

MATEMATICKÁ ANALÝZA 1, učitelské studium

10. února 2010

I. část

1. Načrtněte grafy následujících funkcí (do samostatných obrázků)

$$f: y = |\ln(-x)|, \quad g: y = \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}(x-1).$$

2. Určete definiční obory funkcí $f: y = \arcsin\left(\frac{1}{x}\right)$ a $g: y = \sqrt{3-x}$.
3. Udejte příklad posloupností $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ a $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$, jež nemají ani vlastní, ani nevlastní limity, přestože $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = 1$.
4. Načrtněte příklad grafu funkce s definičním oborem $D = \langle 1, 5 \rangle$, která je na D ohraničená, nemá však na D ani absolutní maximum, ani absolutní minimum.
5. Výrokem s kvantifikátory a nerovnostmi запиšte, co znamená $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$.
6. Určete (pokud existují) limity těchto posloupností

$$a) \left\{ \frac{\sin n}{n} \right\}_{n=1}^{\infty}, \quad b) \left\{ 2n \cdot \sin \frac{1}{n} \right\}_{n=1}^{\infty}.$$

7. Najděte obě souřadnice bodu dotyku té tečny ke grafu funkce $f: y = x^2 - 3x + 5$, která je rovnoběžná s přímkou o rovnici $x + y = 1$.
8. Pro funkci $f: y = 2|x| - 3x$ určete její jednostranné derivace v bodě $x = 0$.
9. Napište tvar rozkladu na parciální zlomky (s neurčitými koeficienty, které **nepočítejte**) pro funkci

$$f: y = \left(\frac{x}{x^2 + x + 1} \right)^2.$$

II. část

1. Derivujte funkce a výsledky upravte

$$f: y = \operatorname{arctg} \frac{x+1}{x-1}, \quad g: y = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}).$$

2. Vypočtěte limity

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right), \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}.$$

3. Vyšetřete průběh funkce $f: y = \frac{1}{x^2 - 9}$.