

Príklady ku cvičeniu z matematickej analýzy I

1 Nerovnice, absolútna hodnota

$$1.1 \quad \frac{x-1}{x-4} \geq 0.$$

$$1.2 \quad \frac{2x-5}{x-1} > 3.$$

$$1.3 \quad (x+2)(2x-5)(x-4) \geq 0.$$

$$1.4 \quad \frac{(x-1)(x+2)(x-3)}{(x+4)(x-5)(x+6)} \geq 0.$$

$$1.5 \quad \frac{(x+1)(x-1)(x-2)^2(x-3)}{x} \geq 0.$$

$$1.6 \quad \frac{x-1}{x+1} \leq 1.$$

$$1.7 \quad \frac{x-2}{x+4} \leq \frac{x+1}{x-3}.$$

$$1.8 \quad x+1 \leq x^2 + 7x + 6.$$

$$1.9 \quad \frac{x-1}{x+2} + \frac{x+3}{x-4} \leq 2.$$

$$1.10 \quad |x-2| - 2x + 3 < 0.$$

$$1.11 \quad |x+2| + 3|x-1| - 2|x-3| > 0.$$

$$1.12 \quad x+1 + |x-5| > |x-1| + |x-3|.$$

$$1.13 \quad \frac{(x+1)(x+2)^3(x-5)}{(x-1)^2(x+4)} \leq 0.$$

$$1.14 \quad |x+1| + |x-2| \leq 5.$$

$$1.15 \quad |x-3||x-2||x+4| > 0.$$

$$1.16 \quad \frac{|x+2|}{|x+6|} \geq \frac{|x-1|}{|x-4|}.$$

$$1.17 \quad \frac{1}{x} < |x+2|.$$

$$1.18 \quad \frac{x-3}{x-1} \leq |x+1|.$$

$$1.19 \quad x \leq \left| \frac{x+2}{x-3} \right|.$$

$$1.20 \quad |x^2 - 2x - 3| < 5 - x.$$

$$1.21 \quad 1 < |x+3| < 3 - x.$$

$$1.22 \quad |x - |x+1|| \leq 2x.$$

$$1.23 \quad 2x < |x^2 - 5| \leq 4x.$$

Riešenia: **1.1:** $(-\infty, 1) \cup (4, \infty)$; **1.2:** $(-2, 1)$; **1.3:** $\langle -2, \frac{5}{2} \rangle \cup (4, \infty)$; **1.4:** $(-\infty, -6) \cup (-4, -2) \cup \langle 1, 3 \rangle \cup (5, \infty)$; **1.5:** $(-\infty, -1) \cup (0, 1) \cup \{2\} \cup \langle 3, \infty \rangle$; **1.6:** $(-1, \infty)$; **1.7:** $(-4, \frac{1}{5}) \cup (3, \infty)$; **1.8:** $(-\infty, -5) \cup \langle -1, \infty \rangle$; **1.9:** $(-\infty, -\frac{13}{2}) \cup (-2, 4)$; **1.10:** $(\frac{5}{3}, \infty)$; **1.11:** $(-\infty, -\frac{5}{2}) \cup (\frac{7}{6}, \infty)$; **1.12:** $(-1, 1) \cup \langle 1, 5 \rangle$; **1.13:** $(-4, -2) \cup \langle -1, 1 \rangle \cup (1, 5)$; **1.14:** $\langle -2, 3 \rangle$; **1.15:** $\mathbb{R} \setminus \{-4, 2, 3\}$; **1.16:** $(-\infty, -6) \cup (-6, -\frac{7}{2}) \cup \langle -\frac{2}{7}, 2 \rangle$; **1.17:** $(-\infty, 0) \cup (\sqrt{2} - 1, \infty)$; **1.18:** $(-\infty, -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{17}}{2}) \cup (1, \infty)$; **1.19:** $(-\infty, 3) \cup (3, 2 + \sqrt{6})$; **1.20:** $(\frac{1-\sqrt{33}}{2}, 1) \cup (2, \frac{1+\sqrt{33}}{2})$; **1.21:** $(-\infty, -4) \cup (-2, 0)$; **1.22:** $(\frac{1}{2}, \infty)$; **1.23:** $\langle 1, \sqrt{6} - 1 \rangle \cup (\sqrt{6} + 1, 5)$.

2 Komplexné čísla a binomické rovnice

2.1 Určte všetky reálne x, y , ktoré vyhovujú rovniciam:

a) $(3+i)x + (-2+2i)y = 5+7i$,

b) $x(1+11i) + y(17-i) = 0$.

2.2 Určte reálne a, b tak, aby bolo komplexné číslo $a(2-3i) + b(1+4i)$ a) reálne b) rýdzo imaginárne.

2.3 Vypočítajte:

a) $\frac{2+i}{3-i}$,

b) $\left(\frac{1+2i}{3-i} \right)^2$,

- c) $\frac{1+i}{1-i} - \frac{1-i}{1+i}$,
 d) $\frac{(1-i)^3}{(2+i)(1-2i)}$.

2.4 Vyjadrite v goniometrickom tvare:

- a) $-1 + i\sqrt{3}$,
 b) $\left(\frac{1+i}{i}\right)^2$.

2.5 Nájdite absolútnú hodnotu a argument komplexného čísla:

- a) $-1 - i$,
 b) $2 - 2i$,
 c) $-\sqrt{3} + i$,
 d) $-\sqrt{3} - i$.

2.6 Určte mocniny:

- a) $(1-i)^4$,
 b) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)^6$,
 c) $\left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^8$.

2.7 Riešte binomické rovnice:

- a) $z^3 + 1 = 0$,
 b) $z^3 - 1 = 0$,
 c) $z^3 - 8 = 0$,
 d) $(iz)^4 + \sqrt{3} - i = 0$.

Riešenia: **2.1:** a) $x = 3, y = 2$; b) $x = 0, y = 0$; **2.2:** a) $a/b = 4/3$; b) $a/b = -1/2$; **2.3:** a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$; b) $\frac{-48+14i}{100}$; c) $2i$; d) $\frac{-14i-2}{25}$; **2.4:** a) $2(\cos\frac{2}{3}\pi + i\sin\frac{2}{3}\pi)$; b) $2(\cos\frac{3}{2}\pi + i\sin\frac{3}{2}\pi)$; **2.5:**

a) $\sqrt{2}, \frac{5}{4}\pi + 2k\pi$; b) $2\sqrt{2}, \frac{7}{4}\pi + 2k\pi$; c) $2, \frac{5}{6}\pi + 2k\pi$; d) $2, \frac{7}{6}\pi + 2k\pi$; **2.6:** a) -4 ; b) -1 ; c) $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$; **2.7:** a) $\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}, -1, \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$; b) $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}, 1$; c) $-1 + i\sqrt{3}, -1 - i\sqrt{3}, 2$; d) odmocniny čísla $2(\cos\frac{5}{6}\pi + i\sin\frac{5}{6}\pi)$.

3 Aritmetická a geometrická posloupnost

- 3.1** Určte s_{20} aritmetickej posloupnosti, ak $a_8 = -2, a_9 = 0$.
- 3.2** Koľko po sebe idúcich členov $-7, -5, -3$ dáva súčet 0?
- 3.3** Vypočítajte súčet prvých n a) lichých, b) sudých čísel.
- 3.4** Určte aritm. posloupnost, ak $8a_1 - a_4 = 7, 4a_1 + 2a_2 + a_3 = 8$.
- 3.5** Platí $a_2 + a_4 = 24, a_3 : a_7 = 3 : 8$. Určte diferenciu, a_1, a_{15} .
- 3.6** Súčet n členov aritm. posloupnosti je $n + n^2$. Určte diferenciu a vzťah pre n -tý člen.
- 3.7** Mezi čísla 15 a 27 vložte 5 čísel, aby vznikla aritm. posloupnost.
- 3.8** Teplota Zeme pribúda do hĺbky o 1 stupeň na 33 metrov. Aká je teplota na dne hlbokom 1015m, ak v hĺbke 25m je teplota 9 stupňov?
- 3.9** Upravte $\frac{n^4 + n}{1 + 2 + \dots + n}$.
- 3.10** Zistite, ktorá posloupnost je aritmetická, resp. geometrická:
- a) $\left\{\frac{n}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty}$,
- b) $\{2^n 3^{2-n}\}_{n=1}^{\infty}$,
- c) $\left\{\frac{n^2+n-6}{n+2}\right\}_{n=1}^{\infty}$,
- d) $\{2^{3n}\}_{n=1}^{\infty}$,
- e) $4, 7, 10, 13, 16, \dots$,
- f) $2^3, 2^5, 2^7, 2^9, 2^{11}, \dots$.

3.11 Pre geom. posloupnost platí $8a_1 - a_4 = 7$, $4a_1 + 2a_2 + a_3 = 8$.
Určte a_1 , kvocient.

3.12 Najdite podmienku konvergence, alebo zistite, zda rada konverguje:

a) $(x - 1) + (x - 1)^2 + (x - 1)^3 + \dots = 1$,

b) $(x + 2)^2 + (x + 2)^4 + (x + 2)^6 + \dots = \frac{1}{3}$,

c) $\frac{1}{2x} + 4 - 3x + (4 - 3x)^2 + (4 - 3x)^3 + \dots = 0$,

d) $-1 + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4} - \dots$,

e) $\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1} + \frac{1}{2 - \sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \dots$.

3.13 V \mathbb{R} riešte:

a) $\frac{\sqrt{2}}{2} = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots$,

b) $\frac{5}{3} = x + 3x^2 + x^3 + 3x^4 + \dots$,

c) $\frac{8}{x + 10} = 1 - \frac{3}{x} + \frac{9}{x^2} - \frac{27}{x^3}$.

Riešenia: **3.1:**60; **3.2:**0, 8; **3.3:** a) n^2 ; b) $n(n + 1)$; **3.4:** $d = \frac{1}{7}$, $a_1 = \frac{52}{49}$; **3.5:** $d = 5$, $a_1 = 2$, $a_{15} = 72$; **3.6:** $d = 2$, $a_1 = 2$, $a_n = 2n$; **3.7:** $d = 2$; 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27; **3.8:**39 stupňov; **3.9:** $2(n^2 - n + 1)$; **3.10:** a) ani ani; b) geom; c) ani ani; d) geom; e) aritm; f) geom; **3.11:** $q = \frac{9}{8}$, $a_1 = \frac{512}{481}$; **3.12:** a) $x \in (0, 2)$; b) $x \in (-3, -1)$; c) $x \in (1, \frac{5}{3})$; d) $q < 1$, $s = -2 + \sqrt{2}$; e) $q < 1$, $s = 3\sqrt{2} + 4$; **2.13:** a) $x = \sqrt{2} - 1$; b) $x = \frac{1}{2}$, $x = -\frac{5}{7}$; c) $x = -6$, $x = 4$.

4 Reálne čísla a mnohočleny

4.1 Určte suprérum, infimum, maximum a minimum, ak existujú:

a) $M = \{0, -1, 2, 5, 6, 8, \}$,

- b) $M = \left\{ \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \right\}$,
- c) $M = \{n^2 - 2n + 1 : n \in \mathbb{Z}\}$,
- d) $M = \langle 0, 1 \rangle$,
- e) $M = \{n^{(-1)^n} : n \in \mathbb{N}\}$,
- f) $M = \{\cos x \sin x : x \in \mathbb{R}\}$.

4.2 Dokažte:

- a) $\sup_{x \in M}(-f(x)) = -\inf_{x \in M}f(x)$,
- b) $\inf_{x \in M}(-f(x)) = -\sup_{x \in M}f(x)$,
- c) $\min\{a, b\} = \frac{1}{2}(a + b - |a - b|)$,
- d) $\max\{a, b\} = \frac{1}{2}(a + b + |a - b|)$,
- e) $\max\{x : x = \frac{n}{n+1}, n \neq -1, n \in \mathbb{Z}\} = 2$.

4.3 Určte $P(x) : Q(x)$:

- a) $P(x) = x^5 + 2x^4 + 3x^3 + x - 1$, $Q(x) = x^3 + x^2 - x - 1$,
- b) $P(x) = 4x^4 + 2x^3 - x^2 + 4x - 2$, $Q(x) = x^3 + 3x^2 - 5x + 4$,
- c) $P(x) = x^5 - x$, $Q(x) = x^2 + 2$,
- d) $P(x) = x^4 + 7x^2 + 10$, $Q(x) = x^2 + 5$.

4.4 Pomocou Hornerovej schémy zistite hodnotu polynómu:

- a) $2x^5 - x^4 - 3x^3 + x - 3$ v bode 3 nad \mathbb{Q} ,
- b) $3ix^4 - 2x^3 + (i + 1)x + 2i$ v bode $(1 + i)$ nad \mathbb{C} .

4.5 Pomocou Hornerovej schémy zistite násobnosť

- a) koreňa "1" polynómu $x^4 - x^3 - 3x^2 + 5x - 2$,
- b) koreňa 2" polynómu $x^5 + 10x^4 + 40x^3 + 80x^2 + 80x + 32$,
- c) koreňa i " polynómu $x^5 + ix^4 + 2x^3 + 2ix^2 + x + i$.

4.6 Určte mnohočlen s reálnymi koeficientmi, ktorého korene sú $a_1 = 1$, $a_2 = -1 - i$, kde a_1 je dvojnásobný.

4.7 Napište mnohočlen najmenšieho stupňa s celočíselnými koeficientmi, aby platilo:

- a) koreň "3" dvojnásobný, koreň "2" trojnásobný,
- b) koreň "1 + i" jednoduchý, koreň "1 + 2i" dvojnásobný.

4.8 Rozložte na súčin koreňových činiteľov:

- a) $x^4 - x^3 - 3x^2 + 5x - 2$,
- b) $6x^3 - 5x^2 - 2x + 1$,
- c) $x^4 + 1$,
- d) $x^3 - 2x^2 - 5x + 10$,
- e) $x^4 - 2x^2 - 3$, ak jeden koreň je i .

4.9 Urobte rozklad na parciálne zlomky:

- a) $\frac{1}{x^3 + 1}$,
- b) $\frac{1}{x^3(x + 1)}$,
- c) $\frac{x^2 - 2}{x^4 - 2x^3 + 2x^2}$,
- d) $\frac{x^3 + 3x^2 + 4}{x^3 + x - 2}$,
- e) $\frac{2x^4 - x^3 + x^2 + 3x + 3}{x^2 - 1}$,
- f) $\frac{x + 1}{x^5 + 3x^3 + 2x}$,
- g) $\frac{x - 4}{x^4 + 8x}$,
- h) $\frac{-5x + 2}{x^4 - x^3 + 2x^2}$,

i) $\frac{9x^3 - 4x + 1}{x^4 - x^2}$.

Riešenia: **4.1:** a) $\max M = \sup M = 8, \min M = \inf M = -1$; b) $\max M = \sup M = 1, \inf M = 0$; c) $\min M = \inf M = 0$; d) $\min M = \inf M = 0, \sup M = 1$; e) $\inf M = 0$; f) $\sup M = \frac{1}{2}, \inf M = -\frac{1}{2}$; **4.3:** a) $x^2 + x + 3 + \frac{-x^2+5x+2}{x^3+x^2-x-1}$; b) $4x - 10 + \frac{49x^2-62x+38}{x^3+3x^2-5x+4}$; c) $x^3 - 2x + \frac{3x}{x^2+2}$; d) $x^2 + 2$; **4.4:** a) 324; b) $-12i + 4$; **4.5:** a) 3; b) 5; c) 2; **4.6:** $(x-1)^2(x+1+i)(x+1-i)$; **4.7:** a) $(x-3)^2(x-2)^3$; b) $(x-1-i)(x-1+i)(x-1-2i)^2(x-1+2i)^2$; **4.8:** a) $(x-1)^3(x+2)$; b) $(x-1)(x+\frac{1}{2})(x-\frac{1}{3})$; c) nemá korene; d) $(x-2)(x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5})$; e) $(x-i)(x+i)(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$; **4.9:** a) $\frac{\frac{1}{3}}{x+1} + \frac{-\frac{1}{3} + \frac{2}{3}}{x^2-x+1}$; b) $\frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$; c) $\frac{x}{x^2-2x+2} - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$; d) $1 + \frac{2}{x-1} + \frac{x-2}{x^2+x+2}$; e) $2x^2 - x + 3 - \frac{2}{x+1} + \frac{4}{x-1}$; f) $\frac{1}{2x} + \frac{1-x}{x^2+1} + \frac{1}{2} \frac{x-2}{x^2+2}$; g) $-\frac{1}{2x} + \frac{1}{4} \frac{1}{x+2} + \frac{1}{4} \frac{x}{x^2-2x+4}$; h) $\frac{2x-3}{x^2-x+2} - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}$; i) $\frac{3}{x-1} + \frac{4}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x+1}$.

5 Limity posloupností

5.1 Z definície limity dokažite: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$.

5.2 Z definície limity dokažite: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} = 1$.

5.3 Z definície limity dokažite: $\lim_{n \rightarrow \infty} n = \infty$.

5.4 Uveďte príklad posloupností a_n , b_n , že $\lim a_n = 0$, $\lim b_n = 0$ a zároveň $\lim \frac{a_n}{b_n} = 1$ nebo $\lim \frac{a_n}{b_n} = 0$.

V nasledujúcich príkladoch spočítajte limity:

5.5 $\lim \frac{\sin(n^2 + 1)}{n}$.

5.6 $\lim \frac{1}{n^2 + 1}$.

5.7 $\lim \frac{2^n - 3^n}{3^n}$.

5.8 $\lim \sqrt{(n+a)(n+b)} - n$.

5.9 $\lim \frac{3n^2 + 1}{3n + n^2}$.

5.10 $\lim \sqrt{n + \sqrt{n}} - \sqrt{2n + 1}$.

5.11 $\lim \frac{2n + \sin n}{3n - 1}$.

5.12 $\lim \sqrt[n]{5n}$.

5.13 $\lim \sqrt[2n]{n}$.

5.14 $\lim \sqrt[n]{2^n + 3^n}$.

5.15 $\lim(n^2 - 5n - 1)$.

5.16 $\lim \frac{-8n^2 + 6n + 7}{2n + 5}$.

5.17 $\lim \sqrt{9n^2 - 4} - 2n$.

$$5.18 \quad \lim \frac{\sqrt[3]{n^2 + 1} - 16n}{\sqrt[3]{n^4 + 18n}} .$$

$$5.19 \quad \lim n \left(\sqrt{a + \frac{1}{n}} - \sqrt{a} \right) .$$

$$5.20 \quad \lim \left(\frac{2n}{n-1} \right)^{2n} .$$

$$5.21 \quad \lim \left(1 - \frac{1}{n} \right)^n .$$

$$5.22 \quad \lim \left(1 + \frac{1}{5n} \right)^n .$$

$$5.23 \quad \lim \left(\frac{1}{n} \cos \frac{n^2 + 1}{2n - 1} \right) .$$

$$5.24 \quad \lim \frac{(n+2)! + (n+1)!}{(n+2)! - (n+1)!} .$$

$$5.25 \quad \lim \frac{(n+2)! - 3n!}{(n+2)! + 1} .$$

$$5.26 \quad \lim \frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{n^2} .$$

$$5.27 \quad \lim \left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{(n-1)n} \right) .$$

$$5.28 \quad \lim \frac{n}{n+1} 2^{\frac{n}{n^2+1}}$$

5.29 Ukaŕte, ŕe $\lim(-1)^n$ neexistuje.

5.30 Urĕte hromadné body posloupností:

$$a) \left\{ \cos \frac{2n\pi}{3} \right\}_{n=1}^{\infty} ,$$

$$b) \left\{ \frac{1 + (-1)^n}{2} \right\}_{n=1}^{\infty} ,$$

$$c) \left\{ \frac{n}{n+1} \sin^2 \frac{n\pi}{4} \right\}_{n=1}^{\infty} .$$

Riešenia: **5.4:** $a_n = b_n = \frac{1}{n}$; $a_n = \frac{1}{n}, b_n = \frac{1}{n^2}$; **5.5:**0; **5.6:**0; **5.7:**-1; **5.8:** $\frac{a+b}{2}$; **5.9:**3; **5.10:** $-\infty$; **5.11:** $\frac{2}{3}$ stupňov; **5.12:**1; **5.13** 1; **5.14:**3; **5.15:** ∞ ; **5.16:** ∞ ; **5.17:** ∞ ; **5.18:**0 (skratenim $n^{\frac{4}{3}}$); **5.19:** $\frac{1}{2\sqrt{a}}$; **5.20:** ∞ ; **5.21:** e^{-1} ; **5.22:** $\sqrt[5]{e}$; **5.23:**0; **5.24:**1; **5.25:**1; **5.26:** $\frac{1}{2}$; **5.27:**1 užitím vzťahu $\frac{1}{(k-1)k} = \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k}$; **2.28:**1; **2.29:**Pre limitu musí platiť, že každá vybraná posloupnosť konverguje k tej samej limite. Ak však zvolíme vybranú posloupnosť čísel sudých, máme $\lim a_{2n} = \lim 1 = 1$. Ak zvolíme posloupnosť len čísel lichých, máme $\lim a_{2n+1} = \lim(-1) = -1$. Teda $1 \neq -1$; **5.39:** a) $1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$; b) $0, 1$; c) $0, \frac{1}{2}, 1$.

6 Elementárne funkcie

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\sec x = \frac{1}{\cos x}$$

$$\csc x = \frac{1}{\sin x}$$

$\arcsin x$ je inverzná fce $\sin x$ na intervale $\langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \rangle$

$\arccos x$ je inverzná fce $\cos x$ na intervale $\langle 0, \pi \rangle$

$\arctan x$ je inverzná fce $\tan x$ na intervale $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

x je inverzná fce x na intervale $(0, \pi)$

6.1 Určte definičný obor funkcií:

a) $\ln(1 - e^x)$,

b) $\arccos \frac{1-2x}{4}$,

c) $\frac{3^{x+1}}{\sin x + \cos x}$,

d) $\frac{x - \cos x}{2 \sin^2 x + 3 \cos x}$,

e) $3 + \arcsin(2x - 1)$,

f) $\sqrt{\arctan \frac{x+1}{2x+1} - \frac{\pi}{4}}$,

g) $\sqrt{5-3x} + \arcsin \frac{3x-2}{5}$,

h) $\arcsin(\sin x)$,

i) $\sin(\arcsin x)$.

6.2 Načrtnite grafy funkcí $-f(x)$, $f(-x)$, $f(x) + b$, $f(x - a)$, $kf(x)$, $f(mx)$.

6.3 Znázornite $\log x$ a pomocou neho $\log x^2$, $3 \log 2x$, $\log(2-x)$, $\log \frac{1}{x}$.

6.4 Načrtnite grafy funkcí:

a) $\arctan(\tan x)$,

b) $\tan(\arctan x)$,

c) $\frac{1}{2}x^2 - 4x + 5$,

d) $\arcsin \frac{x-1}{3}$,

e) $\sin \frac{x-\pi/2}{2}$,

f) $\frac{1+x}{1-x}$.

6.5 Rozhodnite o parite funkcí:

a) 2 ,

b) $\frac{x^2}{1+x^2}$,

c) \sqrt{x} ,

d) $\ln \frac{1-x}{1+x}$,

e) $x \cosh x$,

f) $\frac{a^x + 1}{a^x - 1}$,

g) $\frac{\sin x}{x}$,

h) $|x^3|^{\frac{2^x-2^{-x}}{2}} \arcsin \frac{x}{x^2+1}$.

6.6 Zistite, či je fce $3 + \arcsin(2x - 1)$ monotónna a nájdite k nej inverznú.

6.7 Určte intervaly, kde je fce e^{x^2+4x+4} prostá.

6.8 Určte inverzné fcie k funkciám:

a) $3 + 4 \arccos(2x - 1)$,

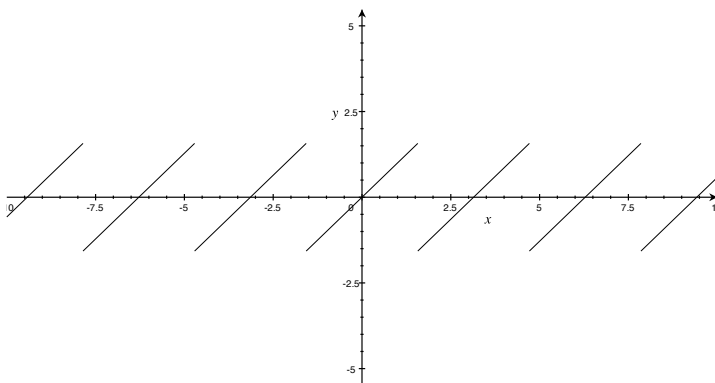
b) $2^{1+\ln \sqrt{x-2}}$,

c) $4^{\sin x}$,

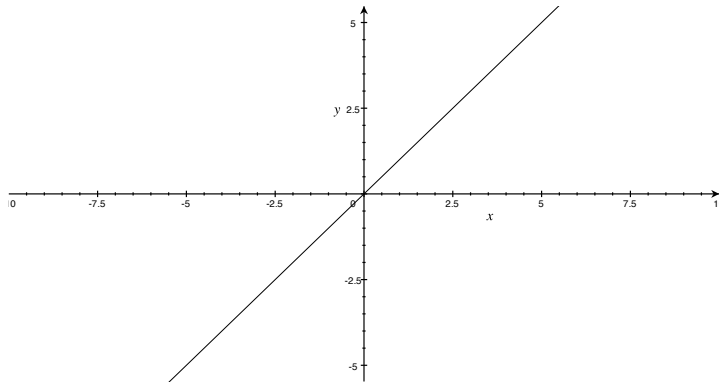
d) $\arcsin \frac{x-1}{3}$,

e) $\sin \frac{x-\pi/2}{2}$.

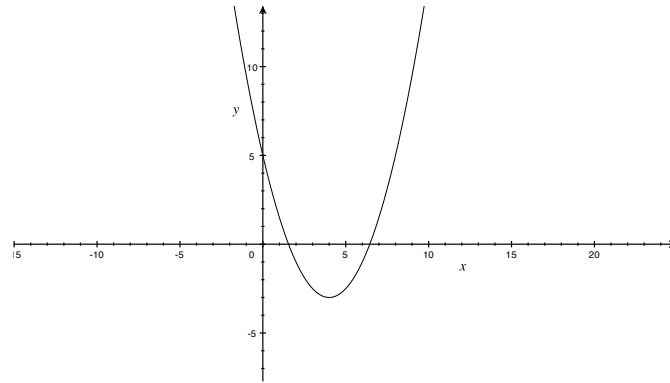
Riešenia: **6.1:** a) $(-\infty, 0)$; b) $\langle \frac{-3}{5}, \frac{5}{2} \rangle$; c) $\mathbb{R} \setminus \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \{3\pi/4 + k\pi\}$; d) $x \neq \pi - \pi/3 + 2k\pi, x \neq \pi + \pi/3 + 2k\pi$; e) $\langle 0, 1 \rangle$; f) $(-1/2, 0)$; g) $\langle -1, 5/3 \rangle$; h) \mathbb{R} ; i) $\langle -1, 1 \rangle$; **6.5:** a) S; b) S; c) ani, ani; d) L; e) L; f) L; g) S; h) S; **6.6:** rastúca; inverz $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin(x - 3)$; **6.7:** prostá na $\langle -2, \infty \rangle$, nebo $(-\infty, -2)$; **6.8:** a) $(1 + \cos(x - 3)/4)/2$; b) $2 + e^{2 \log_2 x/2}$; c) $\arcsin(\log_4 x)$; d) $3 \sin x + 1$; e) $2 \arcsin x + \pi/2$;



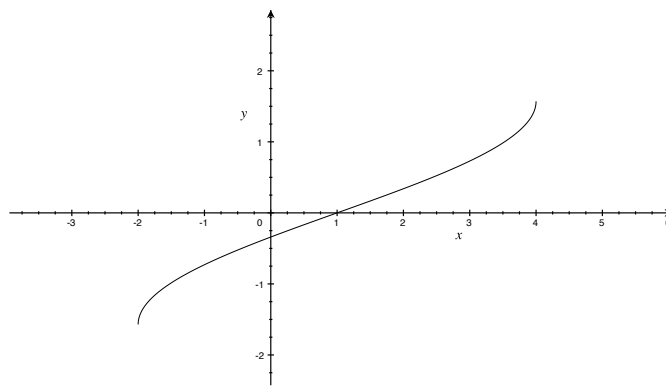
6.4: a)



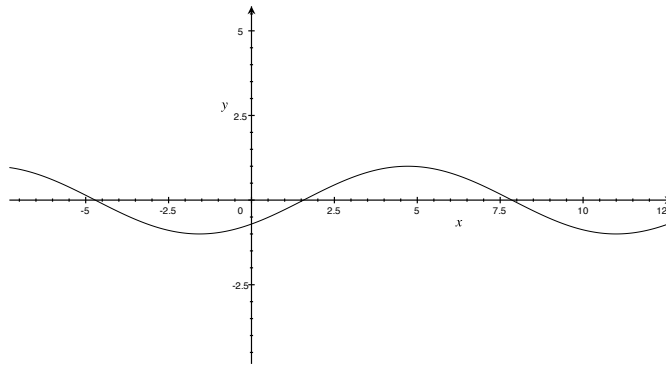
6.4: b)



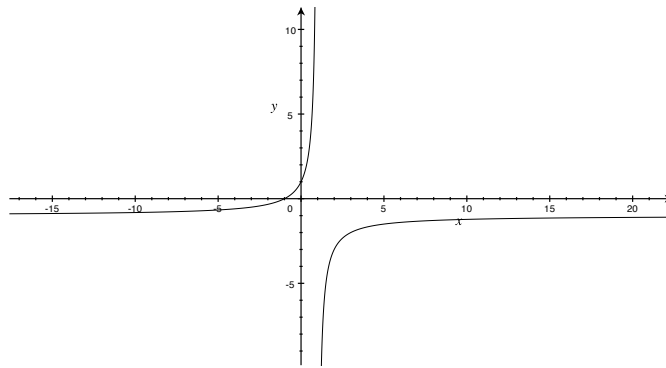
6.4: c)



6.4: d)



6.4: e)



6.4: f)