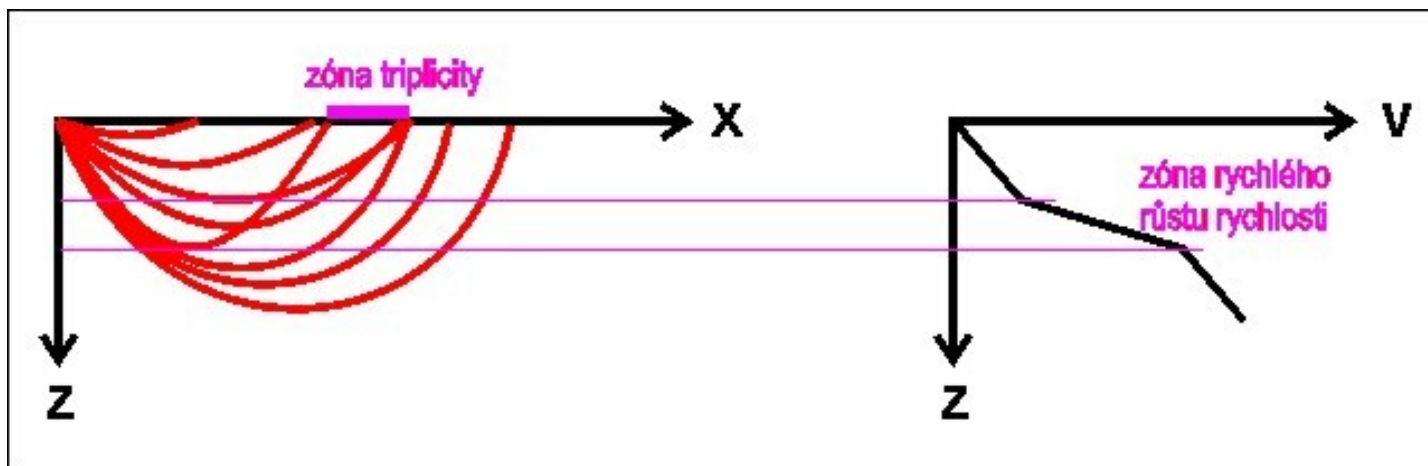


Délka dráhy i doba šíření signálu rostou se zvětšující se **epicentrální vzdáleností** (vzdálenost mezi epicentrem a místem detekce).

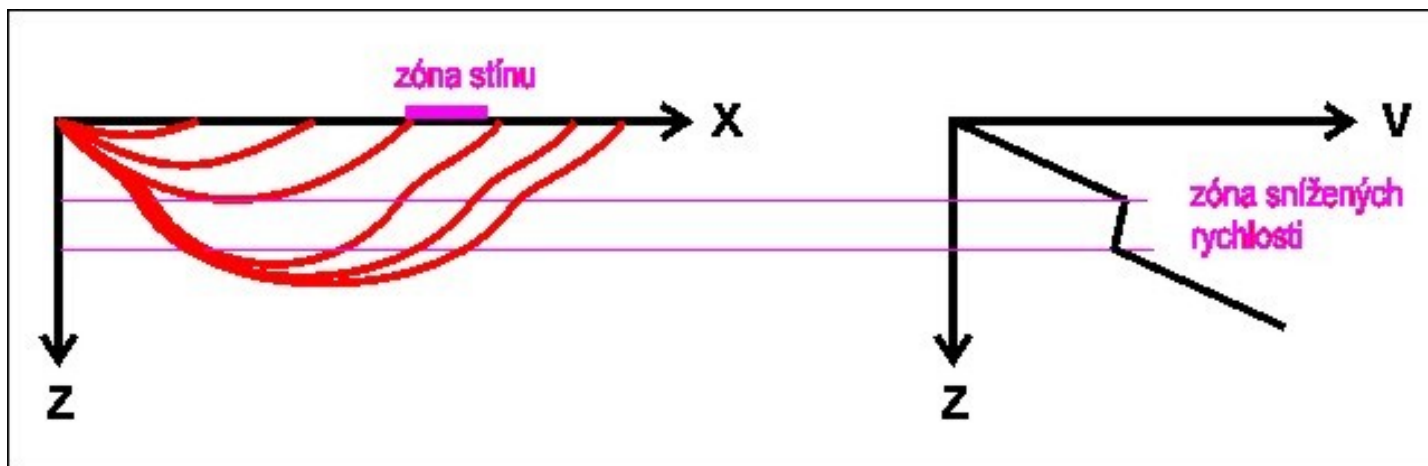
Grafické závislosti (křivce) mezi epicentrální vzdáleností a časem registrace říkáme **hodochrona**.



Zóny, v nichž rychlost do hloubky roste mnohem intenzivněji, způsobují zakřivení paprsků tak, že se na povrchu vytváří zóna, v níž může být detekován signál šířící se podél tří různých drah (**zóna triplicity**). V této zóně tak jsou detekovány obecně tři různé fáze přímé vlny, které se liší hodnotou paprskového parametru a které jsou detekovány obecně ve třech různých časech (liší se délkou dráhy a průměrnou rychlostí).



Zóny, v nichž rychlost do hloubky klesá, způsobují zakřivení paprsků tak, že se na povrchu vytváří zóna, v níž není detekován žádný signál (nemíří do ní žádné paprsky, tzv. **zóna seismického stínu**). Tato skutečnost je dána tím, že v zóně snížených rychlostí se paprsky lámou ke kolmici – v této zóně tedy **nemůže být bod návratu**.



VELIKOST ZEMĚTŘESENÍ

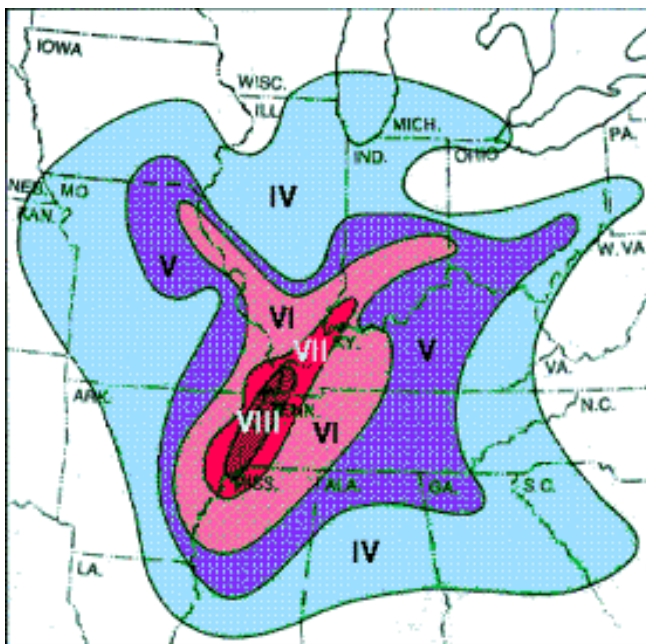
Velikost energie uvolněné při zemětřesení se může pohybovat ve velmi širokém rozmezí. Důležitou charakteristikou seismického jevu je proto jeho **velikost**.

Široce používané jsou dvě základní veličiny kvantifikující velikost zemětřesení:

- Seismická intenzita
- Magnitudo

Seismická intenzita

Kvantifikuje účinek zemětřesení v určitém místě. Je funkcí „velikosti zemětřesení“ a místa. Zjištěné hodnoty seismické intenzity lze v mapě konturovat – spojnice bodů se stejnými hodnotami intenzity se nazývají izoseismy. Zvláštní význam má hodnota seismické intenzity zjištěná v epicentru (**epicentrální intenzita**).



Magnitudo

veličina úměrná výchylce seismometru v definované vzdálenosti od hypocentra. Je funkcí pouze „velikosti zemětřesení“, nikoli funkcí místa.

Magnitudo původně definoval Richter v roce 1935 jako veličinu úměrná logaritmu výchylky odečtené na Wood-Andersonově seismografu ve vzdálenosti 100km od epicentra zemětřesení v oblasti jižní Kalifornie.



$$M_L = \log A + \tau \left(\frac{\Delta}{100} \right)^{-1}$$

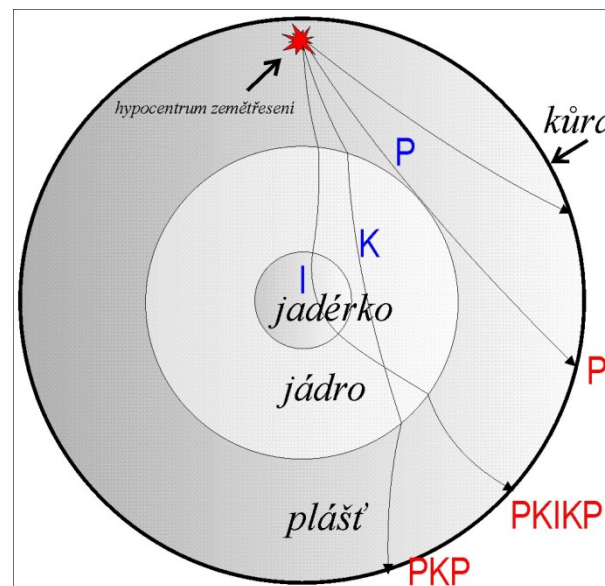
Charles F. Richter

(1900-1985)

STUDIUM STAVBY ZEMĚ

Seismologie umožňuje empirické odvození hodochron jednotlivých seismických fází, jejichž studium je zdrojem významných informací o vnitřní stavbě Země.

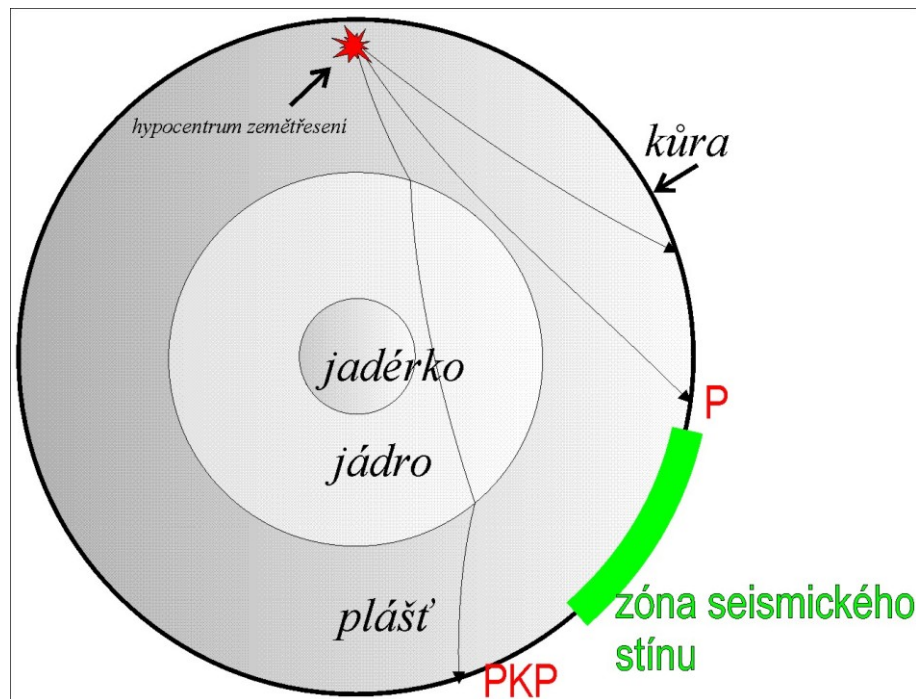
V první polovině 20.století došlo na základě seismologických studií k zásadním objevům, které vedly k základnímu rozdělení Země na kůru, plášť, vnější jádro a vnitřní jádro.



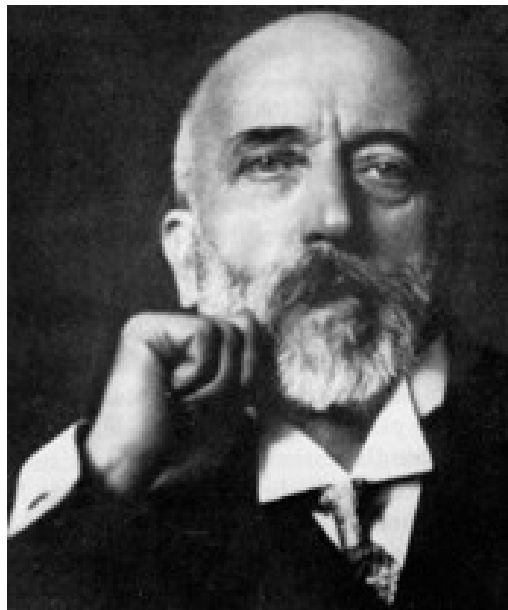
Zóna seismického stínu v epicentrálních vzdálenostech 105° - 143° prokázal v roce **1912 Gutenberg**, který upřesnil hloubku rozhraní mezi pláštěm a jádrem na 2900 km (**Gutenbergova diskontinuita**).



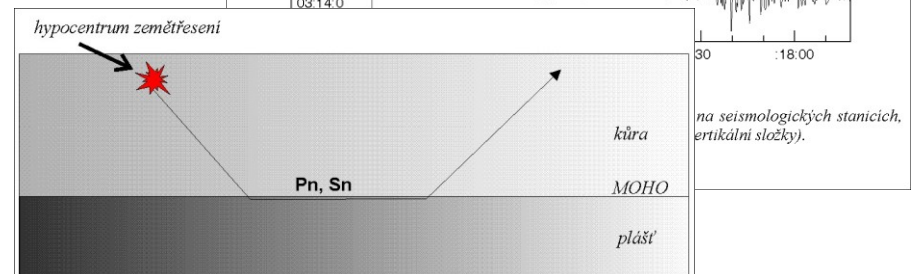
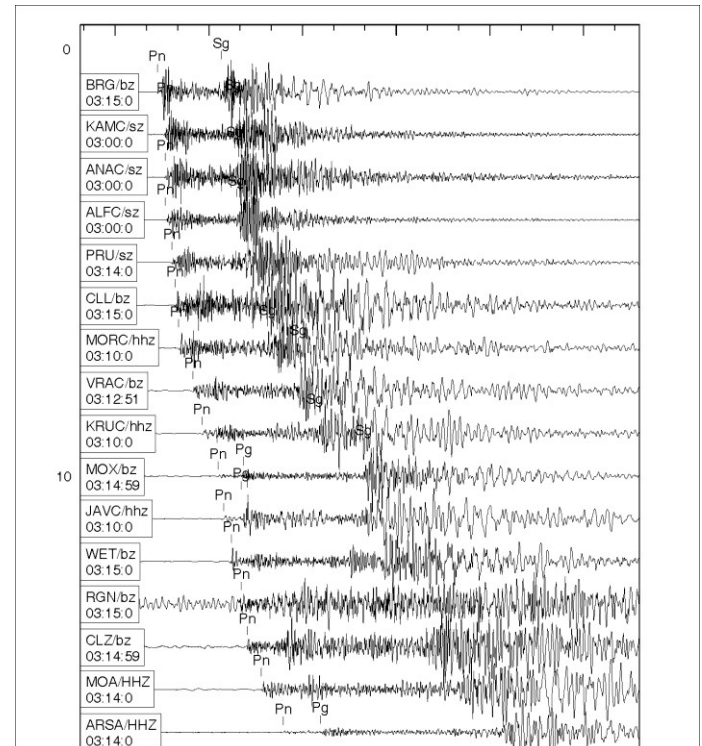
Beno Gutenberg (1889-1960)



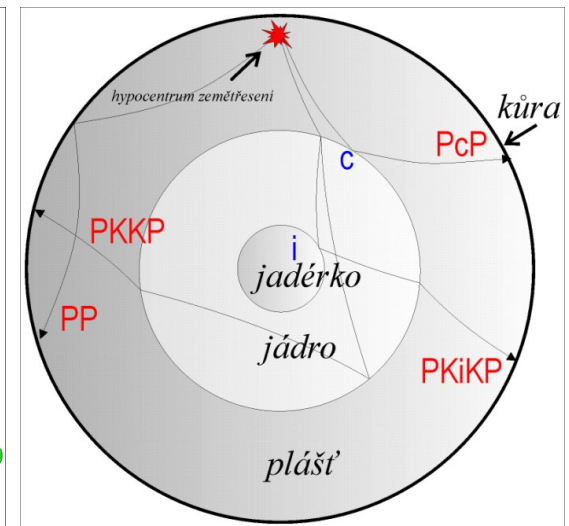
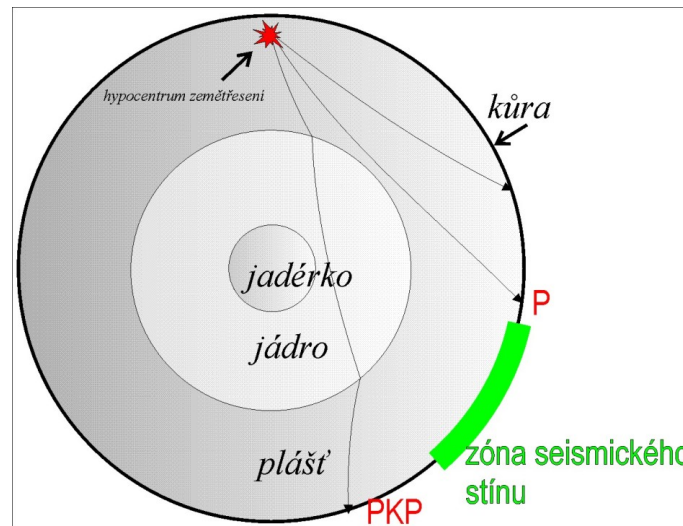
V roce **1909** odvodil **Mohorovičič** z křivek platných pro regionální seismické vlny existenci diskontinuity na rozhraní zemské kůry a pláště (**MOHO – Mohorovičičova diskontinuita**)



Andrija Mohorovičič (1857-1936)

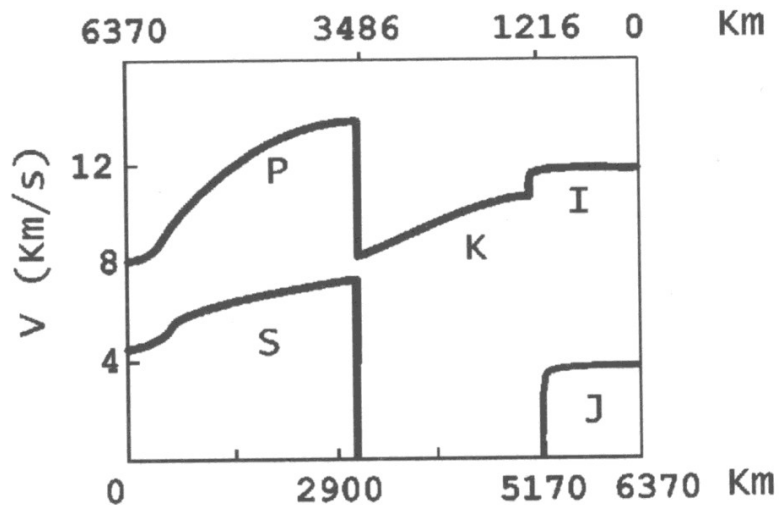


V roce **1935** publikovala **Lehmannová** hypotézu o existenci pevného jádérka, které odvodila na základě slabých podélných vln zjištěných v zóně seismického stínu v případě dvou silných zemětřesení na Novém Zélandu (v letech 1928 a 1931) – zaregistrované podélné vlny byly interpretovány jako vlny odražené na rozhraní vnějšího a vnitřního jádra (vlny PKiKP).



Inge Lehmannová (1888-1993)

V roce **1981** uveřejnili **Dziewonski** a **Anderson** tzv. **PREM** (Preliminary Reference Earth Model) model Země – jednorozměrný model závislosti rychlosti šíření seismických vln na hloubce.



Adam Dziewonski
(*1936)



Don L. Anderson
(*1933)

Fig. 9.22. Velocity distributions of P and S waves in the mantle, and in the outer and inner core.

PREM model ukazuje zřetelně rozdělení zemského tělesa na plášť, vnější jádro a vnitřní jádro, přičemž **vnější jádro nenese příčné vlny a není tedy rigidní.**

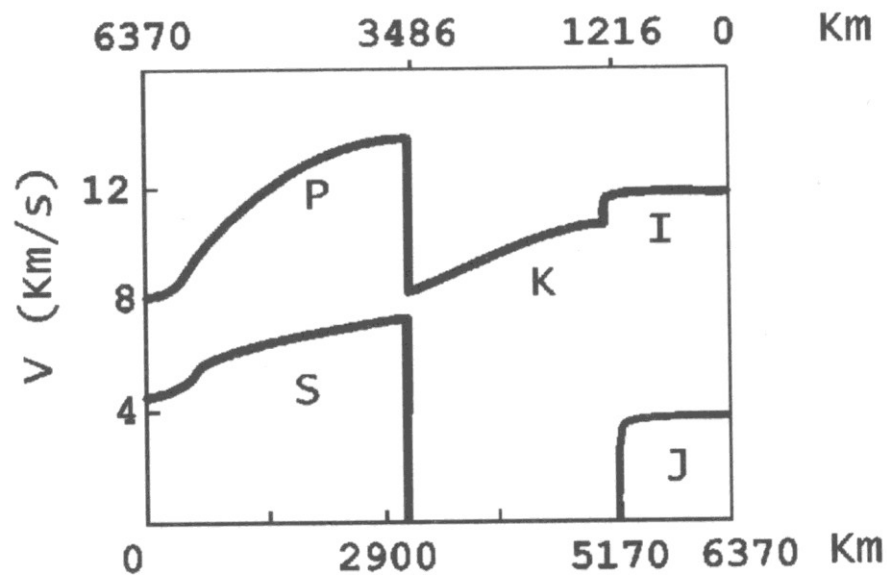
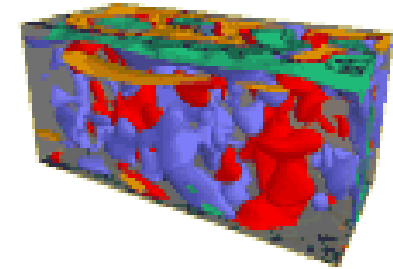
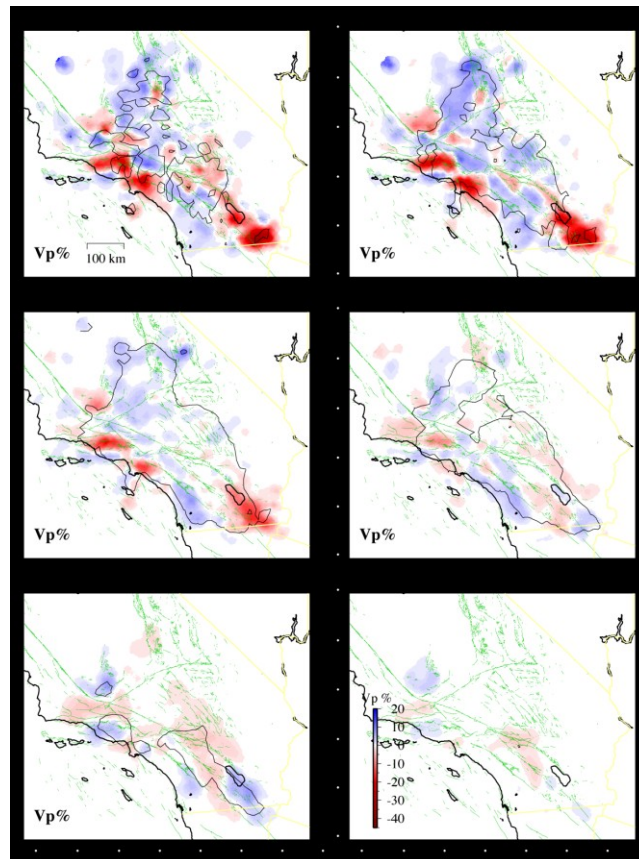


Fig. 9.22. Velocity distributions of P and S waves in the mantle, and in the outer and inner core.

Velké množství seismologických dat umožňuje třírozměrné studium struktur v Zemském nitru (**seismická tomografie**). První použitelné 3D seismické modely byly sestaveny v roce **1984**.



STUDIUM TEKTONICKÝCH POHYBŮ

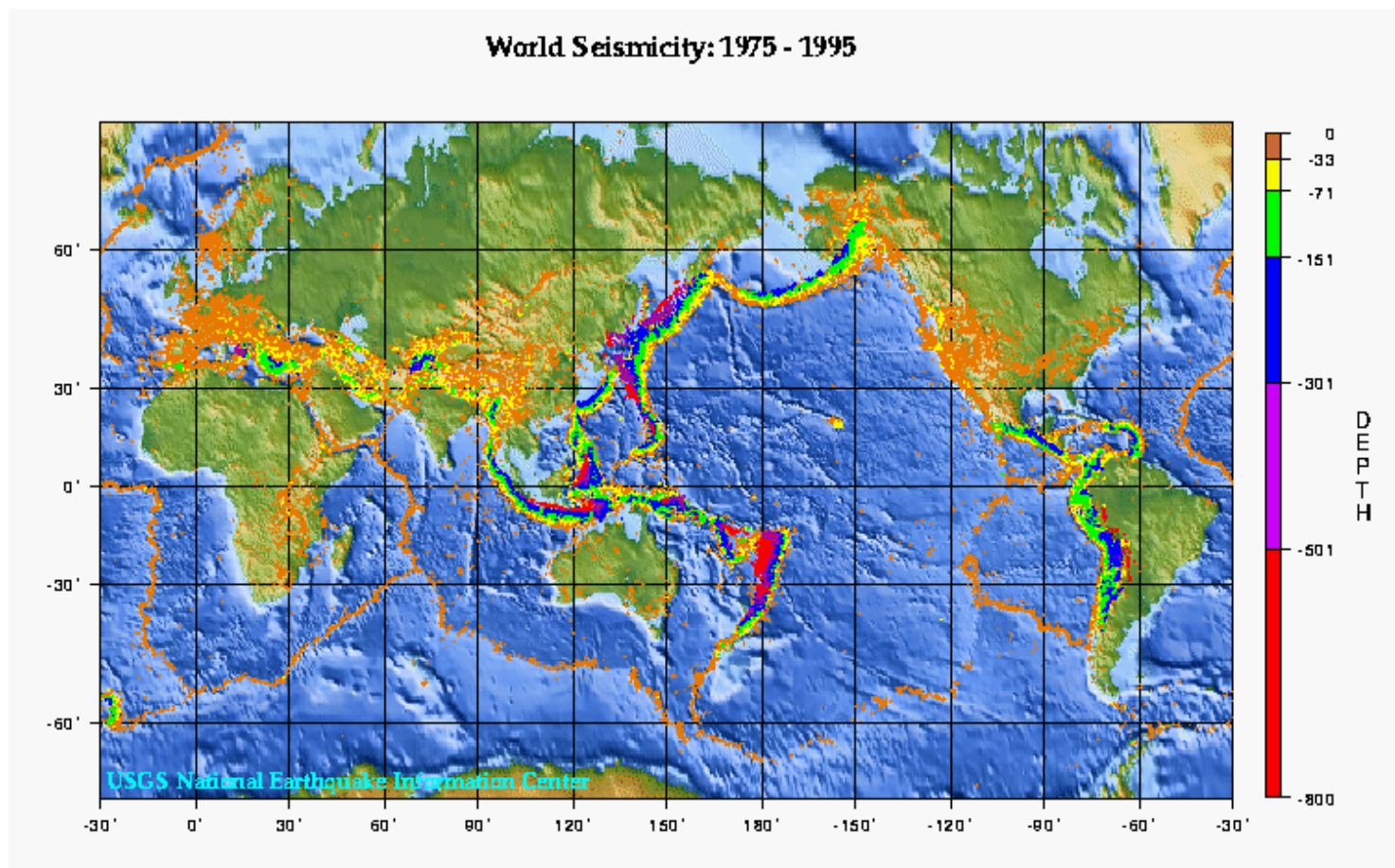
Studiem stavby zemské kůry a svrchního pláště na základě analýzy seismického signálu produkovaného známým zdrojem (obvykle umělým odpalem) se zabývá **seismika**.

Některé informace o strukturách v zemské kůře a plášti jsou ale získávány také pomocí seismologického monitorování přirozených zemětřesení (tedy jevů s neznámou polohou hypocentra).

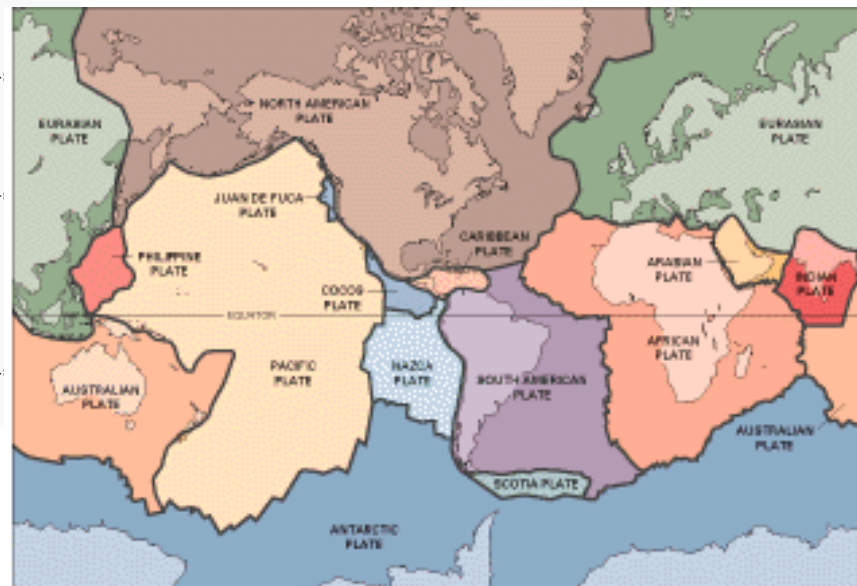
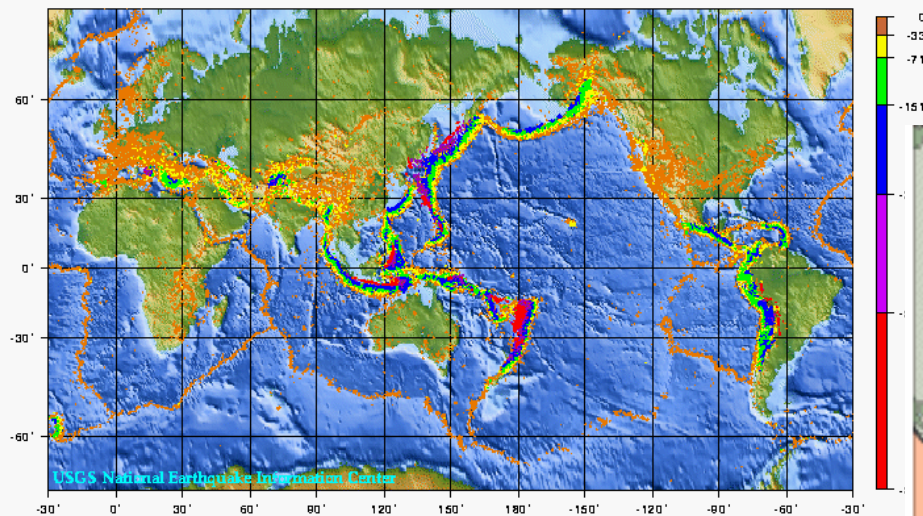
Přirozená zemětřesení souvisí obvykle s recentní seismickou aktivitou tektonických struktur. Monitorování této aktivity a studium jejího charakteru poskytuje významné informace o charakteru recentních tektonických procesů spjatých s danými strukturami.

Studium globální tektoniky

Distribuce zemětřesení je na povrchu Země velmi nerovnoměrná.



World Seismicity: 1975 - 1995



Zemětřesení se soustředí především do relativně úzkých zón. Zmíněné seismicky nejaktivnější zóny, kde dochází k nejvýraznějšímu tektonickému namáhání, odpovídají okrajům litosférických desek.

PŘÍKLADY APLIKACE GEOFYZIKÁLNÍCH METOD

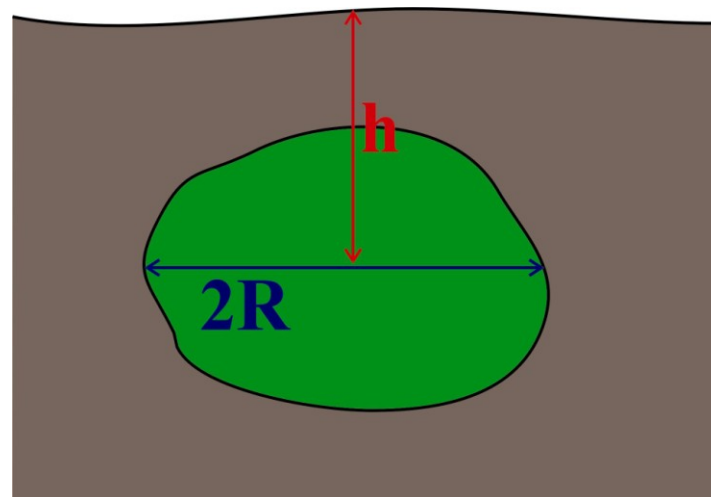
(gravimetrie, magnetometrie)

J. Havíř

Josef.Havir@ipe.muni.cz

PŘÍKLAD 1: URČENÍ VELIKOSTI A HLOUBKY PLUTONU (GRAVIMETRIE)

Problém: Byla zjištěna tíhová anomálie, způsobená dioritovým tělesem, které intrudovalo do krystalinika tvořeného převážně svory a fylity. Průměrná hustota dioritu je 2900 kg/m^3 ; průměrná hustota okolního krystalinika je 2650 kg/m^3 . Chceme určit hloubku a velikost tělesa. Tvar tělesa dioritu modelujeme koulí.



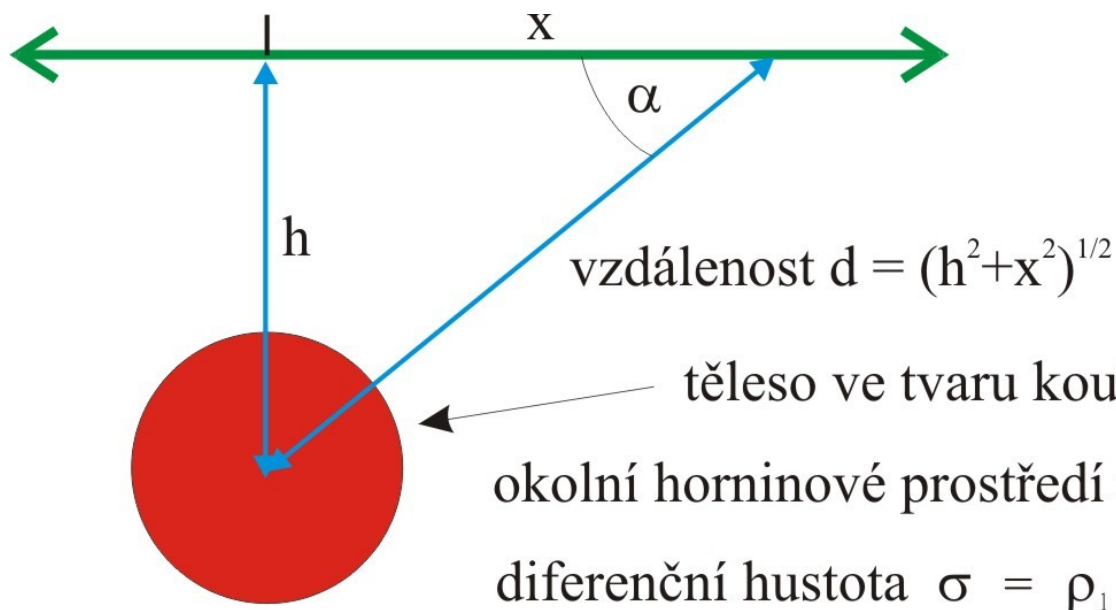
Účinek hmotné koule

Pro gravitační zrychlení g obecně platí:

$$g = \frac{\tau}{d^2}$$

Vzdálenost je ale:

$$d = \sqrt{x^2 + h^2}$$

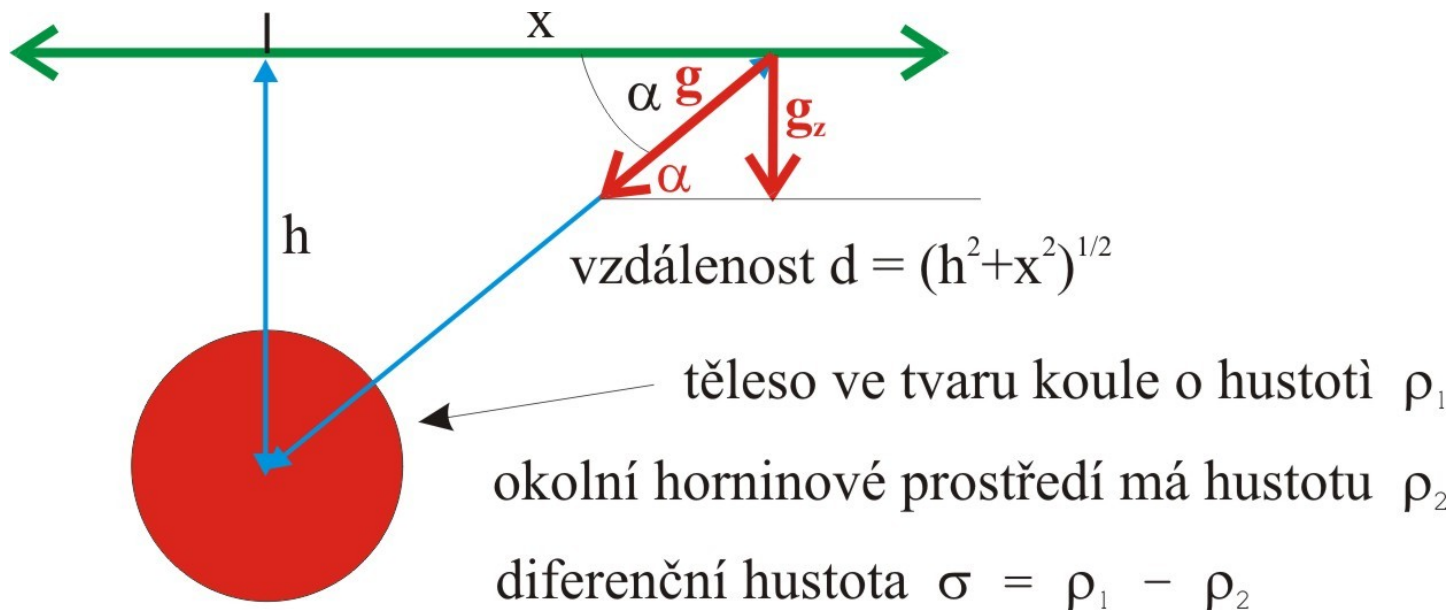


Gravitační zrychlení tedy je dáno:

$$g = \frac{\kappa I}{x^2 + \frac{1}{2}}$$

Podle zadání nás ale zajímá pouze vertikální složka gravitačního zrychlení g_z :

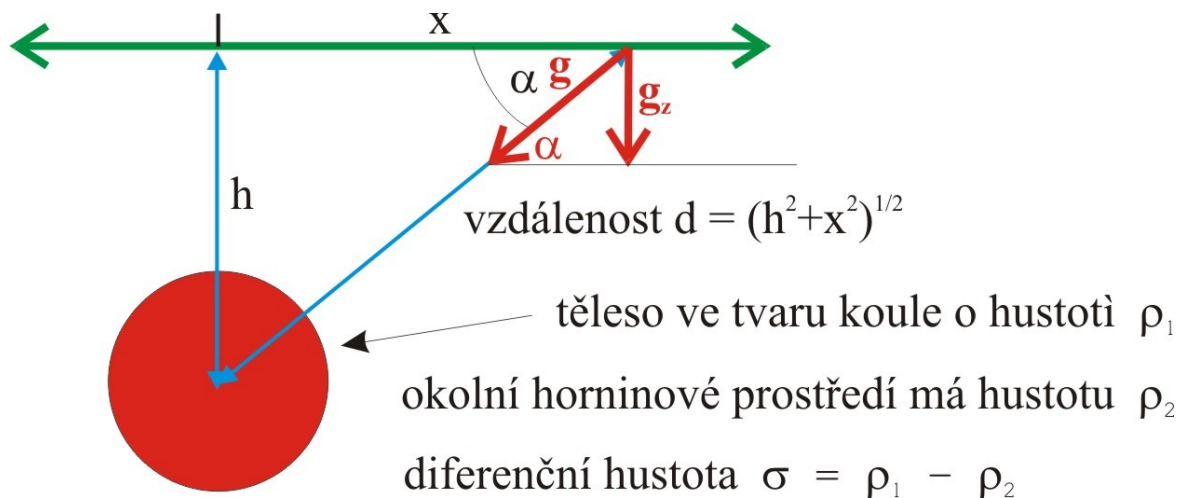
$$g_z = g \sin \alpha$$



Současně ale vidíme, že $\sin \alpha$ si můžeme vyjádřit jako:

$$\sin \alpha = \frac{h}{d}$$

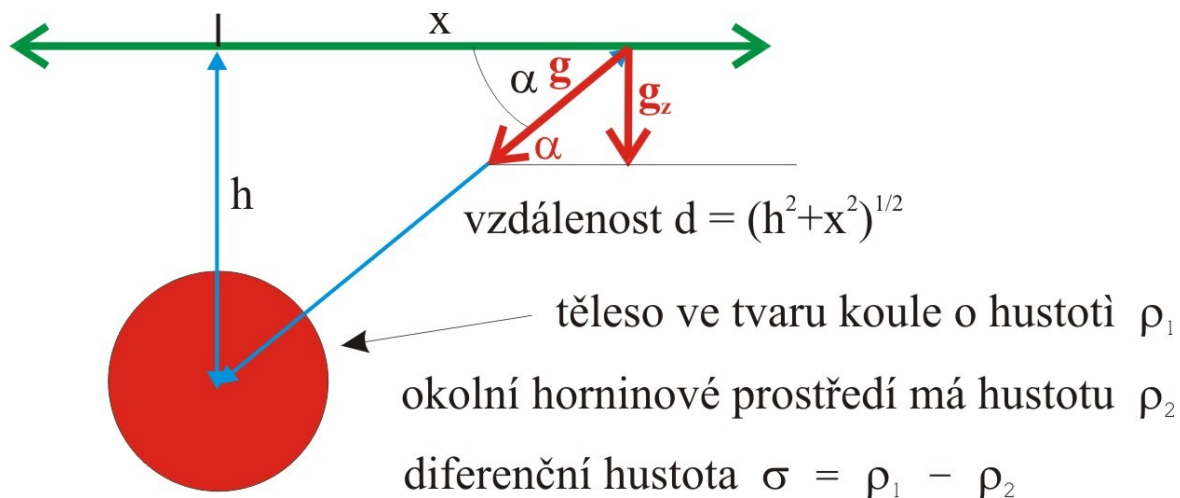
$$d = \sqrt{x^2 + h^2}$$



Tedy:

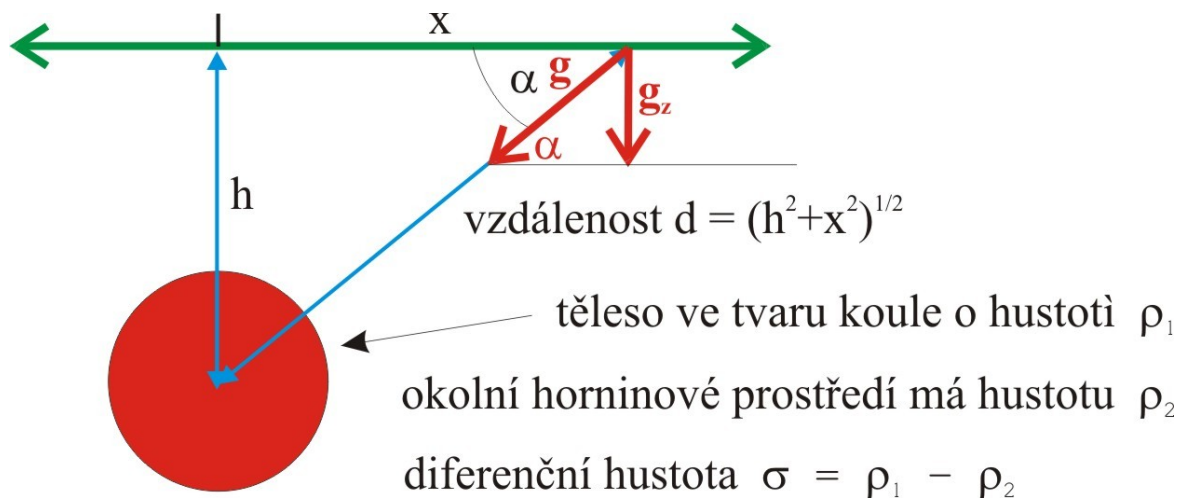
$$g_z = g \sin \alpha = \frac{\kappa I}{x^2 + h^2} \frac{h}{\sqrt{x^2 + h^2}} = \frac{\kappa I h}{\sqrt{(x^2 + h^2)^3}}$$

Neznáme hmotnost M a hloubku těžiště h .



Hmotnost M je v našem případě nutno chápat nikoli jako celou hmotnost koule, ale jako diferenční hmotnost (oč je hmotnost odlišná od hmotnosti okolního prostředí o stejném objemu). M tedy závisí na objemu a na diferenční hustotě σ :

$$M = \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \sigma$$

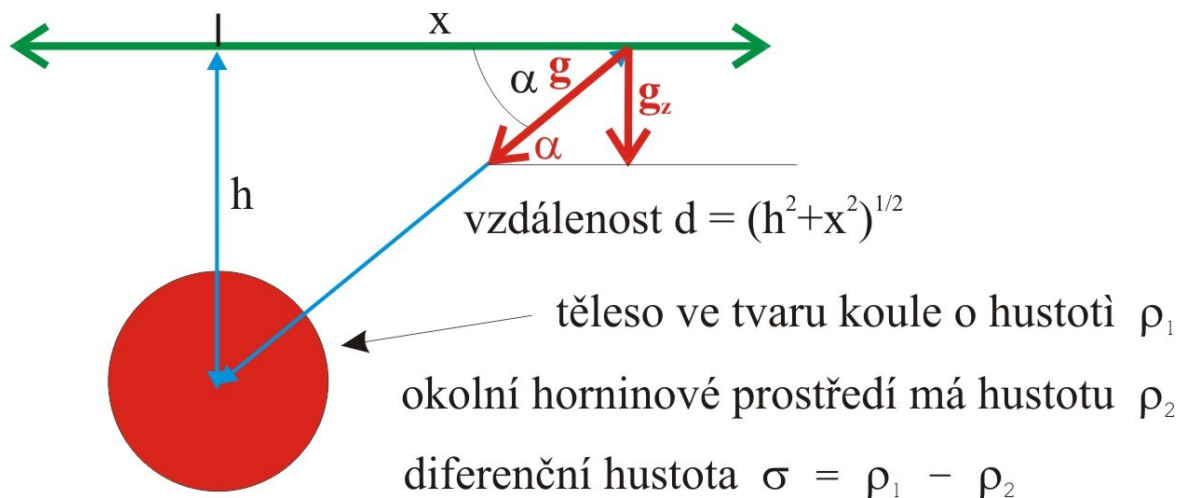


Diferenční hustota σ je v našem případě

$$\sigma = \rho_{\text{poritu}} - \rho_{\text{krystalinika}} = 1900 - 1650 = 250 \text{ kg/m}^3$$

Neznáme velikost tělesa (poloměr R)

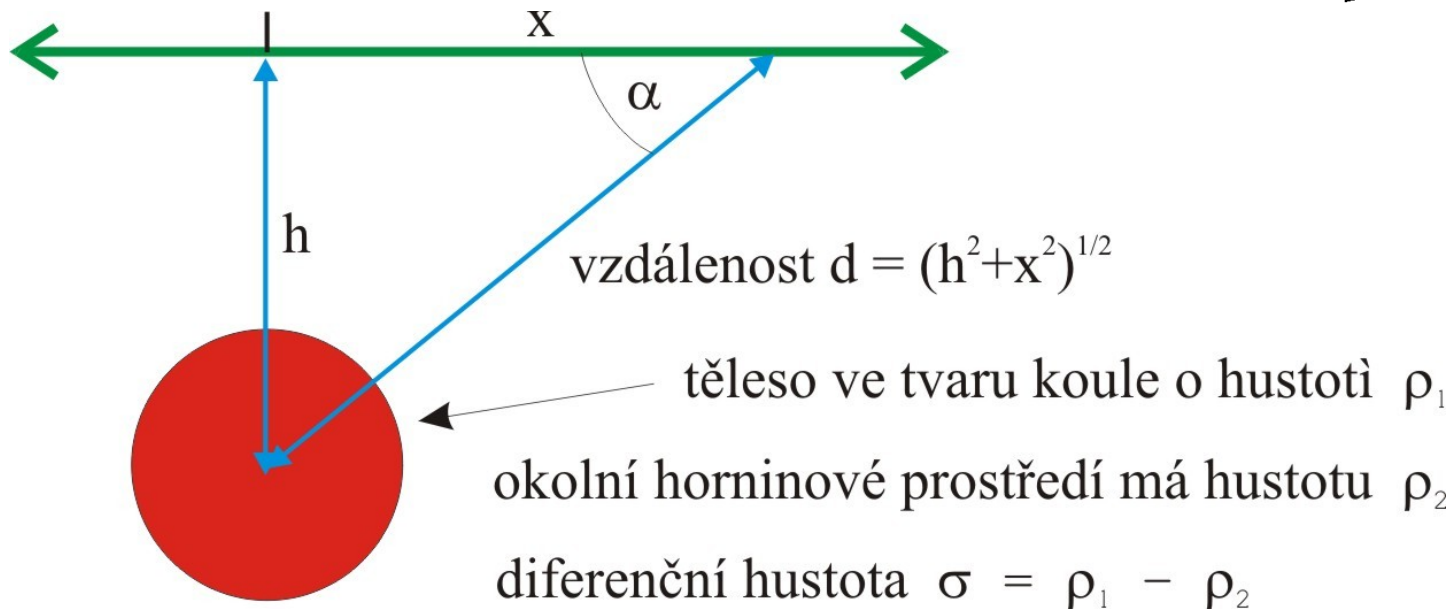
$$M = \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \sigma$$



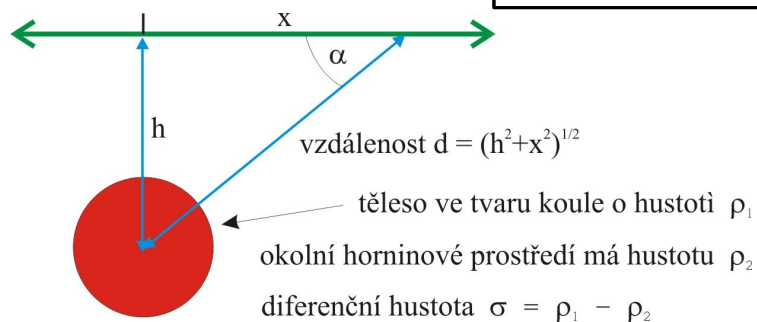
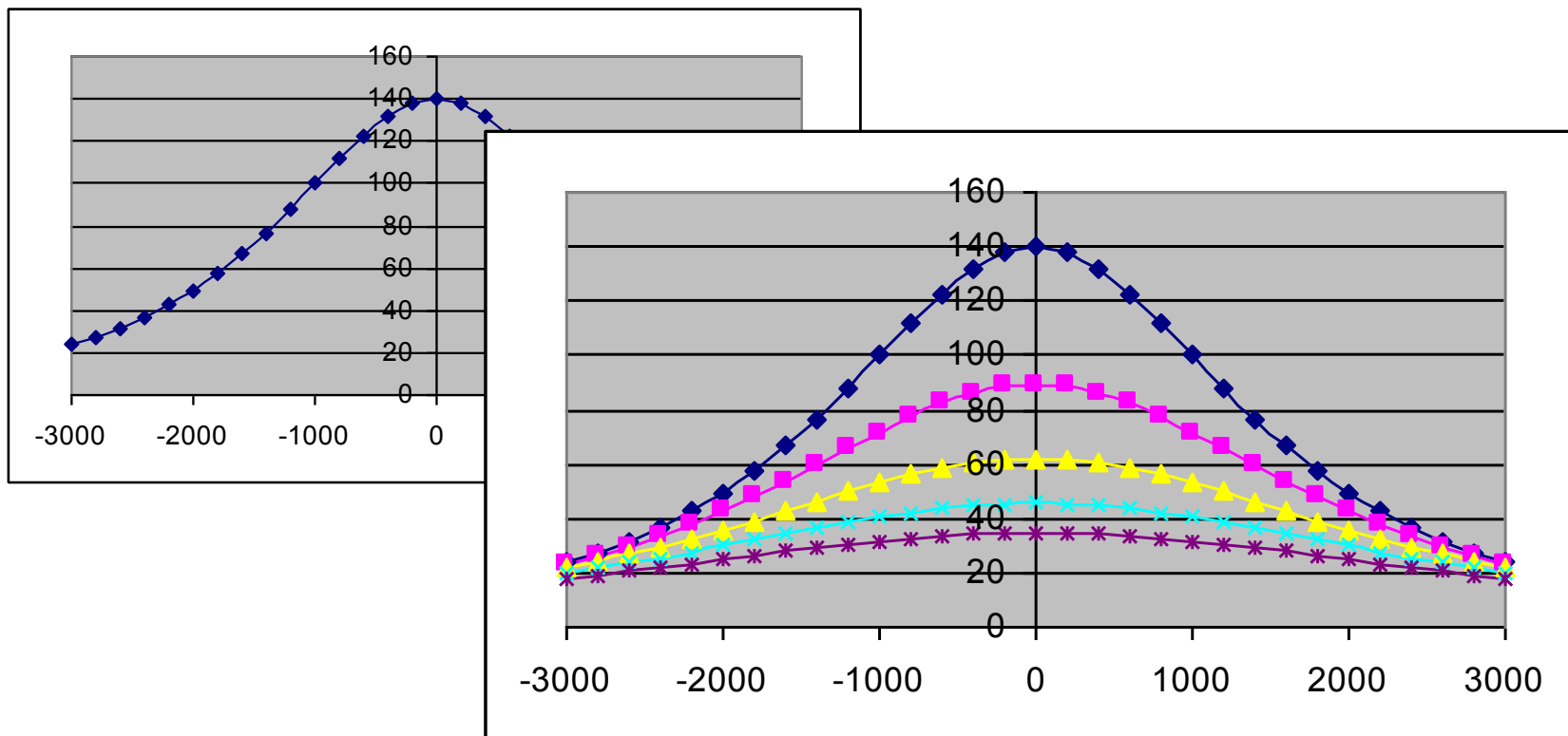
Vztah hloubky těžiště a šířky tíhové anomálie

Zkusíme sestavit graf tíhové anomálie s využitím vzorce:

$$g_z = \frac{\kappa \Delta \rho h}{\sqrt{h^2 + x^2}}$$

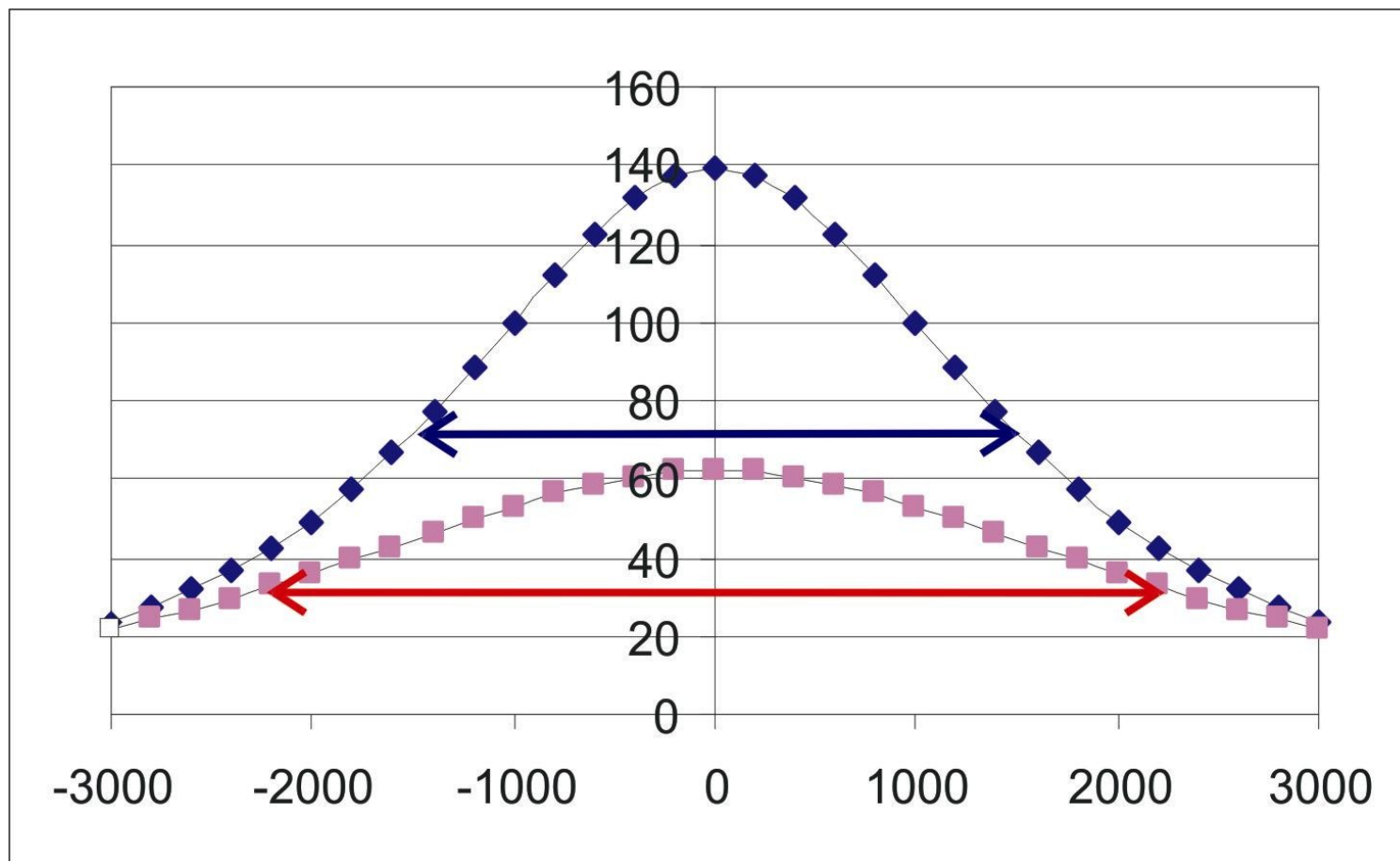


Nyní budeme zvětšovat hloubku těžiště a sledovat změny v grafu

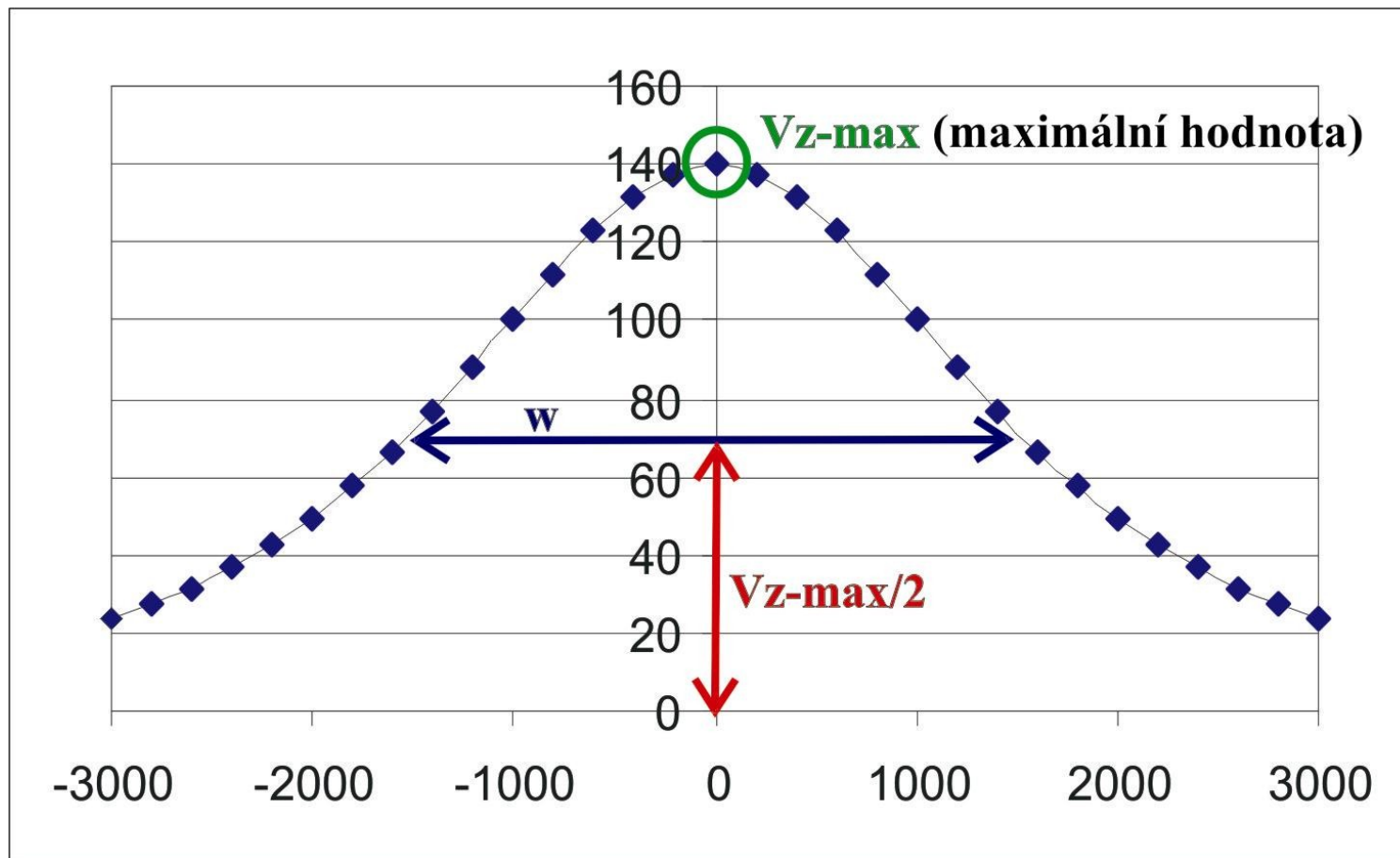


$$g_z = \frac{\kappa 1h}{\sqrt{\kappa^2 + 2^3}}$$

S rostoucí hloubkou klesá roste šířka křivky tíhového účinku v úrovni odpovídající polovině maximální hodnoty tíhové anomálie.



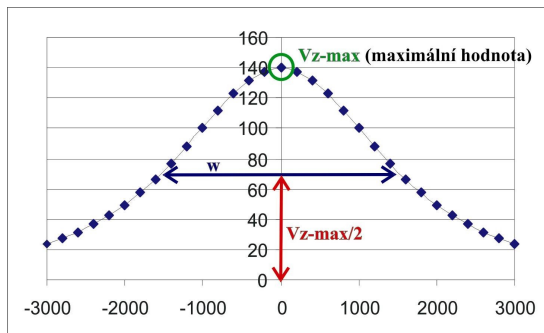
Šířku křivky tíhového účinku v úrovni odpovídající polovině maximální hodnoty tíhové anomálie označíme jako w .



Lze ukázat, že pro šířku w platí jednoduchý vztah:

$$h = 1,65 \cdot w$$

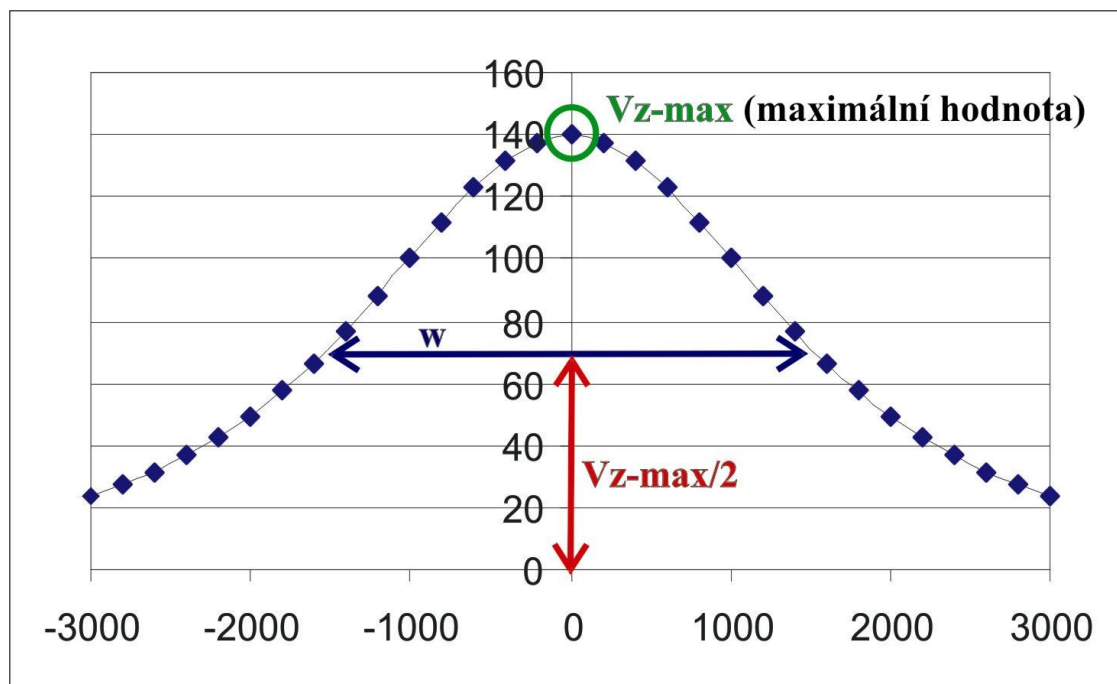
Z šířky křivky tíhového účinku v úrovni odpovídající polovině maximální hodnoty tíhové anomálie tedy snadno určíme hloubku těžiště hmotné koule, která daný tíhový účinek způsobuje.



Maximální hodnota tíhového účinku je cca $140 \mu\text{m/s}^2$

Šířka křivky tíhového účinku v úrovni odpovídající polovině maximální hodnoty tíhové anomálie je cca 3060 m.

Hloubka těžiště hmotné koule je cca 1989 m \approx 2000 m.



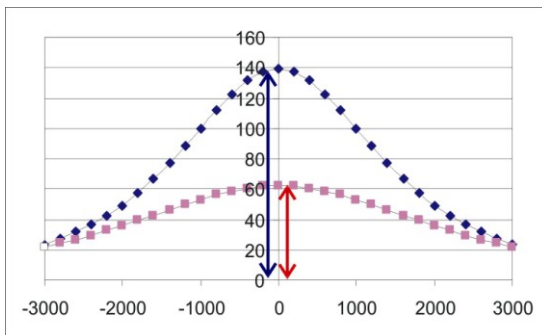
$$h = 1,65 \cdot w$$

Vrátíme se ke vztahu pro maximální hodnotu tíhové anomálie.

Maximální hodnota tíhové anomálie je nepřímo úměrná druhé mocnině hloubky těžiště hmotné koule a současně přímo úměrná její hmotnosti.

Neznáme hmotnost, protože neznáme velikost. Ale již známe hloubku. Můžeme tedy dopočítat hmotnost a velikost.

$$g_{z-\max} = \frac{c}{h^2}$$



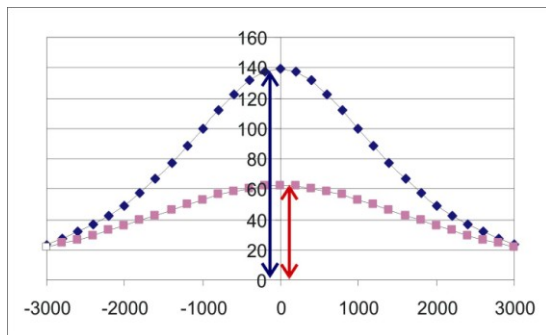
Vyjádříme diferenční hmotnost a dosadíme.

$$M = \frac{h^2 \cdot g_{z-\max}}{\kappa} = \frac{2000^2 \cdot 140 \times 10^{-6}}{6,67 \times 10^{-11}} = 3,4 \times 10^{12} \text{ kg}$$

Maximální tíhový účinek $g_{z-\max} \approx 140 \mu\text{m/s}^2$

Hloubka $h \approx 2000 \text{ m}$

Gravitační konstanta $\kappa = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

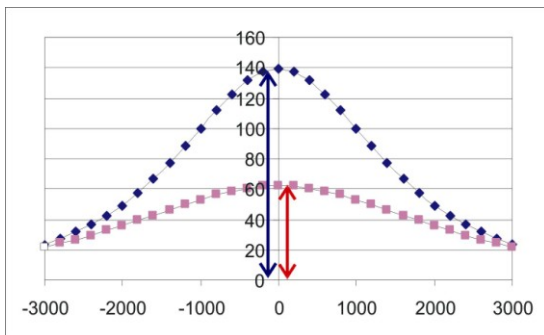


Vztah mezi diferenční hmotností a velikostí tělesa je:

$$M = \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \sigma$$

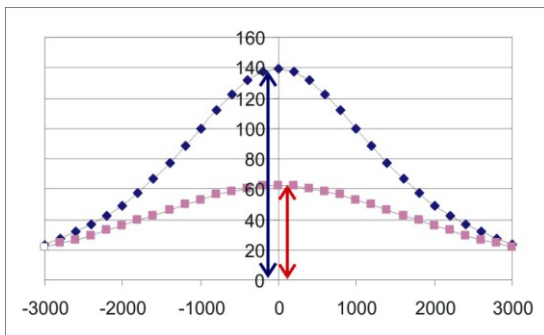
Tj.

$$M = \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \sigma \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{3M}{4\pi\sigma}}$$



Dosadíme a vypočteme poloměr hmotné koule:

$$R = \sqrt{\frac{3M}{4\pi\sigma}} = \sqrt{\frac{3.8,4 \times 10^{12}}{4.3,14.250}} = 1000m$$

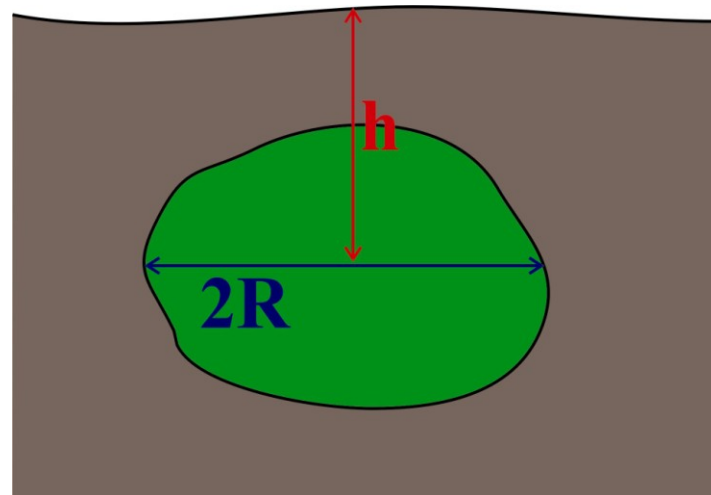


Závěr:

Hloubka těžiště dioritového tělesa je cca 2000 m.

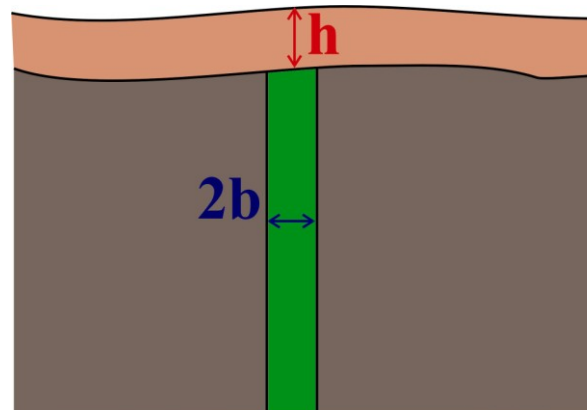
Poloměr tělesa je cca 2000m.

Tj. těleso se v horní partii dotýká povrchu a sahá do hloubky přibližně 4000 m.



PŘÍKLAD 2: URČENÍ HLOUBKY HORNÍHO OKRAJE ŽÍLY (MAGNETOMETRIE)

Problém: Na severo-j jižním profilu byla zjištěna magnetická anomálie, způsobená strmou východo-západní bazaltovou žilou, která proráží sedimenty. Žíla je překryta zvětralinovým pláštěm a nevychází až na povrch. Magnetická susceptibilita výplně žíly je 0,008, indukce normálního magnetického pole má hodnotu 50.000nT, magnetická inklinace je 65° . Chceme určit hloubku horního okraje žíly a mocnost žíly.



Účinek svislé desky

V případě severo-jížního profilu jdoucího kolmo na svislou desku je vztah pro magnetický účinek:

$$\Delta T(x) = - \frac{\kappa T_0 2b}{2\pi (h^2 + x^2)} \left(\cos \alpha I_n + \sin \alpha I_n \right)$$

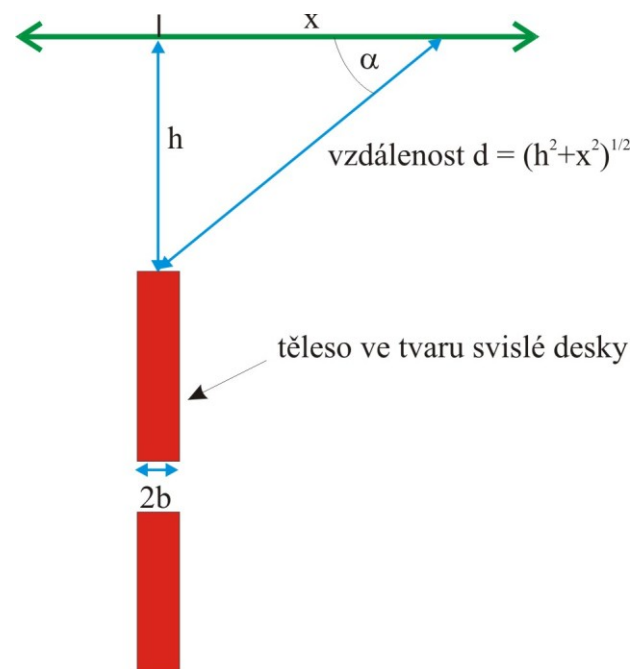
κ ... susceptibilita

T_0 ... indukce normálního mag. pole

I_n ... inklinace normálního mag. pole

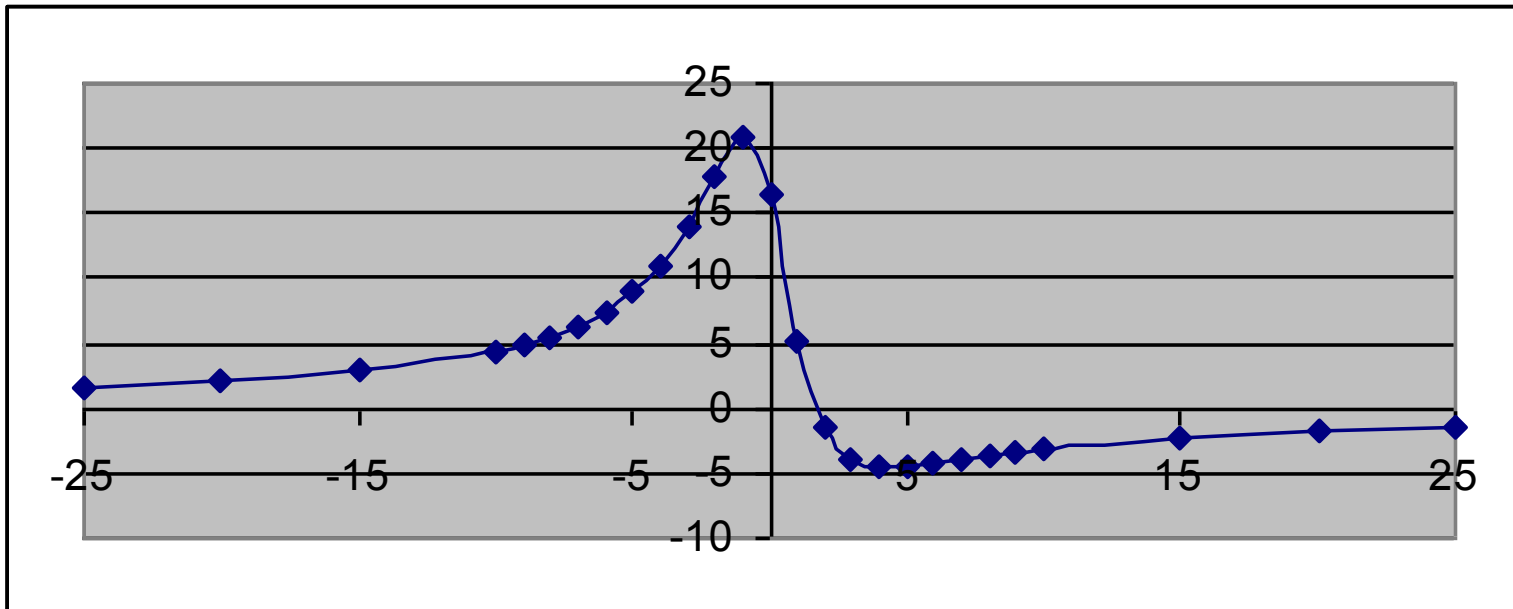
h ... hloubka horního okraje desky

$2b$... mocnost desky

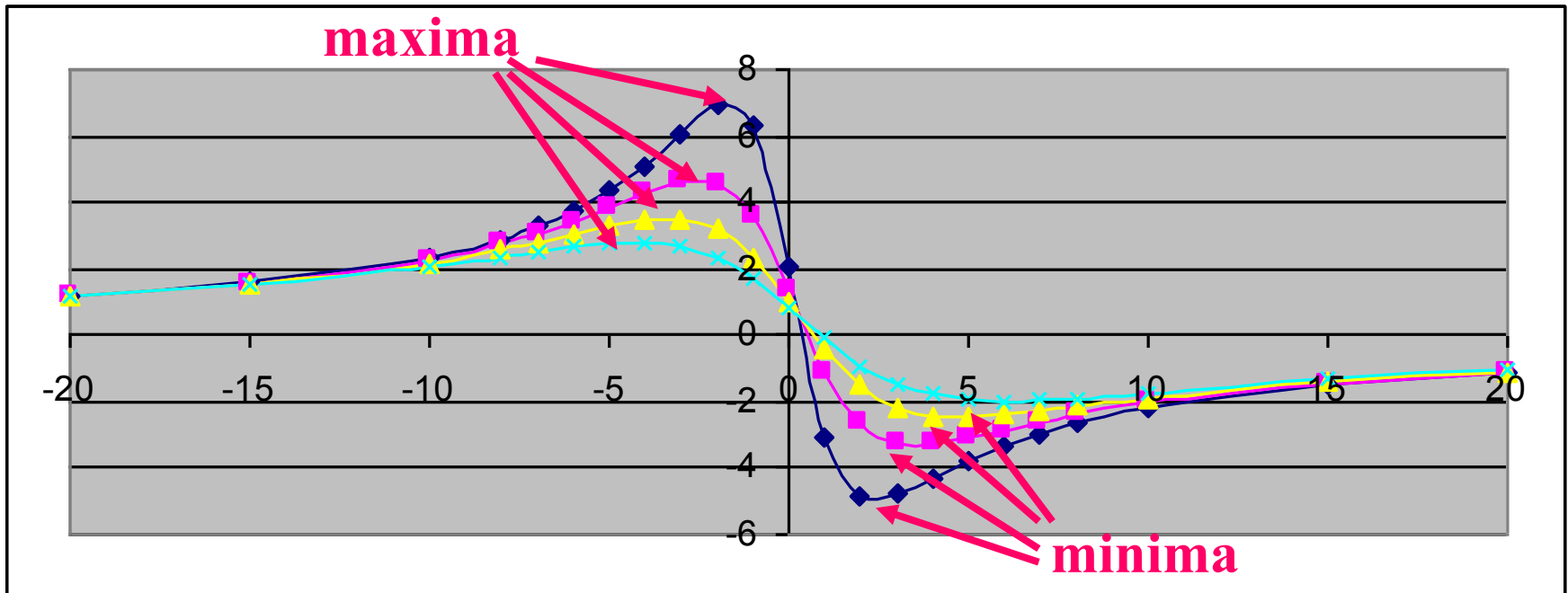


Graf magnetického účinku je obecně asymetrický a má jedno globální minimum a jedno globální maximum

$$\Delta(x) = -\frac{\kappa_0 2b}{2\pi (a^2 + x^2)} \left(\cos \left(\frac{I_n}{a^2 + x^2} \right) + \sin \left(\frac{I_n}{a^2 + x^2} \right) \right)$$

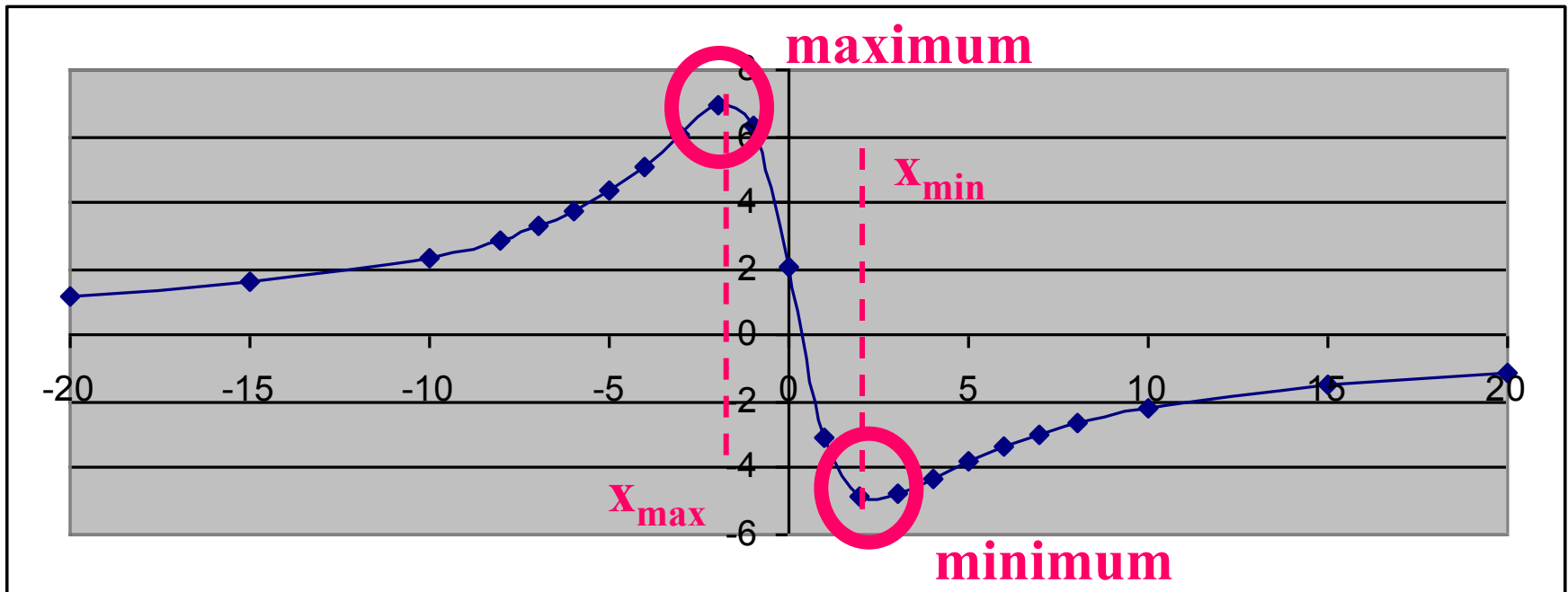


Zjišťujeme, že se s rostoucí hloubkou jednak zmenšuje absolutní hodnota ΔT v minimu a maximu funkce ΔT , a jednak že se od sebe vzdalují x-ové souřadnice maxima minima.



Vzdálenost x-ových souřadnic minima a maxima funkce ΔT závisí na hloubce. Lze ukázat, že platí vztah:

$$h = \frac{k_{\min} - k_{\max}}{2} \frac{\sin 2I_n}{\dots}$$

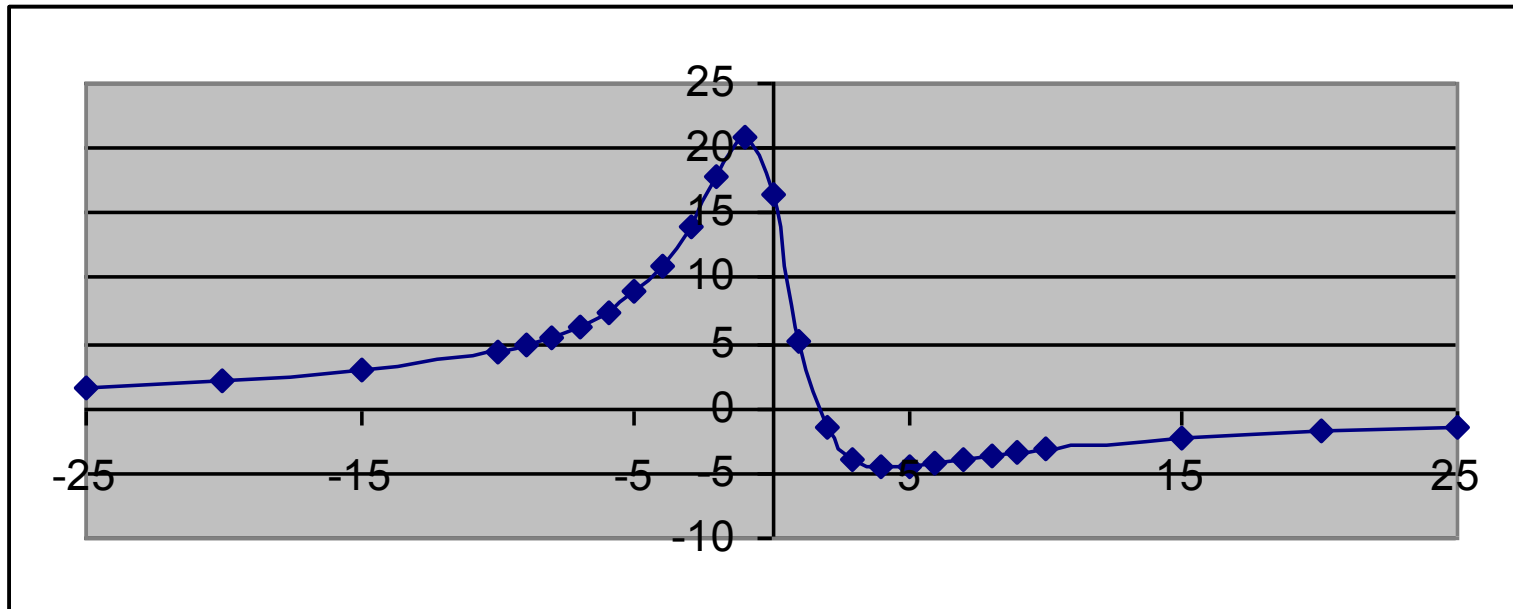


$$X_{\max} \approx -1$$

$$X_{\min} \approx 4$$

$$I_n \approx 65^\circ$$

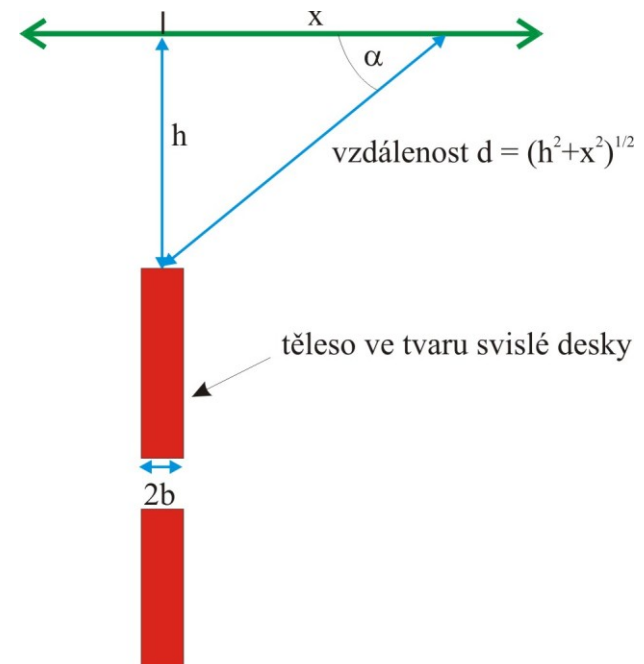
$$h = k_{\min} - k_{\max} \frac{\sin 2I_n}{2} = 4 - 1 \frac{\sin 130^\circ}{2} = ,9 \approx 1 \text{ m}$$



Nyní se vrátíme k obecnému vztahu pro magnetický účinek svislé desky a odvodíme mocnost $2b$

$$\Delta(x) = - \frac{\kappa T_0 2b}{2\pi(k^2 + \dots)} \left(\cos \dots + \sin \dots \right) \Leftrightarrow$$

$$2b = - \frac{\Delta T \cdot 2\pi(k^2 + \dots)}{\kappa T_0 \left(\cos \dots + \sin \dots \right)}$$

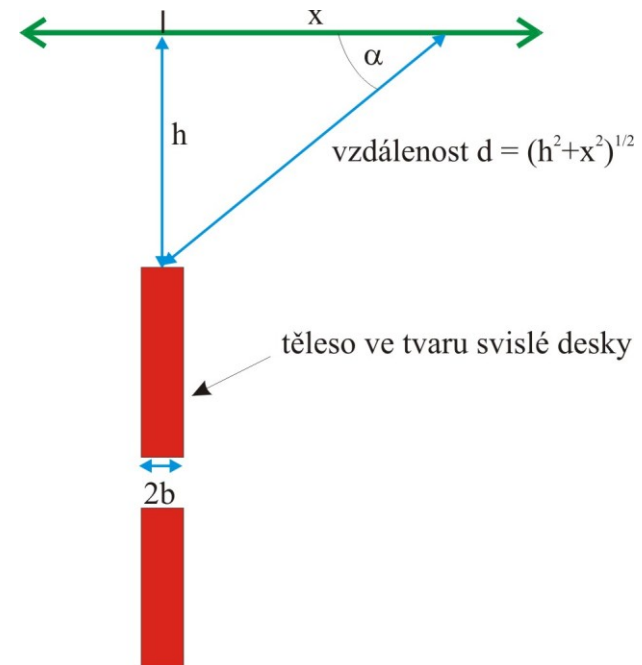


Vztah by měl platit pro každé staničení x , tedy i pro $x=0$.
 Vzorec tak můžeme výrazně zjednodušit.

$$2b = \frac{\Delta T \cdot 2\pi (k^2 + \dots)}{\kappa T_0 (h \cos \alpha I_n + \dots \sin \alpha I_n)}$$

$$2b = \frac{\Delta T \cdot 2\pi (k^2 + \dots)}{\kappa T_0 (h \cos \alpha I_n + \dots \sin \alpha I_n)} =$$

$$= \frac{\Delta T \cdot 2\pi h^2}{\kappa T_0 h \cos \alpha I_n} = \frac{\Delta T \cdot 2\pi h}{\kappa T_0 \cos \alpha I_n}$$



Nyní můžeme dosadit:

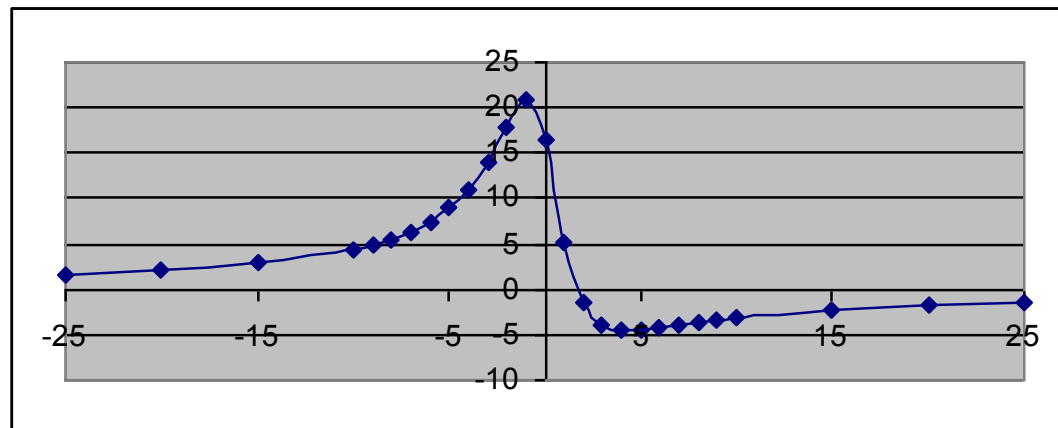
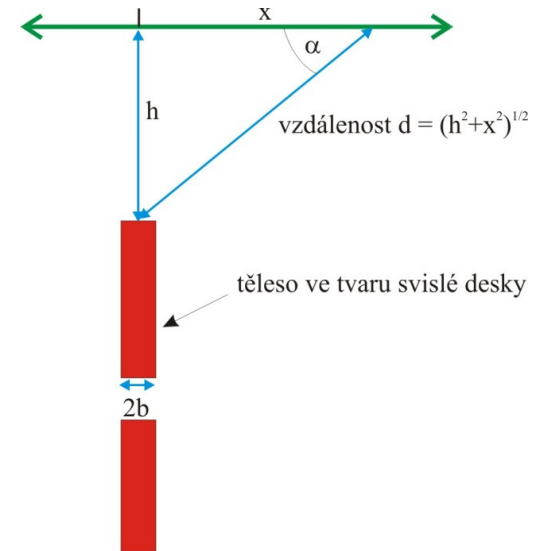
susceptibilita $\kappa = 0,008$

indukce normálního mag. pole $T_0 = 50.000 \text{ nT}$

magnetická inklinace $I_n = 65^\circ$

magnetický účinek pro $x=0$ $\Delta T(0) = 16,37 \text{ nT}$

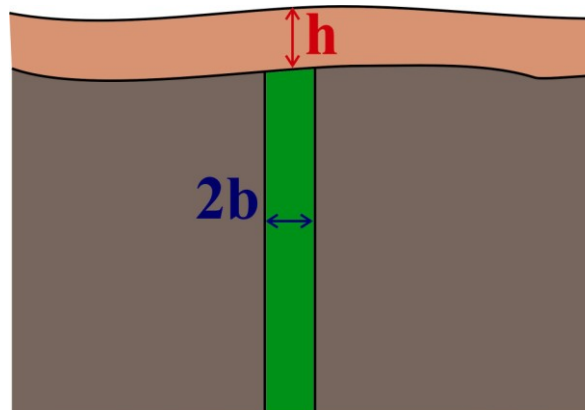
$$2b = - \frac{\Delta T \cdot 2\pi h}{\kappa T_0 \cos(I_n)} = - \frac{16,37 \times 10^{-9} \times 0,14 \times 10^{-1}}{0,008 \times 50000 \times \cos(30^\circ)} = 0,8 \text{ m}$$



Závěr:

Hloubka horního okraje svislé východo-západní bazaltové žíly je cca 2 m.

Mocnost žíly je 0,8 m.

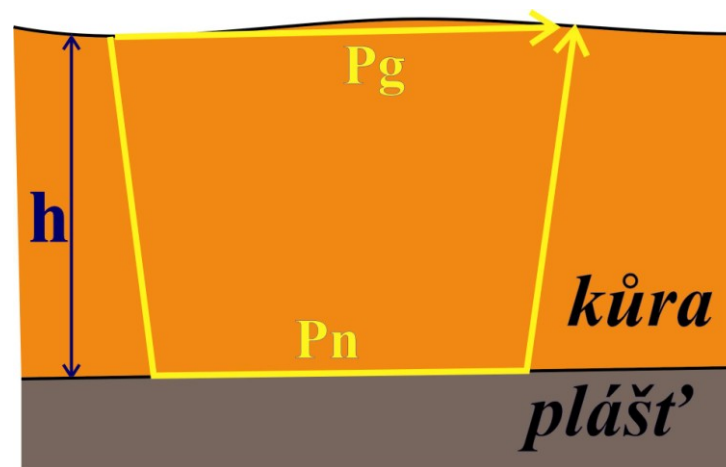
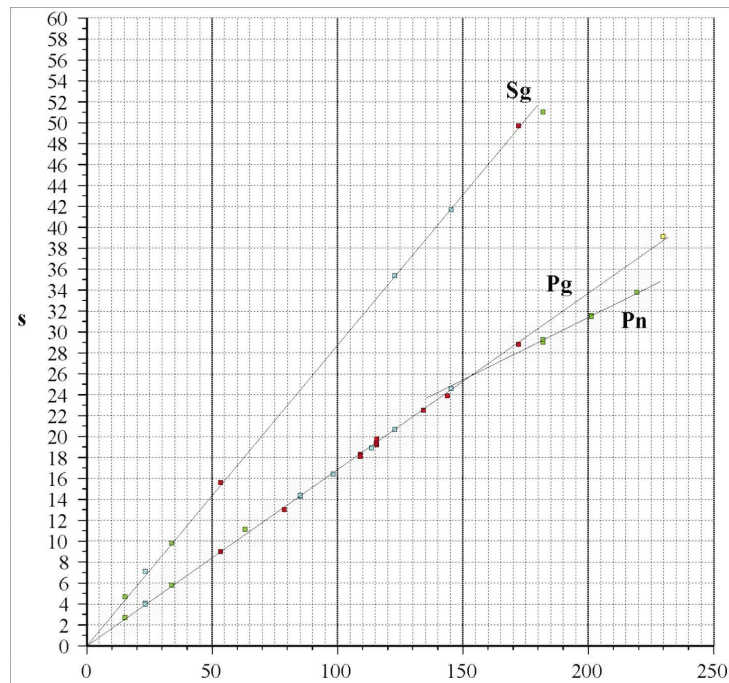


PŘÍKLADY APLIKACE GEOFYZIKÁLNÍCH METOD (seismika)

**J. Havíř
Josef.Havir@ipe.muni.cz**

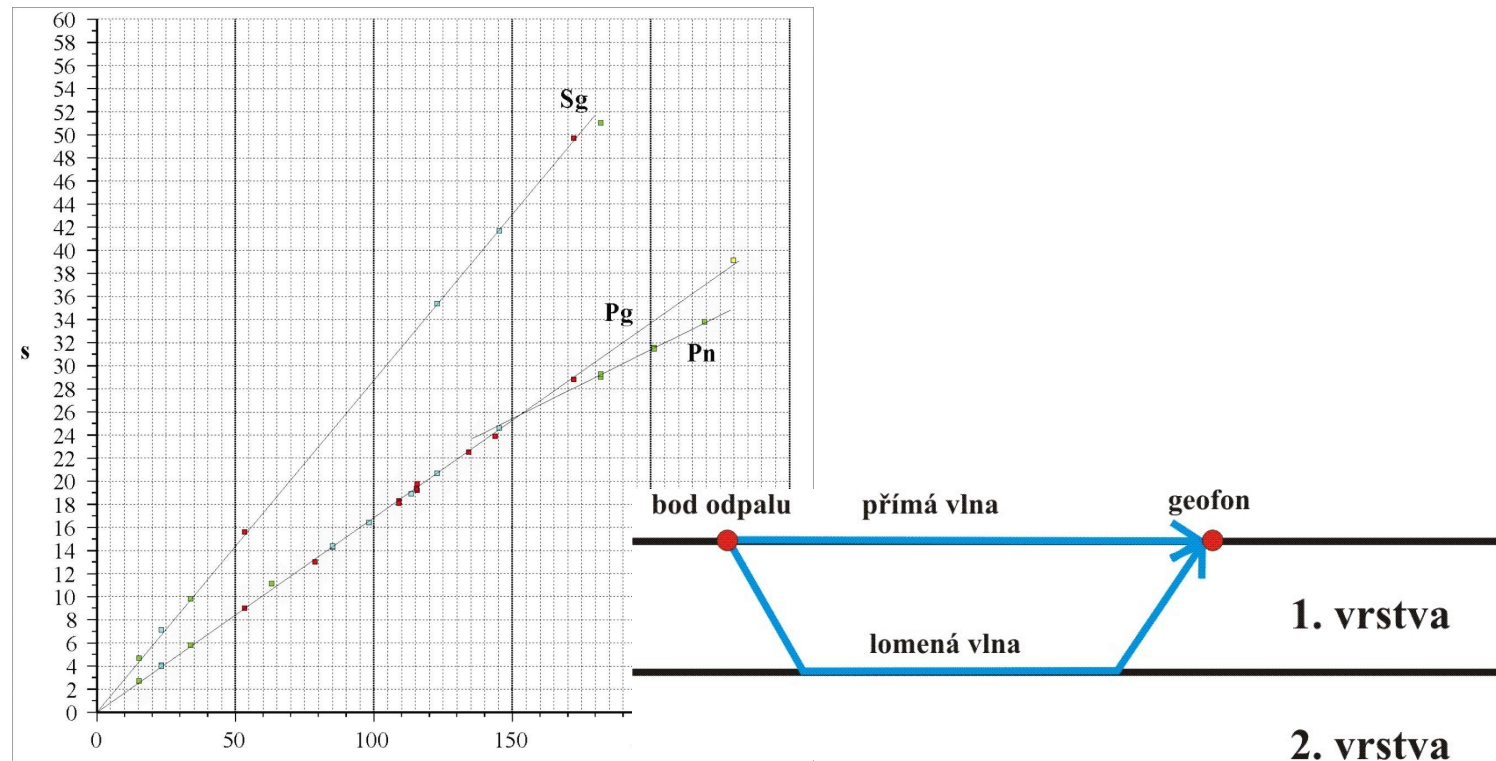
PŘÍKLAD 3: MOCNOSTI ZEMSKÉ KŮRY Z HODOCHRONY LOMENÉ VLNY (SEISMIKA)

Problém: Při seismickém experimentu byla získána data, z nichž byla sestrojena hodochrona přímé vlny P_g a vlny lomené podél MOHO rozhraní P_n . Chceme určit rychlosti vln P_g a P_n a mocnost kůry.



Vyjdeme z dvouvrstevného modelu. První vrstva bude representovat zemskou kůru, druhá vrstva zemský plášť.

Známe hodochrony přímé a lomené vlny. **Hodochrona** je křivka popisující závislost mezi časem detekce a vzdáleností od bodu odpalu. V homogenním prostředí je tato závislost přímková.

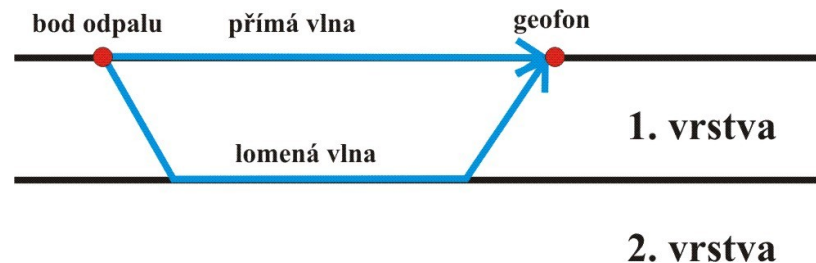
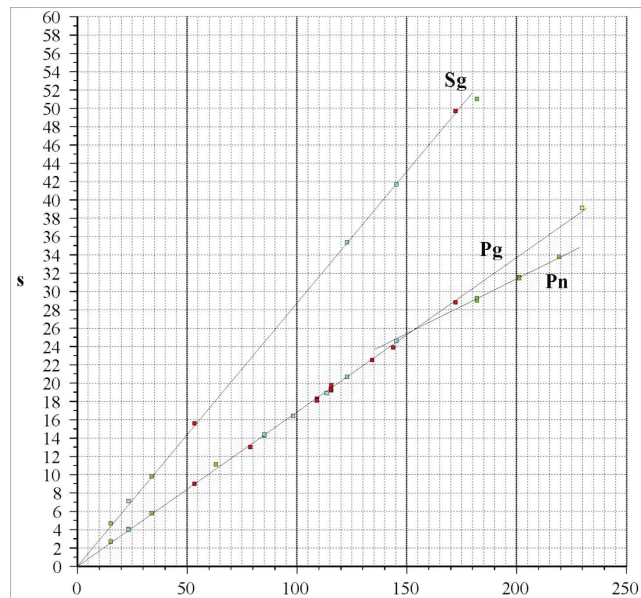


Hodochrona vlny přímé

Přímá vlna se pohybuje pouze 1.vrstvou a to po nejkratší dráze. Je detekována v epicentrální vzdálenosti x v čase t , pro který platí:

$$t = \frac{x}{v_1}$$

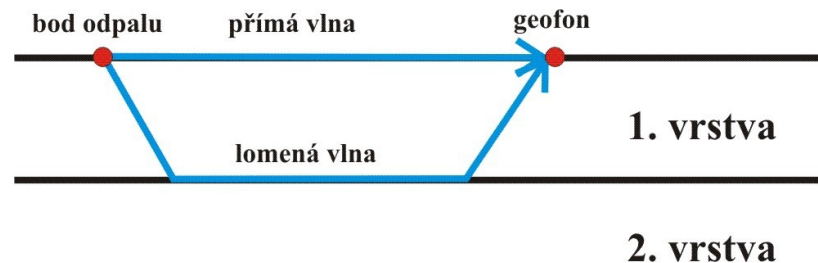
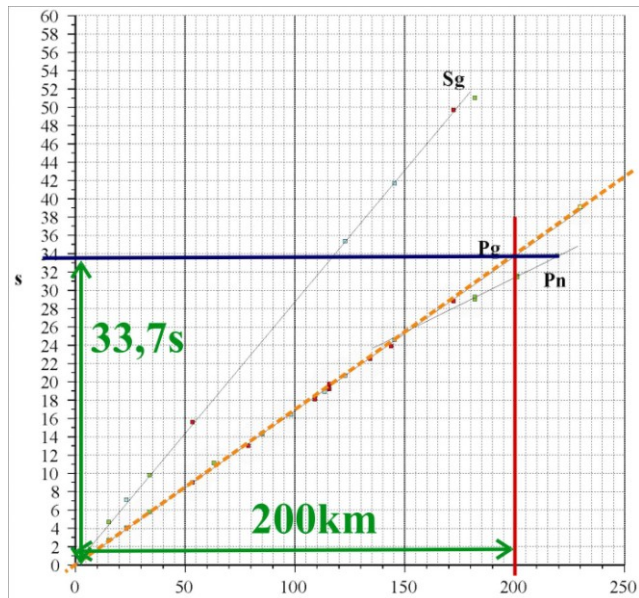
kde v_1 je rychlost seismické vlny v 1. vrstvě.



Pro rychlost v_1 tedy platí:

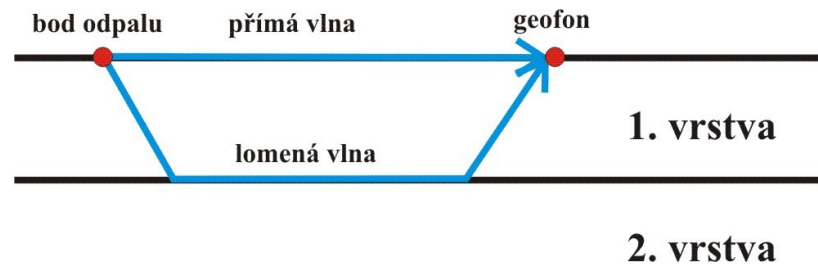
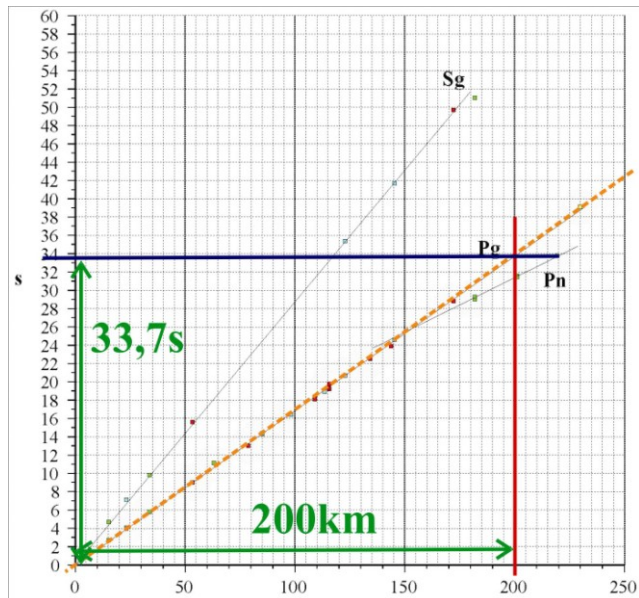
$$t = \frac{x}{v_1} \Leftrightarrow v_1 = \frac{x}{t}$$

Epicentrální vzdálenost x a k ní příslušný čas detekce t můžeme odečíst přímo z hodochrony.



Snadno pak určíme hodnotu rychlosti v_1 :

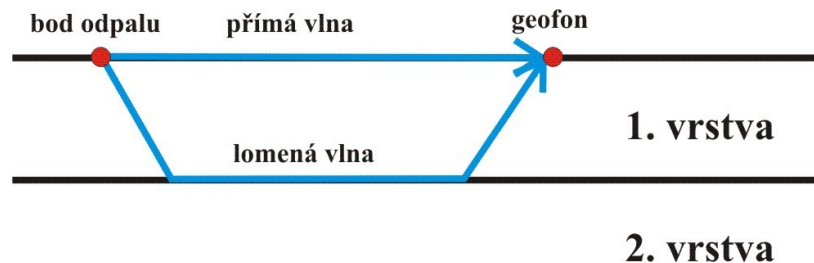
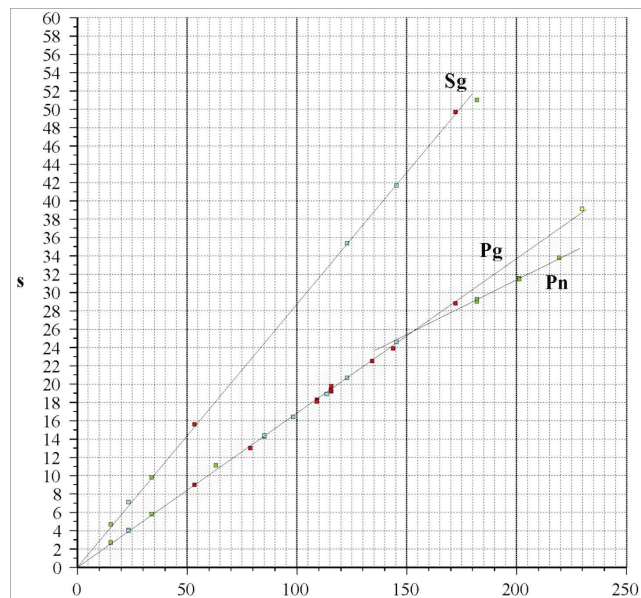
$$v_1 = \frac{x}{t} = \frac{200000}{33,7} = 5935 \text{ m.s}^{-1}$$



Hodochrona vlny lomené

Dráha lomené vlny je komplikovanější.

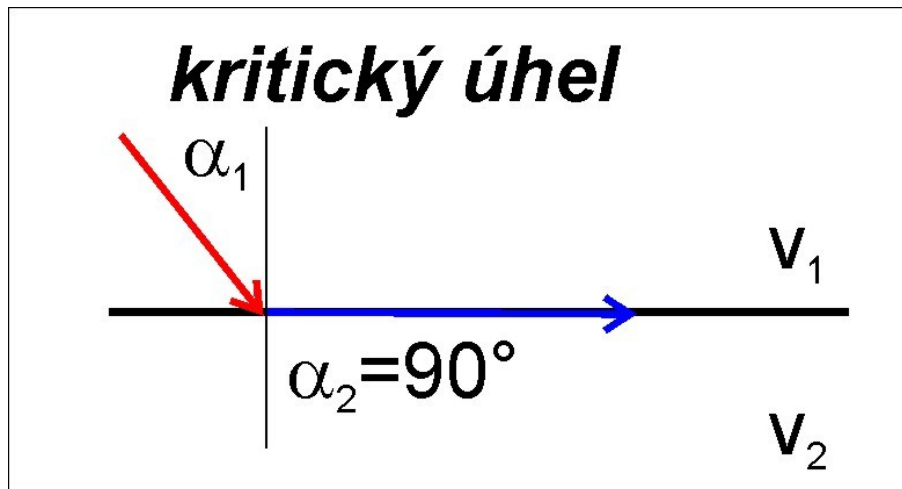
Lomená vlna se šíří 1.vrstvou rychlostí v_1 , na rozhraní 1. a 2. vrstvy se láme podél rozhraní, kudy se šíří rychlostí v_2 , a pak se opět vrací k povrchu 1.vrstvou rychlostí v_1 .



Kritický úhel i si tedy můžeme vyjádřit vztahem:

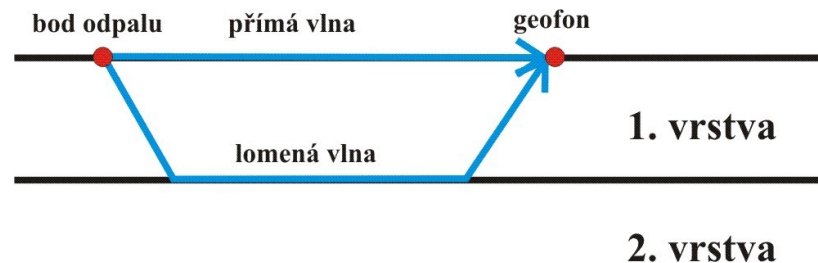
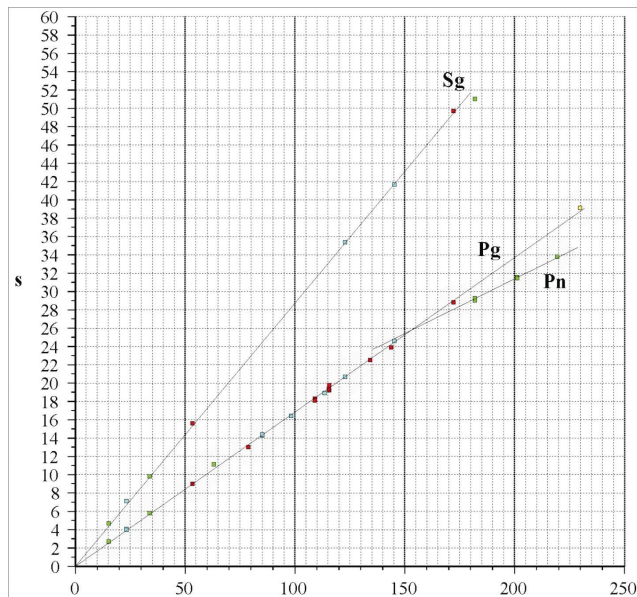
$$\frac{\sin \alpha_1}{v_1} = \frac{1}{v_2} \Leftrightarrow \sin \alpha_1 = \frac{v_1}{v_2} \Leftrightarrow i = \arcsin\left(\frac{v_1}{v_2}\right)$$

Zatím ale neznáme rychlost v_2 .



Odvodíme si závislost mezi epicentrální vzdáleností a časem detekce lomené vlny. Základem opět bude obecný vztah, že čas detekce je přímo úměrný dráze paprsku a nepřímo úměrný rychlosti:

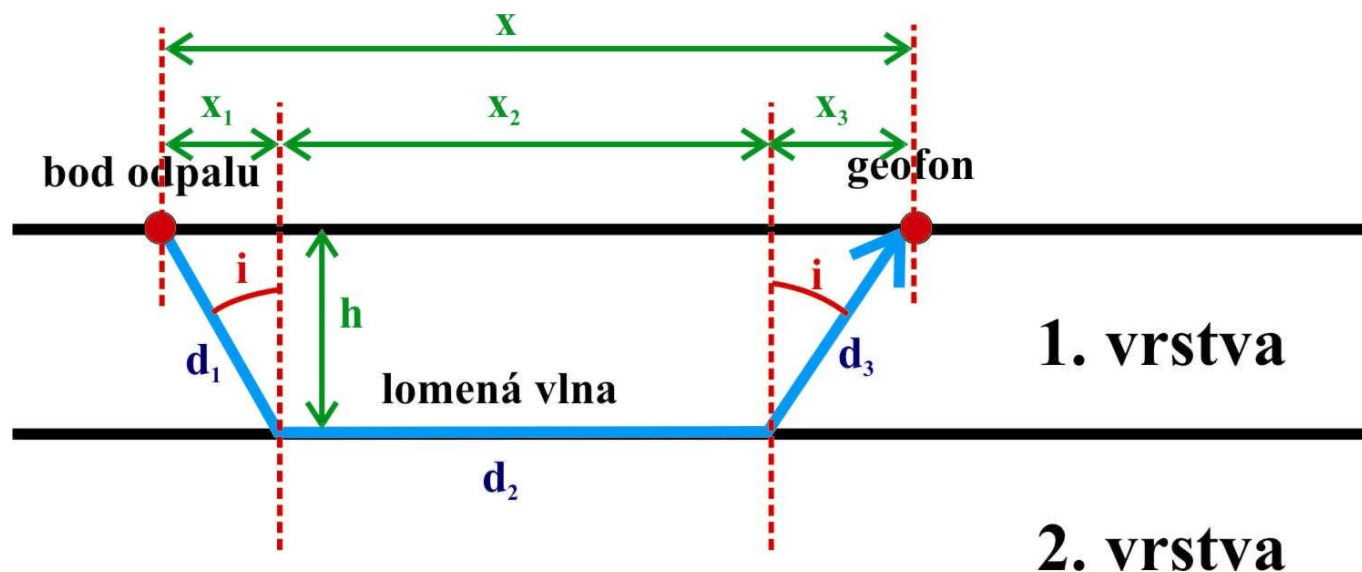
$$t = \frac{d}{v} \quad \text{kde } d \text{ je dráha paprsku.}$$



Dráhu paprsku (d) i epicentrální vzdálenost (x) si můžeme rozdělit na tři úseky:

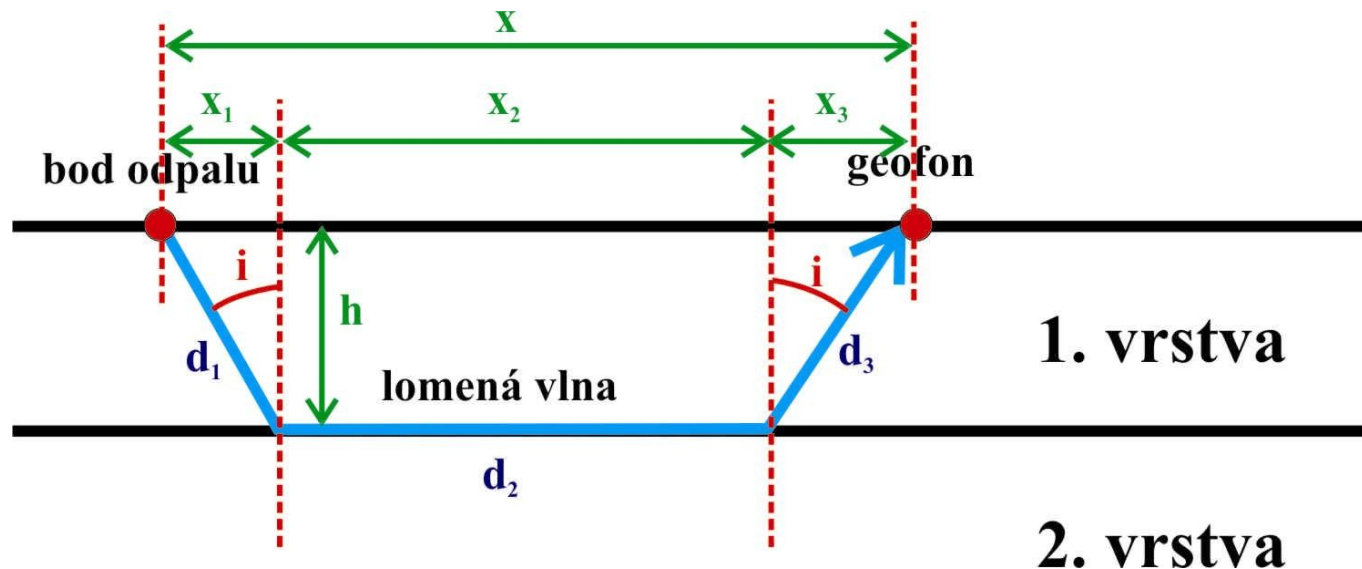
$$d = d_1 + d_2 + d_3 \quad d_1 = d_3$$

$$x = x_1 + x_2 + x_3 \quad x_1 = x_3$$



Přitom drahami d_1 a d_3 se signál šíří rychlostí v_1 , dráhou d_2 se signál šíří rychlostí v_2 . Pro čas detekce t tedy platí:

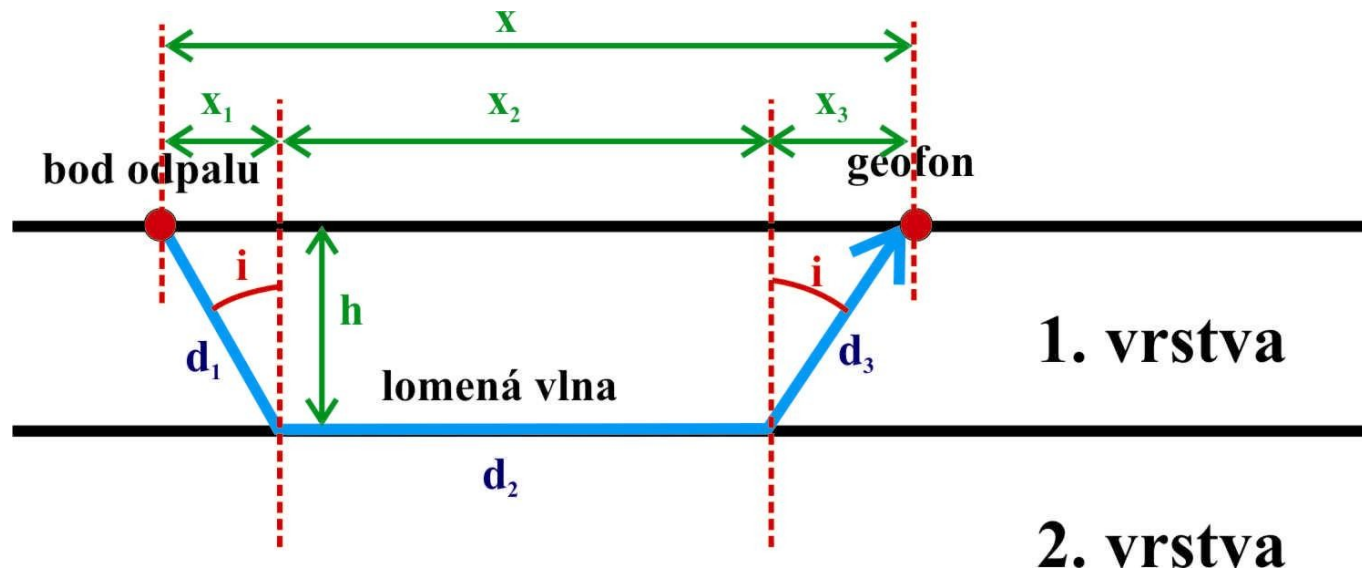
$$t = \frac{d_1}{v_1} + \frac{d_2}{v_2} + \frac{d_3}{v_1} \quad d_1 = d_3 \Leftrightarrow = \frac{2 \cdot d_1}{v_1} + \frac{d_2}{v_2}$$



Tedy:

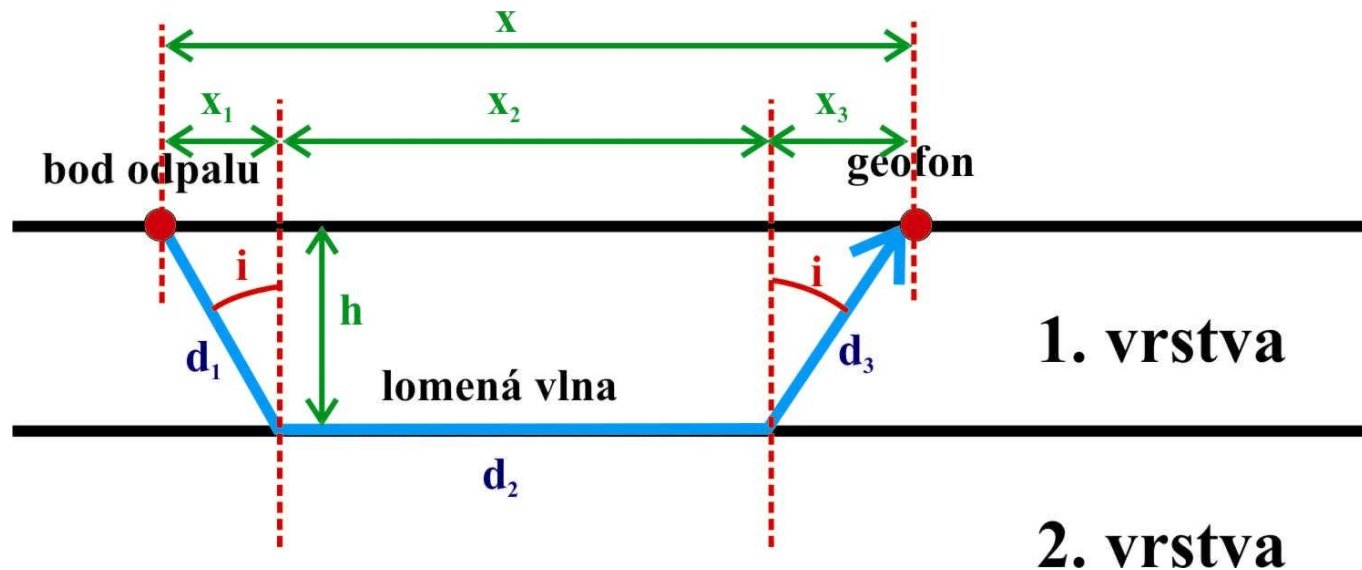
$$d_1 = \frac{h}{\cos(i)} \quad d_2 = x - 2.h.\text{tg}(i)$$

$$t = \frac{2.d_1}{V_1} + \frac{d_2}{V_2} = \frac{2 \cdot \frac{h}{\cos(i)}}{V_1} + \frac{x - 2.h.\text{tg}(i)}{V_2}$$



Tedy:

$$t = \frac{x}{v_2} + \frac{2 \cdot h}{\cos(i)} \cdot \frac{\cos^2(i)}{v_1} \Leftrightarrow = \frac{x}{v_2} + h \frac{\cos(i)}{v_1}$$



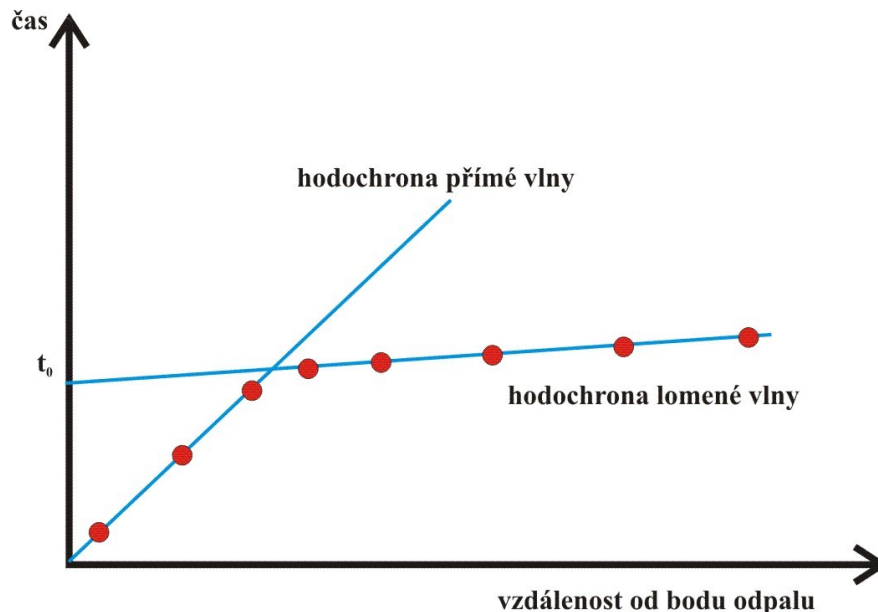
Všimněte si, že vztah:
$$t = \frac{x}{v_2} + h \frac{\cos \theta}{v_1}$$

je rovnicí přímky.

Přitom sklon přímky je úměrný rychlosti v_2 a přímka protíná svislou osu v čase t_0 , který získáme dosazením $x=0$:

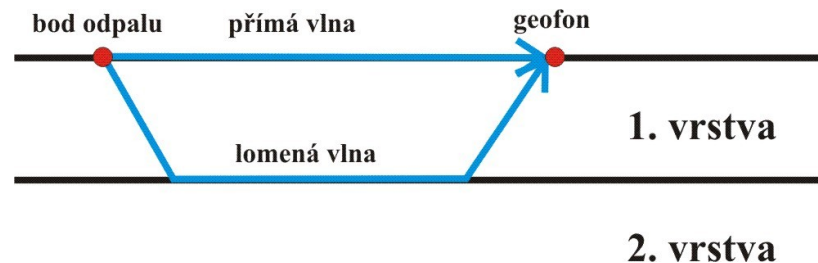
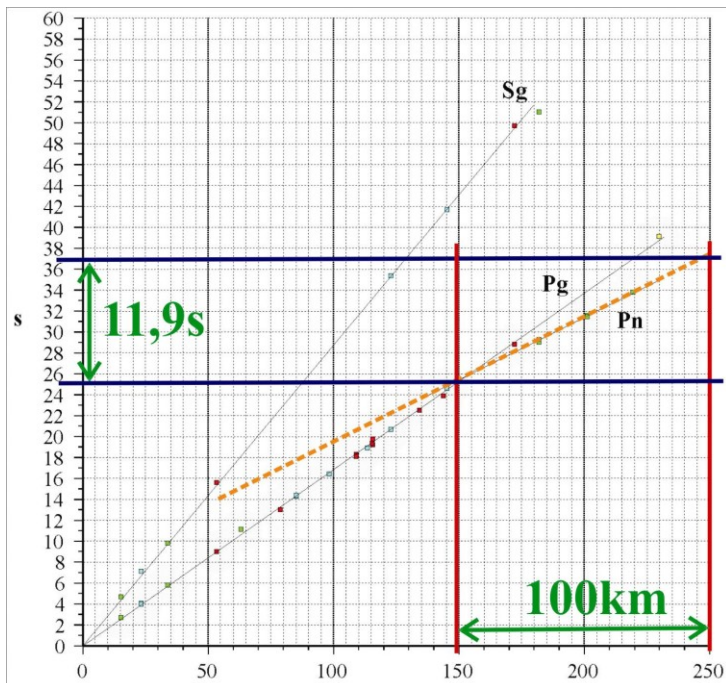
$$t_0 = \frac{0}{v_2} + h \frac{\cos \theta}{v_1} \Leftrightarrow$$

$$t_0 = h \frac{\cos \theta}{v_1}$$



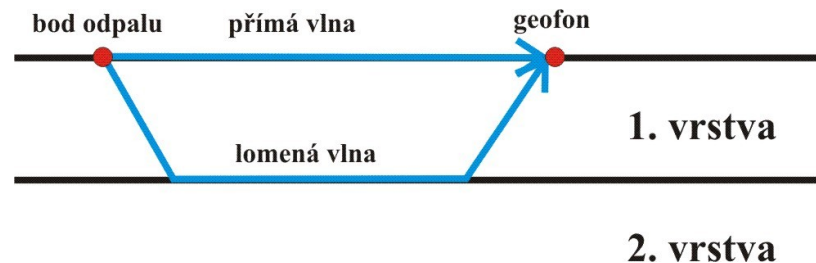
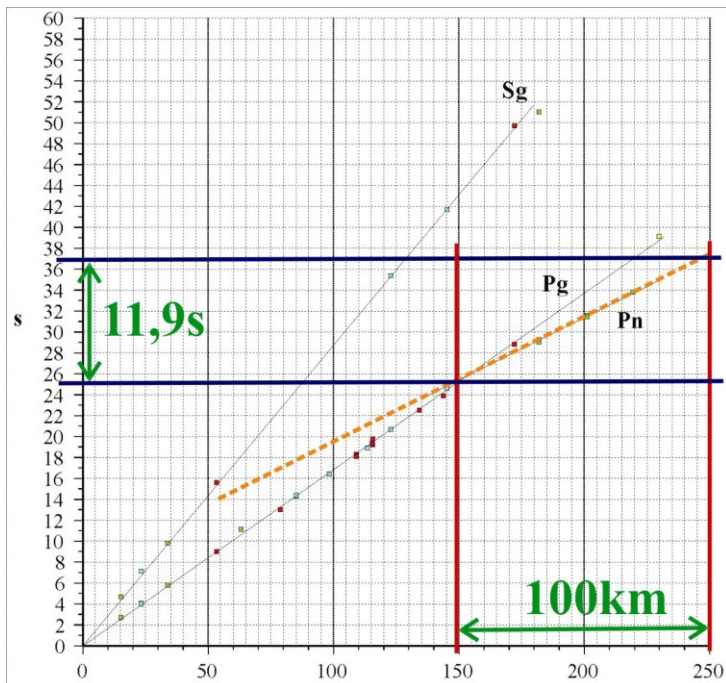
Ze sklonu hodochrony lomené vlny tedy můžeme odvodit rychlost v_2 :

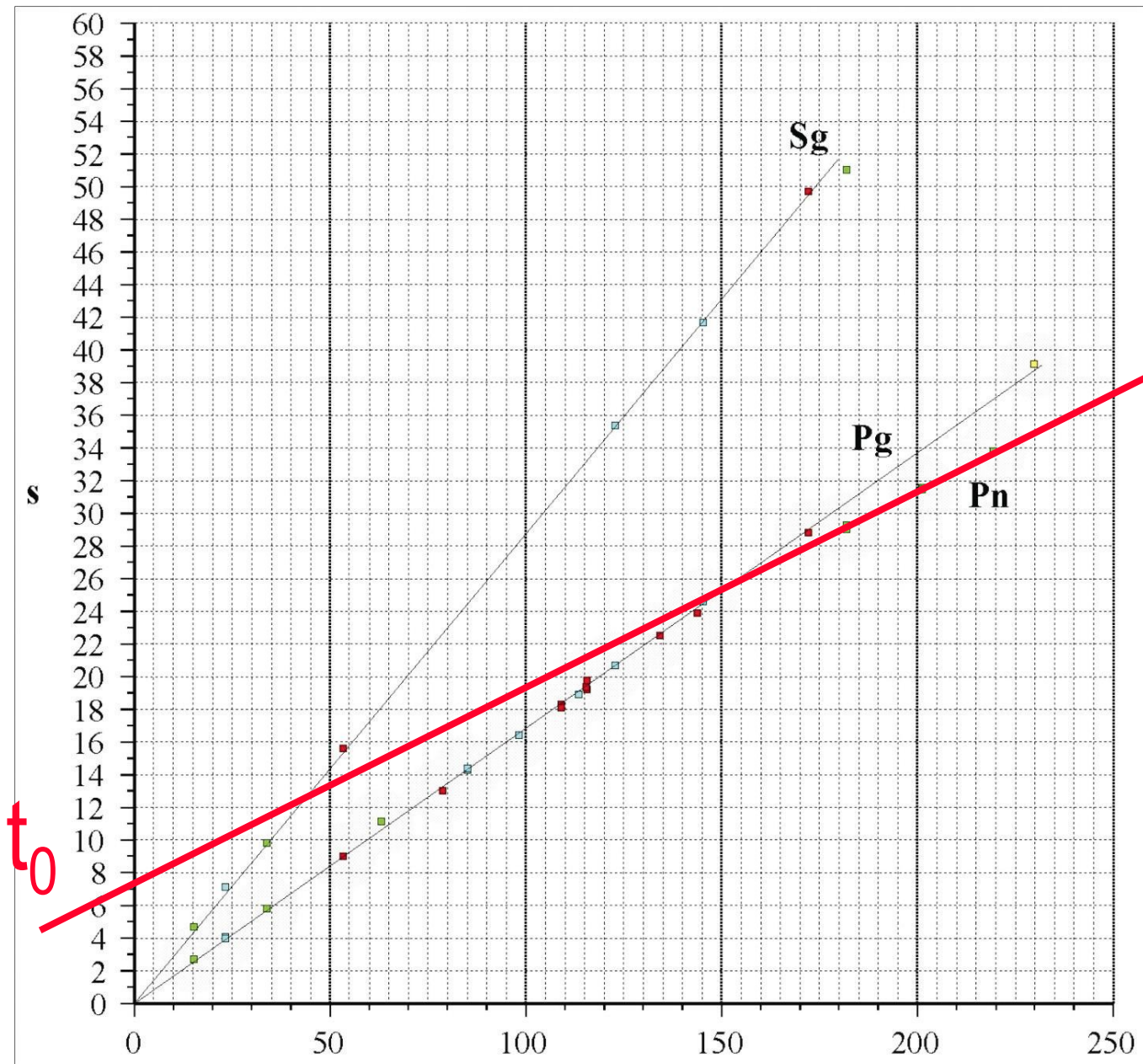
$$v_2 = \frac{\Delta}{\Delta t} = \frac{100000}{11,9} = 3403 \text{ m.s}^{-1}$$



Z času t_0 , který odečteme jako průsečík prodloužení hodochrony lomené vlny se svislou osou, můžeme určit hloubku rozhraní mezi první a druhou vrstvou:

$$t_0 = 2h \frac{\cos \theta}{v_1} \Leftrightarrow h = \frac{t_0 v_1}{2 \cos \theta}$$





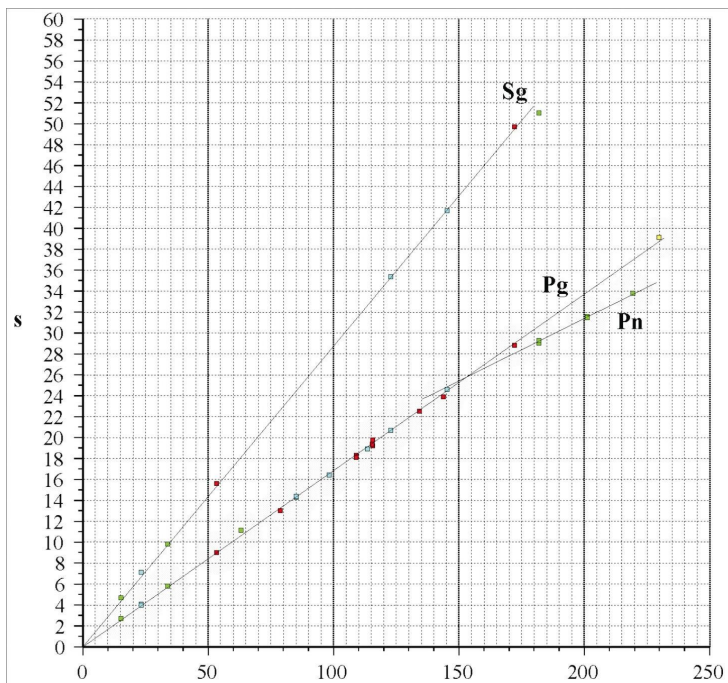
$$t_0 = 7,5 \text{ s}$$

Dosadíme:

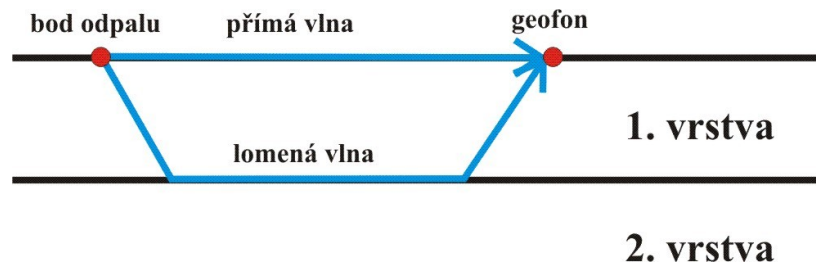
$$v_1 = 1935 \text{ m.s}^{-1}$$

$$t_0 = 7,5 \text{ s}$$

$$h = \frac{t_0 v_1}{2 \cos \theta} = \frac{7,5 \times 1935}{2 \cos \theta}$$



Ještě musíme dopočítat kritický úhel i .

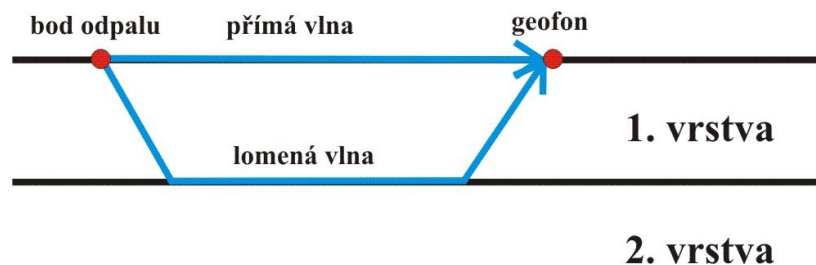
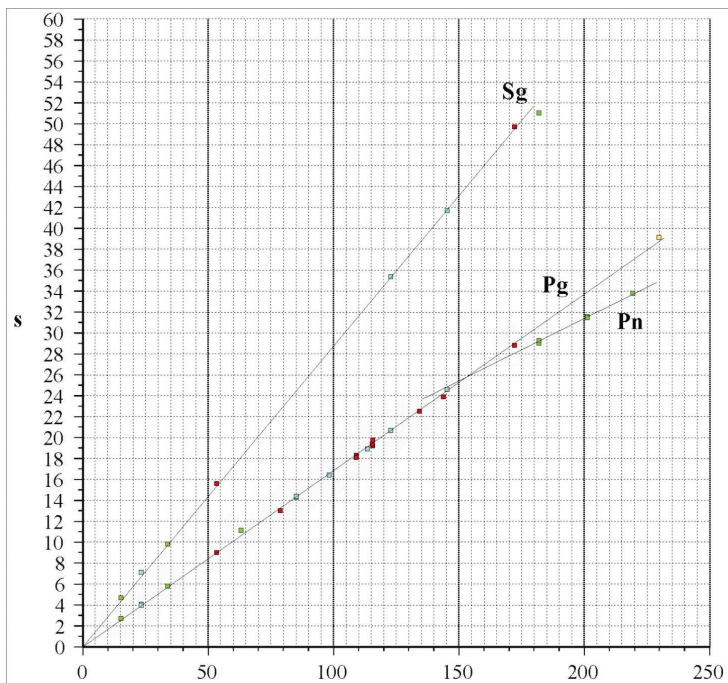


Protože ze Snellova pravidla:
$$i = \arcsin\left(\frac{v_1}{v_2}\right)$$

$$v_1 = 5935 \text{ m.s}^{-1}$$

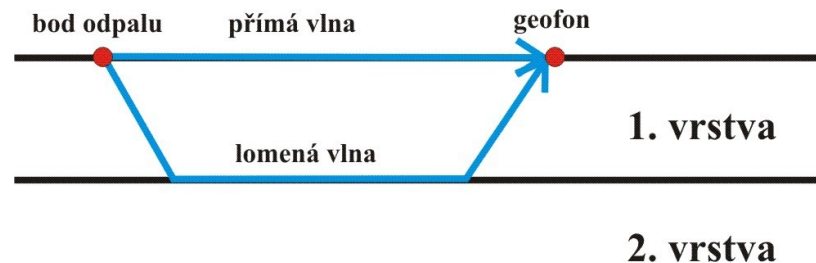
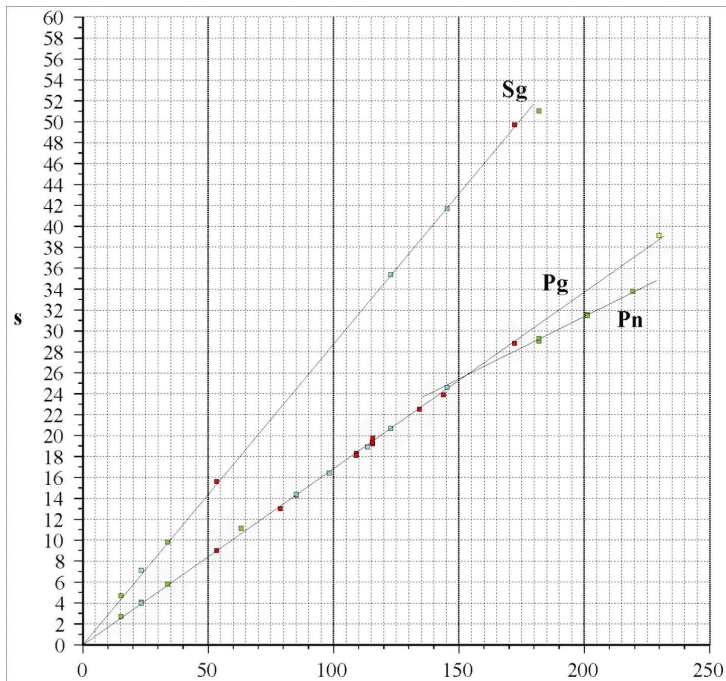
$$v_2 = 8403 \text{ m.s}^{-1}$$

$$i = \arcsin\left(\frac{5935}{8403}\right) \cong 44,9^\circ$$



Můžeme tedy dosadit i hodnotu kritického úhlu i:

$$h = \frac{t_0 v_1}{2 \cos i} = \frac{7,5 \times 1935}{2 \cos(4,9^\circ)} \cong 31,4 \text{ km}$$

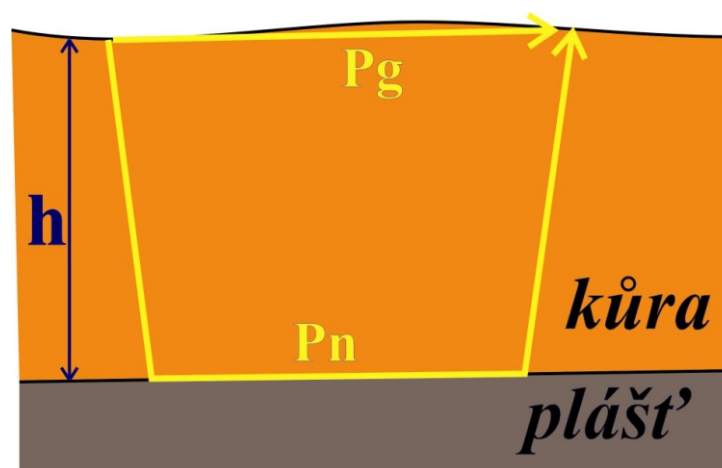


Závěr:

Rychlost přímé vlny $P_g = 5935 \text{ ms}^{-2}$.

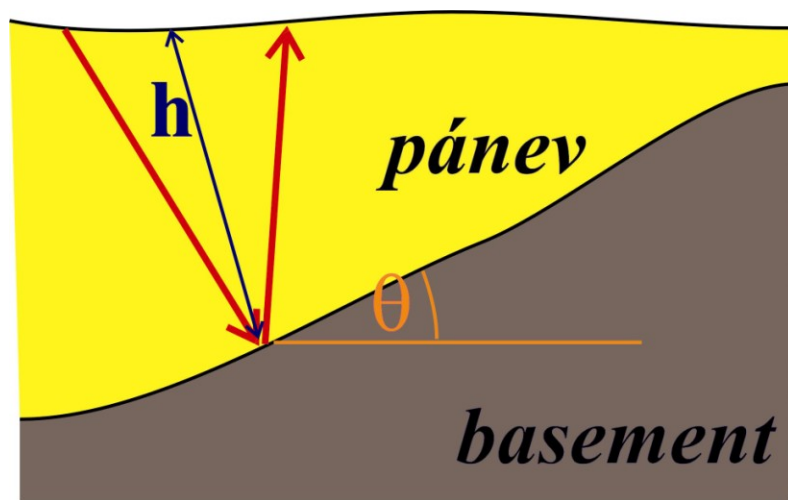
Rychlost lomené vlny $P_n = 8403 \text{ ms}^{-2}$.

Mocnost zemské kůry je 31,4 km.



PŘÍKLAD 4: HLOUBKA A SKLON ROZHRAŇÍ Z HODOCHRONY ODRAŽENÉ VLNY (SEISMIKA)

Problém: Na seismickém profilu byl v rámci studia reliéfu podloží sedimentárního bazénu umístěn ve staničení $x=0$ bod odpalu a v intervalu -400m až $+400\text{m}$ byly rozmístěny geofony, které registrovaly čas příchodu vlny odražené od dna bazénu. Chceme určit normálovou hloubku (hloubka kolmo na rozhraní) a úklon dna. Rychlost seismických vln byla $2000 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.



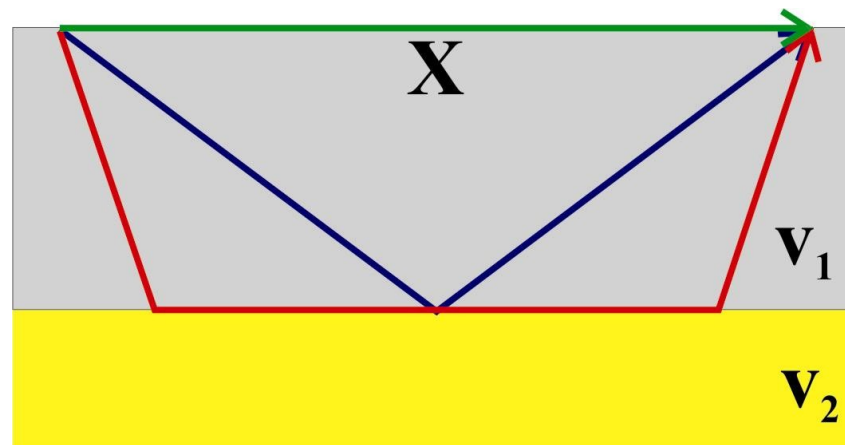
x [m]	t [ms]
-400	432.2
-300	404.0
-200	380.3
-100	362.0
0	350.0
100	344.9
200	346.9
300	356.0
400	371.7

Odražená vlna

V případě vodorovného rozhraní je délka dráhy do místa odrazu stejná, jako délka dráhy z místa odrazu. Z pravoúhlého trojúhelníka snadno odvodíme:

$$\cos \alpha = \frac{h}{\left(\frac{d}{2}\right)} = \frac{2h}{d}$$

kde d je dráha paprsku odražené vlny a α je úhel dopadu



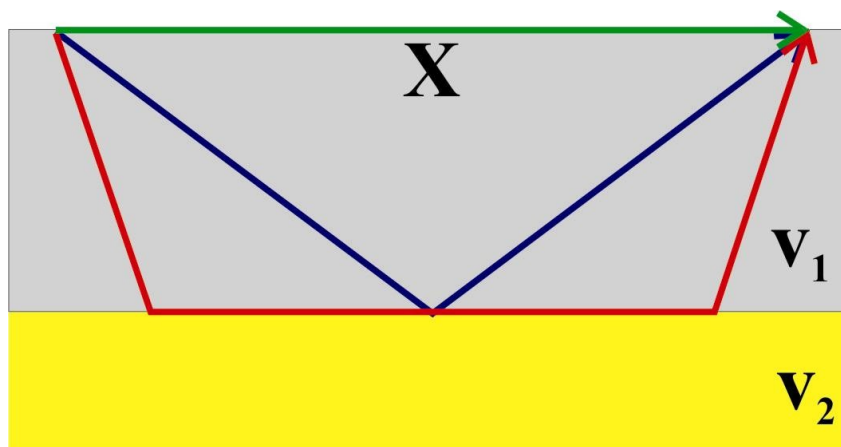
Z obecného vztahu:

$$t = \frac{d}{v_1}$$

$$d = \frac{2h}{\cos \alpha}$$

Získáme:

$$t = \frac{2h}{\cos \alpha} \frac{1}{v_1}$$



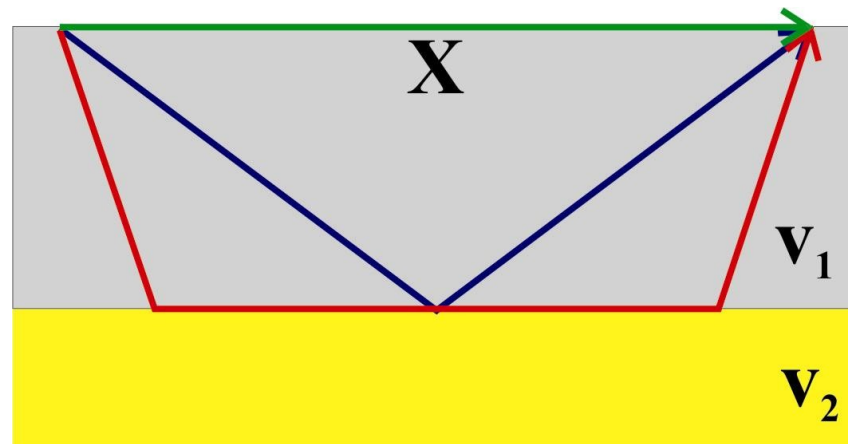
Takže vztah pro odraženou vlnu:

$$t = \frac{2h}{\cos \alpha} \frac{1}{v_1}$$

můžeme přepsat jako:

$$t = \frac{2h}{\frac{2h}{\sqrt{4h^2 + x^2}}} \frac{1}{v_1} = \frac{\sqrt{4h^2 + x^2}}{v_1}$$

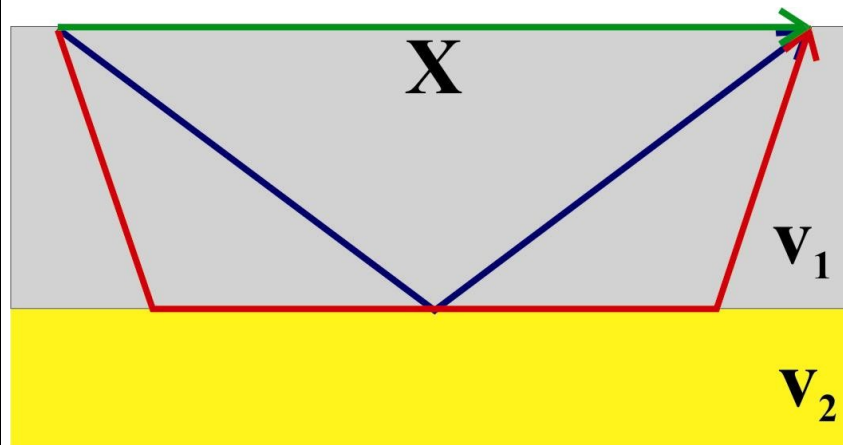
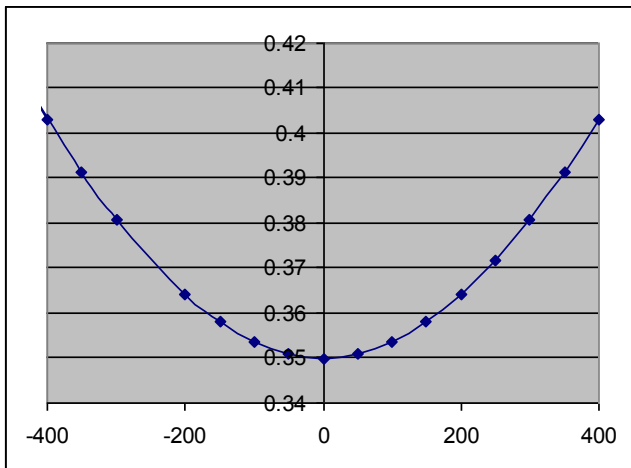
$$\cos \alpha = \frac{2h}{\sqrt{4h^2 + x^2}}$$



Vztah pro odraženou vlnu není rovnicí přímky!

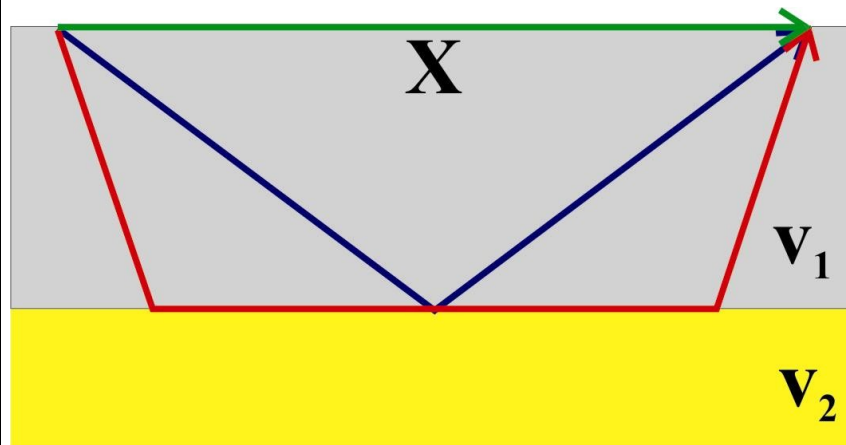
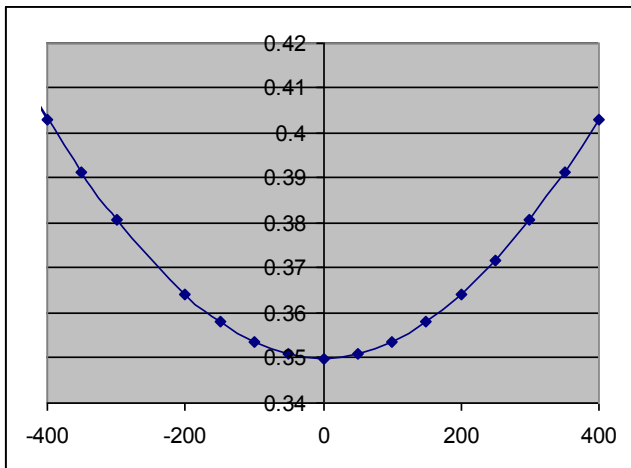
$$t = \frac{\sqrt{4h^2 + x^2}}{v_1}$$

Hodochrona odražené vlny má tvar hyperboly s minimální hodnotou času ve staničení $x=0$.



Pro $x=0$ platí.

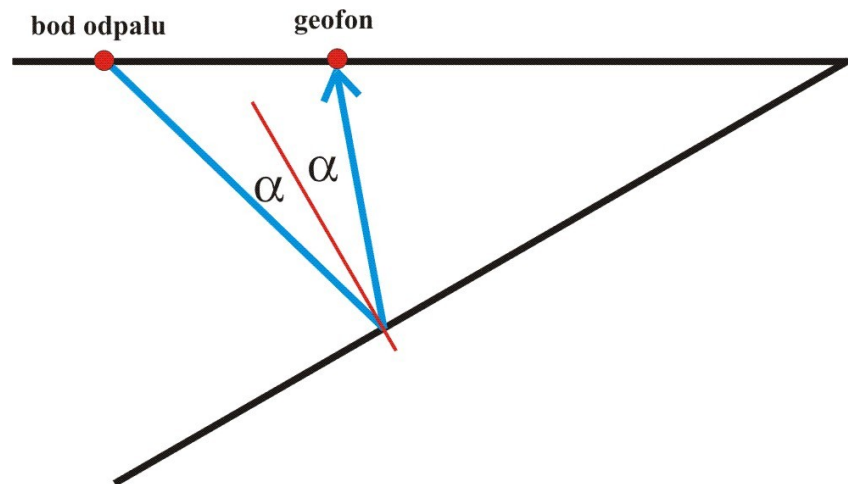
$$t_0 = \frac{\sqrt{4h^2 + \dots^2}}{v_1} = \frac{2h}{v_1} \Leftrightarrow = \frac{4 \cdot v_1}{2}$$



My ale máme ukloněné rozhraní. Vztah pro odraženou vlnu pak nabývá obecnější formy:

$$t = \frac{\sqrt{4h^2 + x^2 - 2hx \sin\theta}}{V_1}$$

kde θ je sklon rozhraní (úhel θ je kladný ve směru stoupání)



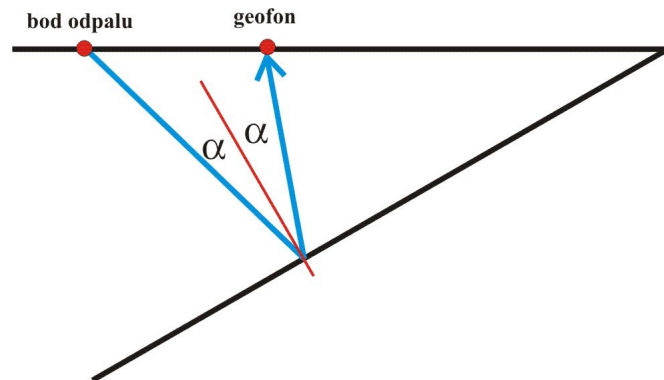
Opět pro $x=0$ můžeme odvodit:

$$t_0 = \frac{\sqrt{4h^2 + x^2 - h \cdot x \cdot \sin\theta}}{v_1} = \frac{2h}{v_1} \Leftrightarrow h = \frac{v_1 \cdot t_0}{2}$$

Tj., víme-li, že rychlost $v_1=2000 \text{ ms}^{-2}$:

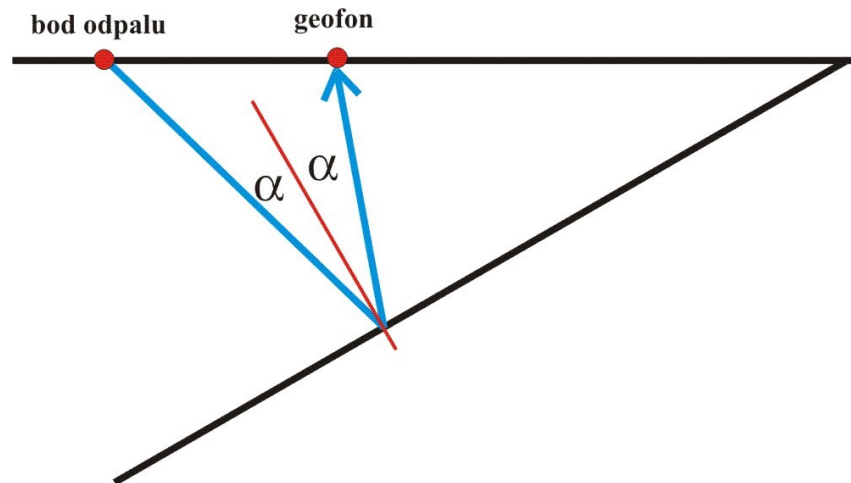
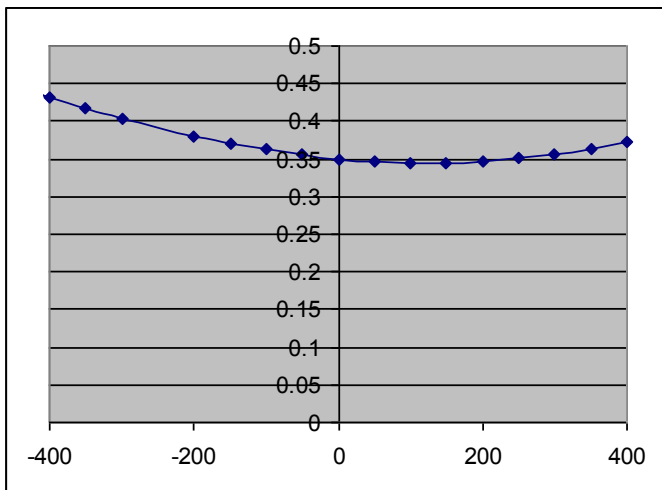
$$h = \frac{v_1 \cdot t_0}{2} = \frac{2000 \times 0,350}{2} = 50\text{m}$$

x [m]	t [ms]
-400	432.2
-300	404.0
-200	380.3
-100	362.0
0	350.0
100	344.9
200	346.9
300	356.0
400	371.7



Obecně opět můžeme časů detekce odražené vlny ve dvou různých staničení (pro jednoduchost vezmeme staničení $x=0$ a $x=x_1$) odvodit:

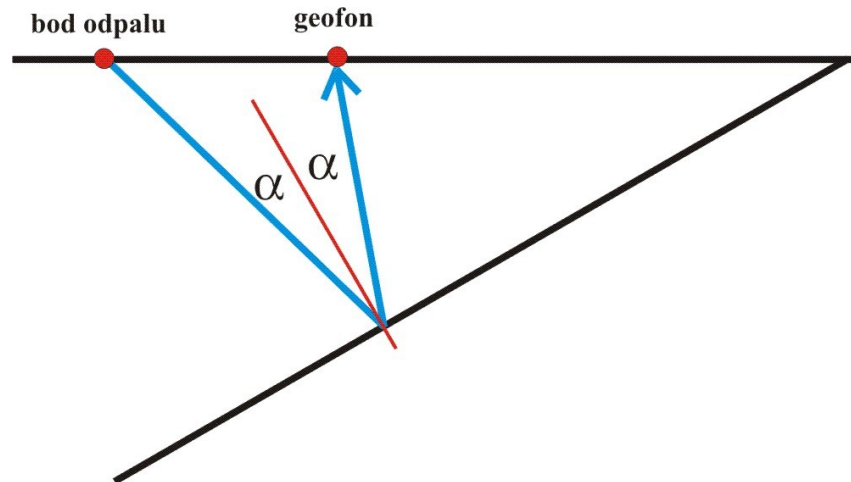
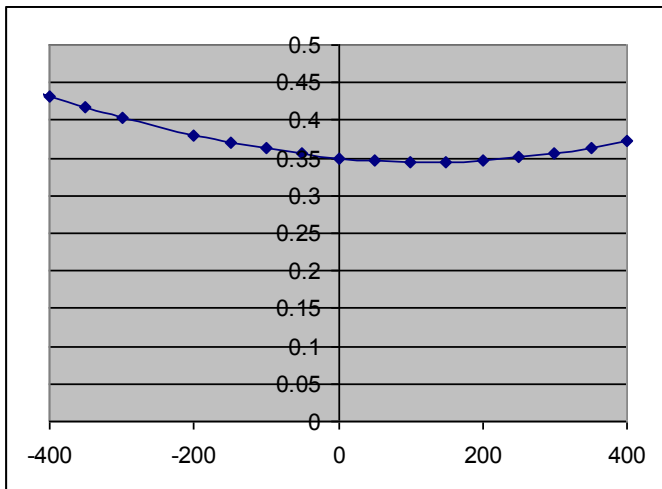
$$\frac{t_1}{t_0} = \frac{\frac{\sqrt{4h^2 + x_1^2} - h \cdot x \cdot \sin\theta}{v_1}}{\frac{\sqrt{4h^2}}{v_1}} = \frac{\sqrt{4h^2 + x_1^2} - h \cdot x \cdot \sin\theta}{\sqrt{4h^2}}$$



Hloubku již známe, vyjádříme si sklon rozhraní:

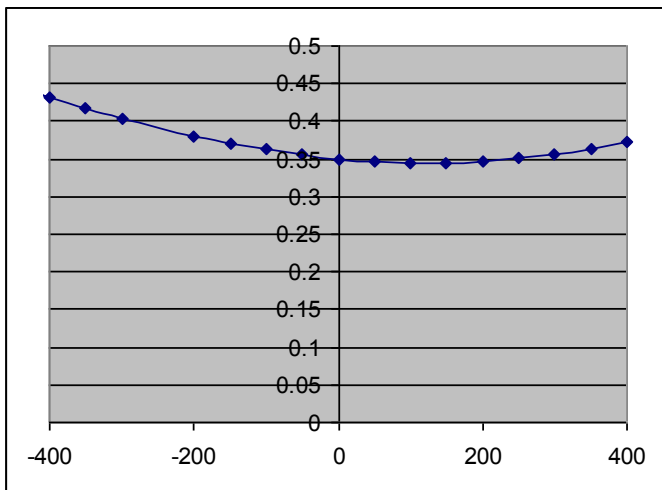
$$4h^2 \left(\left(\frac{t_1}{t_0} \right)^2 - 1 \right) + 4h \cdot x \cdot \sin\theta - x_1^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\theta = \arcsin \left[\frac{x_1^2 - 4h^2 \left(\left(\frac{t_1}{t_0} \right)^2 - 1 \right)}{4h \cdot x} \right]$$



Dosadíme hodnoty pro $x_0=0$ a např. $x_1=400$:

$$\theta = \arcsin \left[\frac{400^2 - 4 \times 350^2 \left(\left(\frac{371,7}{350,0} \right)^2 - 1 \right)}{4 \times 350 \times 400} \right] = 10^\circ$$



x [m]	t [ms]
-400	432.2
-300	404.0
-200	380.3
-100	362.0
0	350.0
100	344.9
200	346.9
300	356.0
400	371.7

Závěr:

Dno pánve se nachází v hloubce (kolmo na rozhraní) 350 m.

Sklon dna pánve je 10° .

