

Písemná zkouška ze Základů matematiky 12. 2. 2009

Jméno a příjmení	1	2	3	4	5	Součet

Každý příklad je hodnocen 8 body. Pro odpovědi využijte volného prostoru mezi příklady, případně druhé strany papíru. Test trvá 90 minut.

1. Nechtě $f : \{0, 1\} \rightarrow \{a, b, c\}$ je zobrazení. Pro každou z následujících formulí nalezněte nějaké zobrazení f , které formulí splňuje, a nějaké zobrazení (to označte jako g), které ji nesplňuje. Pokud takové f nebo g neexistuje, dokažte to.

a) $(\forall x \in \{a, b, c\})(\exists y \in \{0, 1\})(f(y) = x)$.

b) $(\exists h : \{a, b, c\} \rightarrow \{0, 1\})(h \circ f = id_{\{0,1\}})$.

c) $(\exists X \subseteq \{a, b, c\})(\exists h : X \rightarrow \{0, 1\})(f \circ h = id_X \wedge h \circ f = id_{\{0,1\}})$.

d) $(\forall x, y \in \{0, 1\})(f(x) = f(y))$.

2. Uvažujme množiny

$$X = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid xy > 0\},$$

$$Y = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid xy < 0\}.$$

Najděte nějakou bijekci $f : X \rightarrow Y$, její inverzi $f^{-1} : Y \rightarrow X$ a ověřte, že jsou vzájemně inverzní.

3. Nechť $X, Y, Y_i, i \in I$ jsou množiny. Dokažte, že platí:

a) $(X \times Y) \cap (Y \times X) = (X \cap Y) \times (X \cap Y),$

b) $X \cup (\bigcup_{i \in I} Y_i) = \bigcup_{i \in I} (X \cup Y_i).$

4. Načrtněte hasseovské diagramy všech vzájemně neizomorfních uspořádání

a) na tříprvkové množině,

b) na čtyřprvkové množině, z nichž v každém existuje právě jedna dvojice nesrovnatelných prvků.

5. Sestrojte multiplikatvní tabulky grupy symetrií obdélníku (G, \circ) a grupy $(\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2, +)$ a dokažte, že jsou izomorfní.