

Na pisemku si prosim doneste kalkulacku, neco na psani a nejaky papir Pisemka bude trvat hodinu, bude obsahovat 4 priklady z kazde casti co uvadim. Pokud se podivate na vzorove priklady, nemel by mit nikdo z vas problem. Priklady budou stejneho typu nebo dokonce totozne. Pripisilam i vzorove reseni vzdy jednoho prikladu z oddilu, abych vam pomohla s jejich resenim.

Obsah pisemky:

- **derivace:** naucte se zakladni vzorce pro derivovani tzn.  $f(x)=\text{const.}$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\tan x$ ,  $\cot x$ ,  $\ln x$ ,  $e^x$ ,  $a^x$  (kdyby nekdo vahal tak, zkratky postupne znamenaji derivace konstanty, derivaci funkce sinus, cosinus, tangens, cotangens, prirodzeny logaritmus,  $e$  na  $x$ ,  $a$  na  $x$ , kde  $e$  je Eulerovo cislo a  $a$  je obecne nejaka libovolna konstanta). Dale musite ovladat vzorec pro derivaci soucinu a podilu funkci. Zkuste si doma cvicne priklady:

1. Urcete derivaci funkce  $y$ , pokud  $y = \sin x \cos x$ ,
2. urcete zrychleni, pokud vite, ze polohovy vektor je tvaru:  
 $r(t) = t^5 e^t + \frac{1}{t}$ ,
3. urcete rychlost, pokud vite, ze polohovy vektor je tvaru:  
 $r(t) = \frac{\cos t}{e^t}$ ,
4. urcete zrychleni, pokud vite, ze polohovy vektor je tvaru:  
 $r(t) = \frac{64}{2t^{25}}$
5. urcete rychlost, pokud vite, ze polohovy vektor je tvaru:  
 $r(t) = e^x \tan x + \frac{131}{\ln x} + \frac{2^x}{248}$

- **Rovnomerny pohyb a rovnomerne zrychleny pohyb:** doporucuji se podivat na nasledujici priklady (myslim, ze jsme vetsinu resili v seminari):

1. Vysadkar klesa na padaku stalou rychlosti 6 m/s. Ve vysce 20 m nad zemskym povrchem mu spadne rukavice. Za jakou dobu po dopadu rukavice pristane vysadkar na zemi, pokud rukavice padala rovnomerne zrychlene?
2. Kamen byl vrzen volnym padem do studny s pocatecni rychlosti 5 m/s. Splouchnuti bylo slyset za 2 s. Urcete hloubku studny. Dale pokud vite, ze rychlost zvuku je 1225 km/h, zvažte, jestli je nutna casova korekce (tzn. prevedte rychlost zvuku na m/s a urcete, jak dlouho se nesl zvuk z vodni hladiny k povrchu Zeme, potom reknete, jestli tato doba je srovnatelná s dobou letu kamene k vodni hladine).
3. Tramvaj se rozjizdi se zrychlenim 0.3 m/s<sup>2</sup>. Za jakou dobu prejde prvni metr sve drahy? Za jakou dobu prejde desaty metr sve drahy? Jakou ma rychlost na konci desateho metru?
4. V rece siroke 200 m se pohybuje lod z jednoho brehu na druhy. Rychlost proudu reky je 3 m/s, rychlost lode vzhledem ke brehu je 5 m/s. Po jakym uhlem musi ke sve draze musi vyrazit, aby se pohybovala kolmo na druhy breh. Jaky cas potrebuje lod na to, aby se na druhy breh takto dostala.
5. Za bezvetri padajici destova kapka dopadne na okno vlaku jedouci rychlosti 90 km/h. Jaky uhel se svislici bude na okne svirat stopa kapky, kdyz predpokladame, ze se po skle pohybuje rovnomerne a vznikla ve vysce 400 m nad hornim okrajem okna? Odpor vzduchu zanedbejte.

- **Sikme vrhy:** odkazuji se na cviceni, do pisemky zaradim jen priklady, ktere jsme pocitali na seminari.
- **Dynamika:** Oblibene priklady na naklonenou rovinu a ruzne kostky na vodorovne rovine, ktere se vlivem treni brzdi.

1. Teleso klouze po irovine sklonene pod uhlem 45°, se zrychlenm 4.4 m · s<sup>-2</sup>. Pod jakym uhlem by musela byt sklonena tataz rovina, aby se teleso pohybovalo bez zrychleni (rovnomerne)?

Napoveda: Z roviny, kde se teleso pohybuje se zrychlenem se pokuste urcit treci koeficient. Teleso se pohybuje primocare a bez zrychleni=vyslednice pusobicich sil je nulova.

2. Jaka sila mimo tihove pusobi na padajici teleso o hmotnosti 2 kg, pokud se jeho rychlost zvyсила 2 m/s na 20 m/s za cas 1.5 s? Odpor prostredi zanedbejte.
3. Jaky je soucinitel smykoveho treni mezi telesem a vodorovnou rovinou, pokud se teleso o hmotnosti 225 kg, ktere se pohybovalo pocatecni rychlosti 42 km/h, zastavilo pusobenim treci sily na draze na draze 48 m?
4. Na naklonene rovine s uhlem sklonu  $\alpha$  (vzhledem k vodorovne rovine) klouze teleso, soucinitel smykoveho treni mezi telesem a podlozkou je  $f$ , urcete zrychleni telesa.

POZN: Timto se myslí odvození pro zrychlení z obrazku a napsání rovnic pro jednotlivé osy- rozložení sil do složek...delali jsme na seminari.

- **Zakony zachovani:** Rozhodla jsem se, zakony zachovani zahrnout az do dalsi pisemky...jinak by jsme ji uz nemeli skoro na co psat. Jsme pomerne napred.

**Reseni** nekterych prikladu s vysvetlenim:

- **derivate:** priklad c.1: K vypoctu derivate musite znat zakladni vzorce a vzorec pro derivaci soucinu funkci:  $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$ , potom je vysledek prvnioho prikladu jednoduchy:  $y' = \cos x \cos x + \sin x(-\sin x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ . K dalsim prikladum je potreba znat i vzorec na podil:  $(\frac{f}{g})' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$ , dale musite vedet, rychlost je prvni derivate polohoveho vektoru a zrychleni je druha derivate polohoveho vektoru (tzn. prvni derivate rychlosti).
- **rovnomerny a rovnomerne zrychleny pohyb:** priklad c.1: V tomto pripade je dulezite si uvedomit kdo se jak pohybuje. V zadani je jednoznacne receno, ze rukavice se pohybuje rovnomerne zrychlene. Vysadkar se pohybuje rovnomerne (ma padak, ktery mu zabranuje ve volnem padu...). Nejdrive vypocitame, jak dlouho bude vysadkari trvat nez doletne na Zem. V jeho pripade uzijeme vztahu  $x = v_0 t$ , z cehoz dostaneme cas 3.3 s.

K vypoctu letu rukavice uzijeme vztah pro drahu rovnomerne zrychleného pohybu. Nesmime zapomenout na to, ze rukavice vypadne z ruky vysadkari, ktery jiz ma nejakou rychlost, proto pocitame s pocatecni rchlosti, ktera je shodna s rychlosti vysadkare:  $x = v_0 t + 1/2gt^2$ . Neznama, kterou hledame je cas, musime tedy vyresit kvadratickou rovnicí:  $0 = 1/2gt^2 + v_0 t - x$ . Resenim kvadraticke rovnice jsou dva koreny. V nasem pripade vyjde jeden zaporny, coz je fyzikalne nezajimave reseni a druhe kladne. Kladne reseni kvadraticke rovnice je tedy cas letu rukavice na Zem a vyjde priblizne 1.5 s.

Rukavice tedy doletne o 1.8 s drive nez vysadkar

- **dynamika:** priklad c.1: Jak je napsano v napovede, nejdrive se zamerime na rovinou naklonenou tak, ze se teleso pohybuje zrychlene. Ve cviceni jsme si odvodili, ze vztah pro zrychleni vypada nasledovne:  $a = g(\sin \alpha - f \cos \alpha)$ . Z tohoto vztahu urcime koeficient treni jako:

$$f = \frac{g \sin \alpha - a}{g \cos \alpha} \quad (1)$$

Ted se zamyslime, co znamena, ze se teleso pohybuje rovnomerne. Vyslednice pusobicich sil je nulova, pohybuje se tedy bez zrychleni:  $a = 0 \text{ m/s}^{-2}$ . Pouzijeme vztahu z prvni casti, jen za zrychleni dosadime nulu a misto  $\alpha$  do vzorce oznacime uhel jinak, napriklad  $\beta$ , potom se z tohoto vztahu budeme snazit urcit uhel  $\beta$ . Dostaneme tedy

$$0 = g(\sin \beta - f \cos \beta)a \quad (2)$$

za koeficient treni dosadime vysledek, ktery jsme vypocitali v prvni casti (rovnice 1- tady muzete bud dosadit obecny vztah nebo koeficient vyjadrit ciselne). Potom dostaneme,

$$\frac{\sin \beta}{\cos \beta} = f = \tan \beta \quad (3)$$