

Písemná zkouška ze Základů matematiky 15. 1. 2009

Jméno a příjmení	1	2	3	4	5	Součet

Každý příklad je hodnocen 8 body. Pro odpovědi využijte volného prostoru mezi příklady, případně druhé strany papíru. Test trvá 90 minut.

1. Nechť X je dvojprvková množina a ρ relace na X . Pro každou z následujících formulí nalezněte nějakou relaci, která formulí splňuje a nějakou relaci (tu označte jako σ), která ji nespĺňuje. Pokud taková ρ nebo σ neexistuje, dokažte to.

a) $(\forall x \in X)(\exists y \in X)(x\rho y)$.

b) $x\rho x \rightarrow (\forall y \in X)(x\rho y)$.

c) $(x\rho y \wedge y\rho x) \rightarrow x = y$.

d) $x\rho y \rightarrow (\exists z \in X)(x\rho z \vee z\rho y)$.

2. Uvažujme množiny

$$X = \{f : \mathbb{N} \rightarrow \{0, 1\} \mid \{x \in \mathbb{N} \mid f(x) = 0\} \text{ je konečná} \},$$

$$Y = \{f : \mathbb{N} \rightarrow \{0, 1\} \mid \{x \in \mathbb{N} \mid f(x) = 1\} \text{ je konečná} \}.$$

Najděte nějakou bijekci $g : X \rightarrow Y$.

3. Nechť $X, Y, Y_i, i \in I$ jsou množiny. Dokažte, že platí:

a) $(X - Y) - Z = X - (Y \cup Z),$

b) $X - \bigcup_{i \in I} Y_i = \bigcap_{i \in I} (X - Y_i).$

4. Načrtněte hasseovské diagramy všech vzájemně neizomorfních uspořádání na čtyřprvkové množině, která mají:

a) právě 2 maximální a 2 minimální prvky,

b) největší prvek.

5. Popište multiplikativními tabulkami grupu (R, \circ) rotací čtverce a grupu $(\{1, -1, i, -i\}, \cdot)$ a dokažte, že jsou izomorfní.