

# MATEMATICKÁ ANALÝZA I, učitelské studium

6.1.2010

## I. část

1. Nakreslete grafy následujících funkcí (do samostatných obrázků)

$$f : y = \log_{\frac{1}{3}} |x|, \quad g : y = 3 \arcsin x.$$

Mají funkce  $f$ ,  $g$  vlastní či nevlastní limity v bodě  $x = 0$ ?

2. Zjistěte, zda je funkce  $y = 1 + x \sin x$  lichá nebo sudá, či nikoliv.
3. Načrtněte příklad grafu funkce s definičním oborem  $D = \langle 1, 5 \rangle$ , která je na  $D$  shora ohraničená, v bodě  $x = 2$  má odstranitelnou nespojitost, v bodě  $x = 3$  je zprava spojitá a přímka o rovnici  $x = 3$  je její asymptota. Pokud takový příklad neexistuje, napište, které vlastnosti jsou v rozporu.
4. Výrokem s kvantifikátory a nerovnostmi запиšte, co znamená  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2$ . Pak udejte příklad vyhovující funkce  $f$  tvaru  $f(x) = k \cdot |x - 5|$  s vhodnou konstantou  $k$ .
5. Vypočtěte limitu posloupnosti  $\{\sqrt{n^2 + 3n} - n\}_{n=1}^{\infty}$ .
6. Přímo z definice derivace vypočtěte  $f'(2)$  pro funkci  $f: y = x^3$ .
7. Zadejte vzorcem příklad funkce  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , která má v bodě  $x = 1$  různé jednostranné vlastní derivace. Vzorec může být „rozvětven“:  $f(x) = \left\{ \dots \right.$
8. Napište rovnici tečny ke grafu funkce  $y = x^x$  s dotykem v bodě  $[1, ?]$ .
9. Rozhodněte, zda má funkce  $y = \frac{\sin x}{x}$  asymptoty a) bez směrnice, b) se směrnicí.

## II. část

1. Rozložte obvyklým způsobem racionální funkci

$$y = \frac{x^4 + 1}{x^4 - 1}.$$

2. Vypočtěte (pokud existuje)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \operatorname{tg} \frac{\pi x}{4} \right)^{\frac{1}{x-1}}.$$

3. Vyšetřete průběh funkce

$$y = \frac{\ln(x^2)}{x}.$$