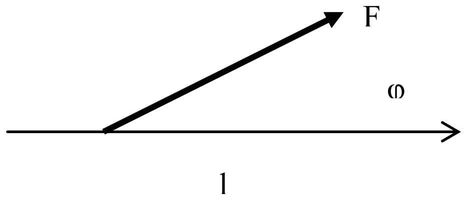
7. Zákony zachování

Energie, zákon zachování energie

Práce



$W = \vec{F}.\vec{l} \quad W = Fl\cos\varphi$

$[W] = [Nm] = [J]$ J.M.Joule 1818-1889

Obecněji

$$dW = F_x dx \quad \rightarrow \quad W = \int_{x1}^{x2} F_x dx$$

po křivce

$$W = \int_i^f \vec{F} d\vec{l} = \int_i^f F_x dx + F_y dy + F_z dz$$

Např. v gravitačním poli

$$\vec{F}(0,-mg,0) \quad \rightarrow \quad W = \int_i^f \vec{F} d\vec{l} = -mg\int_i^f dy = -mg(y_f - y_i)$$

Práce v gravitačním poli závisí pouze na počátečním a koncovém bodě, nikoliv na tvaru křivky

Kinetická energie

pro 1dm a rovnoměrně zrychlený pohyb

$$x = \frac{1}{2}at^2 \quad v = at \quad \rightarrow \quad x = \frac{1}{2a}v^2$$

$$W = ma(x_f - x_i) = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

Kinetická energie

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \qquad [K] = [kgm^2s^{-2}] = [J]$$

$$W = \Delta K = K_f - K_i$$

Práce vzniklá působící silou je rovna změně kinetické energie.

Obecněji

$$\frac{dK}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = m\vec{v}\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}\frac{d\vec{l}}{dt}$$

$$dK = m\vec{a}d\vec{l} \quad \rightarrow \int_i^f dK = \int_i^f \vec{F}d\vec{l} \quad \rightarrow \quad K_f - K_i = W$$

W závisí pouze na kinetické energii na začátku a konci.

Výkon

Průměrný výkon

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Okamžitý výkon

$$P = \frac{dW}{dt}$$

pro konstantní sílu

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d(Fl)}{dt} = F\frac{dl}{dt} = Fv$$

$$[P] = [J\,s^{-1}] = [W] \quad [J] = [Ws] \quad [kWh]$$

Co je práce? co je energie? - nesnadná odpověď.Snad – energie je schopnost konat práci, lépe

$$\int dK = \int F dl$$

Zachování energie

Richard Feyman (1918-88) :“ Je důležité vědět, že v současné fyzice nevíme co je to energie.“
Henry Poincare (1854-1912):“ Prostě nemůžeme dát obecnou definici energie, zákon zachování energie říká, že je to něco co je konstantní.“

Konzervativní síly – práce závisí pouze na počátečním a koncovém bodě, nikoliv na tvaru dráhy (např. gravitační síla, elektrická síla….
Nekonzervativní síly – opak (např. tření……

Příklad: volný pád

$$W = -mg(y_f - y_i) \quad \text{tj. práce při vyzdvižení tělesa}$$

$$W = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \quad \text{viz dříve}$$

z rovnosti prací

$$mgy_i + \frac{1}{2}mv_i^2 = mgy_f + \frac{1}{2}mv_f^2$$

Zavedeme pojem – potenciální energie $U = mgy$, dříve kinetická energie $K = \frac{1}{2}mv^2$

Pak

$$K_i + U_i = K_f + U_f = konst$$

Zavedeme mechanickou energii E jako součet kinetické a potenciální energie

$$E = K + U$$

Tedy při volném pádu je mechanická energie konstantní.

Poznámka:

gravitační potenciální energie je

$$U = mgh$$

Práce v gravitačním poli

$$W = -mgh$$

Tedy

$$W = -U$$

Potenciální energie je záporně vzatá práce.
Obecněji

$$W = \int_i^f F(x)dx \quad U_f - U_i = -W \quad K_f - K_i = W$$

Tedy

$$K_f + U_f = K_i + U_i = E$$

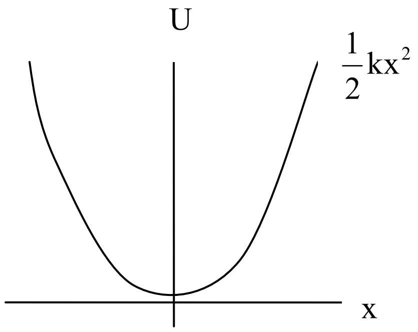
Mechanická energie v konzervativním systému se zachovává.

Poznámka

$$U_f - U_i = -\int_i^f F(x)dx \quad \rightarrow F(x) = -\frac{dU}{dx}$$

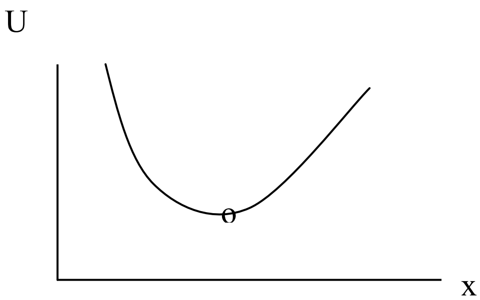
Elastická potenciální energie
Pružina – Hookův zákon

$$F = -kx \quad U = -\int Fdx = \int kxdx = \frac{1}{2}kx^2$$

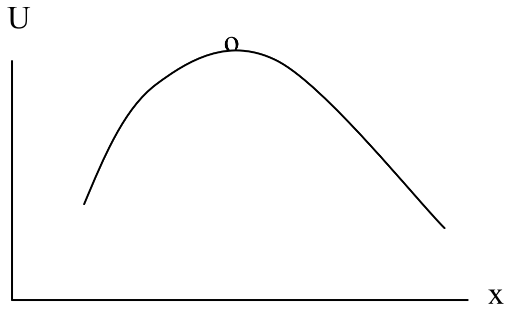


<u>Rovnováha, stabilita</u>
Rovnovážný bod – kde $\sum F = 0$

$$F = 0 \quad \rightarrow \frac{dU}{dx} = 0 \qquad \text{maximum nebo minimum}$$



minimum U, stabilní poloha – rovnovážná



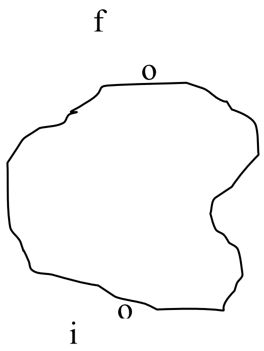
maximu U, nestabilní poloha- rovnovážná

Konzervativní síly – 3dm

Po uzavřené křivce je práce nulová

$\oint \vec{F} d\vec{l} = 0$

Nebo



$$\oint F dl = \int_i^f F dl + \int_f^i F dl = 0 \quad \rightarrow \int_i^f F dl = -\int_f^i F dl$$

Práce tedy nezávisí na dráze. Závisí pouze na počátečním a koncovém bodu.

Potenciální energie

$$U_f - U_i = -\int_i^f \vec{F} d\vec{l}$$

Zákon zachování mechanické energie má stejný tvar.

Nekonzervativní síly

např.. tření….

Celková práce $W_{celk} = W_{konz.} + W_{nekonv}$

$W_{celk} = K_f - K_i$ platí pro konzervativní i nekonzervativní síly

$W_{konz} = -(U_f - U_i)$ platí pouze pro konzervativní síly

Po dosazení

$K_f - K_i = W_{konz} + W_{nokonz} = -(U_f - U_i) + W_{nekonv}$

nebo

$K_f + U_f = K_{fi} + U_i + W_{nekonv}$

nebo

$E_f = E_i + W_{nekonv}$

Díky tření (teplo) se zvýší vnitřní energie tělesa.

Vratné, nevratné procesy.

Izolovaný systém

Zákon zachování energie: **Celková energie v izolovaném systému je konstantní**

Poznámka

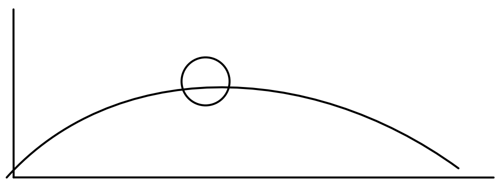
- potenciální, kinetická, vázaná na hmotnost $E = mc^2$
- elektrická, tepelná, zářivá, jaderná……..
- rozsah energií v přírodě (10^{40}J výbuch supernovy……10^{-17}J chemická vazba)
- aplikace

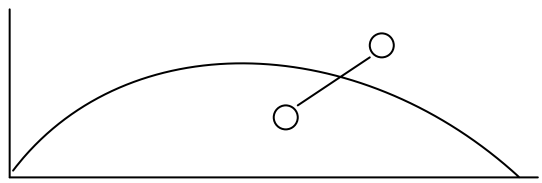
.

Hybnost, zákon zachování hybnosti, srážky

Těžiště, více těles

Těžiště – viz





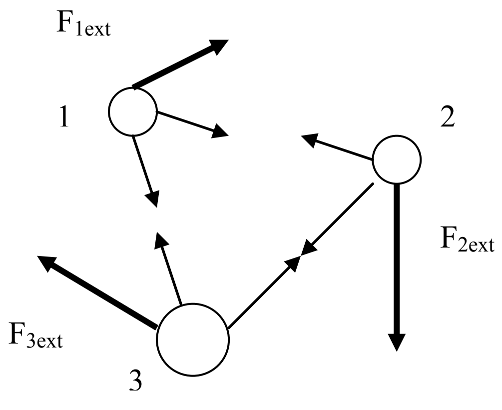
$$\vec{r}_T = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M} \qquad \vec{r}_T = \frac{\int \vec{r}\,dm}{M} = \frac{\iiint \vec{r}\rho\,dV}{M}$$

Pohyb těžiště

$$\vec{v}_T = \frac{d\vec{r}_T}{dt} = \frac{1}{M}\sum m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{1}{M}\sum m_i \vec{v}_i$$

$$\vec{a}_T = \frac{d\vec{v}_T}{dt} = \frac{1}{M}\sum m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \frac{1}{M}\sum m_i \vec{a}_i$$

2.Newtonův zákon pro soustavu těles



$\vec F_{12} = -\vec F_{21}$ $\vec F_{13} = -\vec F_{31}$ $\vec F_{32} = -\vec F_{23}$ (3. Newtonův zákon)

Podle 2.Newtonova zákona

$m_1 a_1 = \vec F_{21} + \vec F_{31} + \vec F_{1ext}$

$m_2 a_2 = \vec F_{12} + \vec F_{32} + \vec F_{2extt}$

$m_3 a_3 = \vec F_{13} + \vec F_{23} + \vec F_{3extt}$

Sečteme

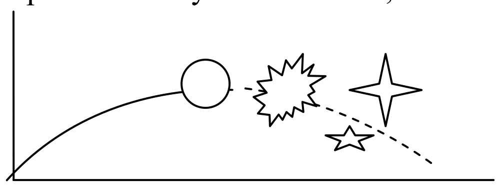
$\vec F_{1wxt} + \vec F_{2ext} + \vec F_{3ext} = m_1 a_1 + m_2 a_2 + m_3 a_3$

nebo

$\sum \vec F_{ext} = \sum m_i a_i \rightarrow \sum \vec F_{ext} = M a_T$

těžiště tělesa nebo těžiště soustavy těles se pohybuje podle 2.N.z. (vnitřní síly nehrají roli)

Např.: vrh šikmý vzhůru tělesa, které se během pohybu rozpadne (pyrotechnika)



Hybnost

Definice

$\vec p = m\vec v \quad [p] = [kg\,m\,s^{-1}] = [N\,s]$

2.N.z.

$\vec F = \dfrac{d\vec p}{dt}$

Celková hybnost soustavy těles

$\vec P = \sum \vec p_i = \sum m_i \vec v_i$

a pro těžiště

$\vec P = M\vec v_T$

Impuls

Předpokládejme, že síla působící na těleso je funkcí času (např. tenisová raketa a míček). Zavedeme definicí impuls J

$$J = \int_i^f F(t)dt$$

Pak platí

$$dp = Fdt \quad \rightarrow \quad p = p_f - p_i = \int_i^f Fdt = J \quad \rightarrow J = \Delta p$$

Výhodou je, že impuls závisí pouze na změně hybnosti a nikoliv na F(t).

Zákon zachování hybnosti

Poznámka

$$v_T = \frac{\sum m_i v_i}{M} = \frac{\sum p_i}{M} = \frac{P}{M} \quad \rightarrow \vec{P} = M v_T$$

2. N.z.

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = M\frac{d\vec{v}_T}{dt} = Ma_T$$

Platí

$$\sum F_{ext} = Ma_T \quad \text{nebo} \quad \sum F_{ext} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

Pro $\sum F_{ext} = 0$ dostaneme

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = 0 \quad \rightarrow \vec{P} = konst$$

V izolovaném systému respektive když na systém nepůsobí vnější síly, se celková hybnost zachovává – nemění.

Srážky

Srážky – velmi důležitý případ aplikací a ještě více nástroj studia vlastností srážejících se těles (elementární částice, urychlovače…..)

Část= případy:

- pružné (gumové koule….
- částečné pružné (deformace, menší srážka aut….
- nepružné (spojení se obou těles…..

Úplně nepružné

$$m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i} = (m_1 + m_2)\vec{v}_f$$

$$\frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2i}^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_{fi}^2 + E_{def}$$

Částečně pružné

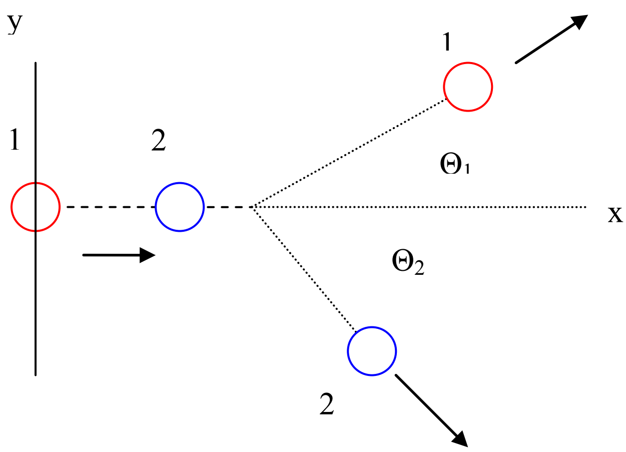
$$m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i} = m_1\vec{v}_{1f} + m_2\vec{v}_{2f}$$

$$\frac{1}{2}m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2}m_1 v_{1f} + \frac{1}{2}m_2 v_{2fi}^2 + E_{def}$$

<u>Pružné srážky</u>

$$m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i} = m_1\vec{v}_{1f} + m_2\vec{v}_{2f}$$
$$\frac{1}{2}m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2}m_1 v_{1f} + \frac{1}{2}m_2 v_{2fi}^2$$

poznámka: pro 2dm (kulička 1 narazí na stojící kuličku 2 (ne středem))

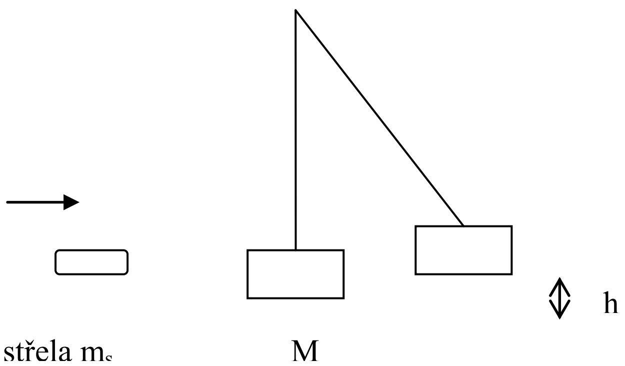


x: $m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f}\cos\Theta_1 + m_2 v_{2f}\cos\Theta_2$

y: $0 = m_1 v_{1f}\sin\Theta_1 - m_2 v_{2f}\sin\Theta_2$

$$\frac{1}{2}m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2}m_1 v_{1f} + \frac{1}{2}m_2 v_{2fi}^2$$

Př. balistické kyvadlo (měření rychlosti střely) nepružná srážka



zachování hybnosti:

$$m_s v_s = (M + m_s)v_f \quad \rightarrow \quad v_f = \frac{m_s v_s}{M + m_s}$$

zachování energie:

$$(M+m_s)gh=\frac{1}{2}(M+m_s)v_f^2 \quad\rightarrow\quad v_f=\sqrt{2gh}$$

porovnáním

$$v_s=\frac{(M+m_s)}{m_s}\sqrt{2gh}$$

Moment hybnosti, zákon zachování momentu hybnosti

Moment hybnosti

viz

$$\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt}=\sum\vec{M}_i$$

lépe

$$\frac{d\vec{L}}{dt}=\sum\vec{M}_{i\,ext}$$

Zákon zachování momentu hybnosti

pro

$$\sum\vec{M}_{i\,ext}=0 \quad\rightarrow\quad \frac{d\vec{L}}{dt}=0 \quad\rightarrow\quad \vec{L}=\text{konst}$$

V izolované soustavě respektive když celková moment vnějších sil se rovná nule, je moment hybnosti stejný – zachovává se.

Zákon zachování náboje

V izolované soustavě se celkový náboj nemění.
(samozřejmě se počty + a - mohou měnit)

Např.: chemické rovnice

$ZnO + 2HCl \rightarrow H_2O + ZnCl_2$

nebo

$Zn^{2+}O^{2-} + 2H^+Cl^- \rightarrow H_2^+O^{2-} + Zn^{2+}Cl_2^-$

nebo

$n \rightarrow p^+ + e^- \qquad e^+ + e^- \rightarrow 2h\nu$

Symetrie a zákony zachování

viz