

# Písemná zkouška ze Základů matematiky 5. 2. 2009

Jméno a příjmení	1	2	3	4	5	Součet

Každý příklad je hodnocen 8 body. Pro odpovědi využijte volného prostoru mezi příklady, případně druhé strany papíru. Test trvá 90 minut.

1. Pro každou z následujících formulí nalezněte nějakou množinu  $A$ , která formuli splňuje, a nějakou množinu (tu označte jako  $B$ ), která ji nespĺňuje. Pokud takové  $A$  nebo  $B$  neexistuje, dokažte to.

a)  $(\forall x \in A)(\exists y \in A)(x \neq y)$ .

b)  $(\forall x, y, z \in A)(x = y \vee x = z \vee y = z)$ .

c)  $(\forall X, Y \subseteq A)(X \subseteq Y \vee Y \subseteq X)$ .

d)  $(\exists X)(\mathcal{P}(A) - X = A)$ .

2. Uvažujme množiny

$$X = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid x - y > 0\},$$

$$Y = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid x - y < 0\}.$$

Najděte nějakou bijekci  $f : X \rightarrow Y$ , její inverzi  $f^{-1} : Y \rightarrow X$  a ověřte, že jsou vzájemně inverzní.

3. Necht'  $X, Y, Y_i, i \in I$  jsou množiny. Dokažte, že platí:

a)  $(X \times X) \cap (Y \times Y) = (X \cap Y) \times (X \cap Y),$

b)  $(\bigcup_{i \in I} Y_i) - X = \bigcup_{i \in I} (Y_i - X).$

4. Načrtněte hasseovské diagramy všech vzájemně neizomorfních uspořádání na čtyřprvkové množině, z nichž každé je izomorfní se svým duálním uspořádáním.

5. Sestrojte multiplikatívni tabulku grupy  $(\mathbb{Z}_8^\times, \cdot)$  a dokažte, že není izomorfní grupě  $(\mathbb{Z}_4, +)$ .