Domácí úkoly ke cvičení č. 6

1. V obou následujících případech vyberte ze zadaných vektorů $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4, \mathbf{u}_5$ ve vektorovém prostoru $(\mathbb{R}^5, +, \cdot)$ bázi lineárního obalu $[\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4, \mathbf{u}_5]$ těchto vektorů a zbývající vektory vyjádřete jako lineární kombinace vektorů vámi vybrané báze.

a) $\mathbf{u}_1 = (1, 3, -2, -1, 2)$,
$\mathbf{u}_2 = (2, -1, 3, -2, -3)$,
$\mathbf{u}_3 = (3, 2, 1, -3, -1)$,
$\mathbf{u}_4 = (2, -3, 4, -1, -4)$,
$\mathbf{u}_5 = (3, 5, -4, -1, 4)$,

b) $\mathbf{u}_1 = (1, -3, 2, -1, -2)$,
$\mathbf{u}_2 = (4, 3, -4, 2, -3)$,
$\mathbf{u}_3 = (8, -4, -1, 3, -6)$,
$\mathbf{u}_4 = (3, 4, -4, 1, -3)$,
$\mathbf{u}_5 = (5, -7, 3, -4, -8)$.

2. V obou následujících případech rozhodněte, zda zadané vektory $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$ ve vektorovém prostoru $(\mathbb{R}^5, +, \cdot)$ jsou lineárně nezávislé. Pokud ano, rozhodněte dále, zda ze zadaných vektorů $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4$ v tomto vektorovém prostoru je možno vybrat vektory, kterými by se vektory $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$ doplnily na bázi vektorového prostoru $(\mathbb{R}^5, +, \cdot)$. Pokud je to možné, pak doplňte tyto vektory $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$ vhodnou volbou vektorů ze sady vektorů $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4$ na bázi uvedeného vektorového prostoru.

a) $\mathbf{u}_1 = (1, -4, 2, -3, -2)$,
$\mathbf{u}_2 = (2, 3, -1, 4, -3)$,
$\mathbf{u}_3 = (3, -2, 1, 2, -4)$,

$\mathbf{v}_1 = (1, -3, 2, -4, -3)$,
$\mathbf{v}_2 = (2, -4, 3, -1, 4)$,
$\mathbf{v}_3 = (3, -3, 1, 3, -3)$,
$\mathbf{v}_4 = (4, 1, -3, 2, -1)$,

b) $\mathbf{u}_1 = (1, 3, -2, 4, -3)$, $\mathbf{u}_2 = (2, -1, -4, 3, -2)$, $\mathbf{u}_3 = (3, 4, 3, -3, -4)$,

$\mathbf{v}_1 = (1, 7, -2, -2, -1)$, $\mathbf{v}_2 = (2, 8, 5, -2, -5)$, $\mathbf{v}_3 = (3, -4, 2, 1, -3)$, $\mathbf{v}_4 = (4, 0, 1, -4, -3)$.

3. V obou následujících případech rozhodněte, zda dané lineárně nezávislé vektory $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$ z vektorového prostoru $(\mathbb{R}^5, +, \cdot)$ leží v lineárním obalu $[\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \mathbf{w}_3, \mathbf{w}_4]$ daných vektorů $\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \mathbf{w}_3, \mathbf{w}_4$ z tohoto vektorového prostoru. Je-li tomu tak, pak vyberte z této druhé sady vektorů vhodné vektory tak, aby tyto vybrané vektory spolu s vektory $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$ tvořily bázi lineárního obalu $[\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \mathbf{w}_3, \mathbf{w}_4]$ vektorů $\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \mathbf{w}_3, \mathbf{w}_4$.

a) $\mathbf{u}_1 = (1, -4, 3, -2, 3)$, $\mathbf{u}_2 = (2, 7, -4, 1, 1)$,

$\mathbf{w}_1 = (1, -1, 1, -1, 2)$, $\mathbf{w}_2 = (3, -5, -1, 7, 8)$, $\mathbf{w}_3 = (4, -1, 2, -3, 7)$, $\mathbf{w}_4 = (7, 2, 1, -4, 11)$,

b) $\mathbf{u}_1 = (1, 2, -3, 1, -2)$, $\mathbf{u}_2 = (1, -3, 2, -1, 3)$,

$\mathbf{w}_1 = (3, 1, -4, 1, -1)$, $\mathbf{w}_2 = (3, -4, 1, -1, 4)$, $\mathbf{w}_3 = (4, -3, 2, 1, -2)$, $\mathbf{w}_4 = (5, 2, -2, -3, 1)$.