

Gravimetrie

- ▶ studuje zemské tíhové pole a sestavuje tíhové mapy, které zobrazují hustotní anomality v zemské kůře

Fyzikální základy gravimetrie

- Newtonův zákon všeobecné gravitace

$$F = \kappa \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \quad [\text{N}]$$

$$\text{kde } \kappa = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

F je síla v [N]

M, m jsou hmotnosti těles v [kg]

r je vzdálenost hmotných středů těles v [m]

Intenzita gravitačního pole

$$E = \frac{F}{m} \quad [\text{N.kg}^{-1} = \text{ms}^{-2}]$$

Podle druhého Newtonova zákona (zákon síly)

$$F = m \cdot a$$

Po dosazení dostáváme

$$E = a$$

Intenzita gravitačního pole se rovná zrychlení,
které gravitační pole tělesu uděluje

Gravitační pole Země

$$F_g = \kappa \cdot \frac{M_z \cdot m}{R_z^2} \quad \Rightarrow \quad a_g = \kappa \cdot \frac{M_z}{R_z^2} \quad [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}]$$

$$\text{kde } \kappa = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$$

$$M_z = 5,977 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$R_z = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$a_g = \dots\dots\dots$$

Setrvačná síla vyvolaná otáčivým pohybem Země

$$F_s = m\omega^2 r$$

Na zemském povrchu platí :

$$F_s = m\omega^2 R_z \cdot \cos \varphi$$

kde

φ je zeměpisná šířka

ω je úhlová rychlost rotace Země $\omega = 7,292 \cdot 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$

$\left(\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ kde } T = 86164 \text{ s} \right)$

Zemská tíže, tíhové zrychlení

Tíhová síla je výslednice gravitační síly F_g a setrvačné síly F_s

$$\vec{G} = \vec{F}_g + \vec{F}_s$$

Síle G odpovídá **zemské tíhové zrychlení g** nazývané též zemská tíže

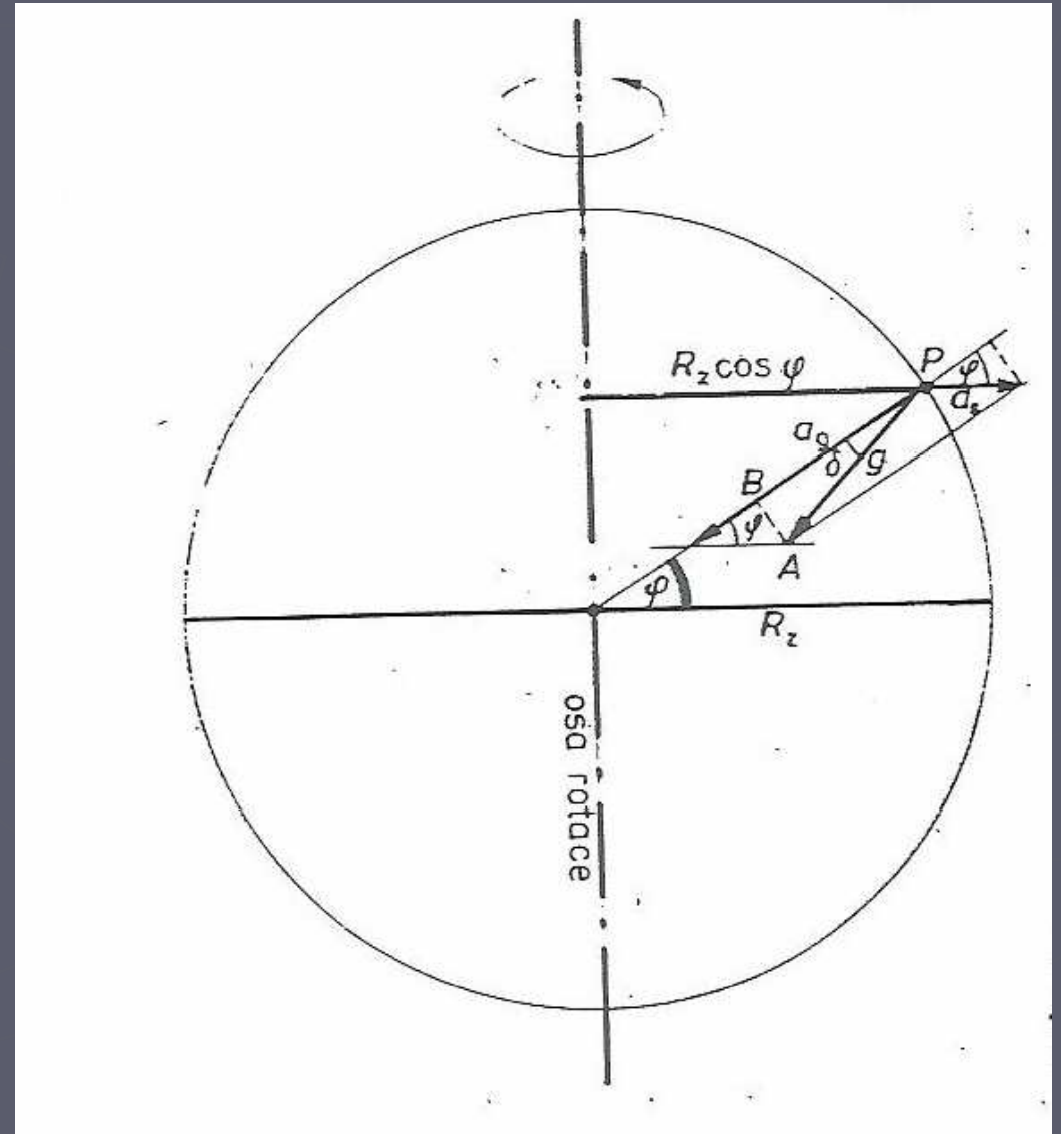
Směr síly G se nazývá svislý a určuje se olovníci, velikost síly G udáváme pomocí tíhového zrychlení g .

Jednotky: $g[\text{m/s}^2]$

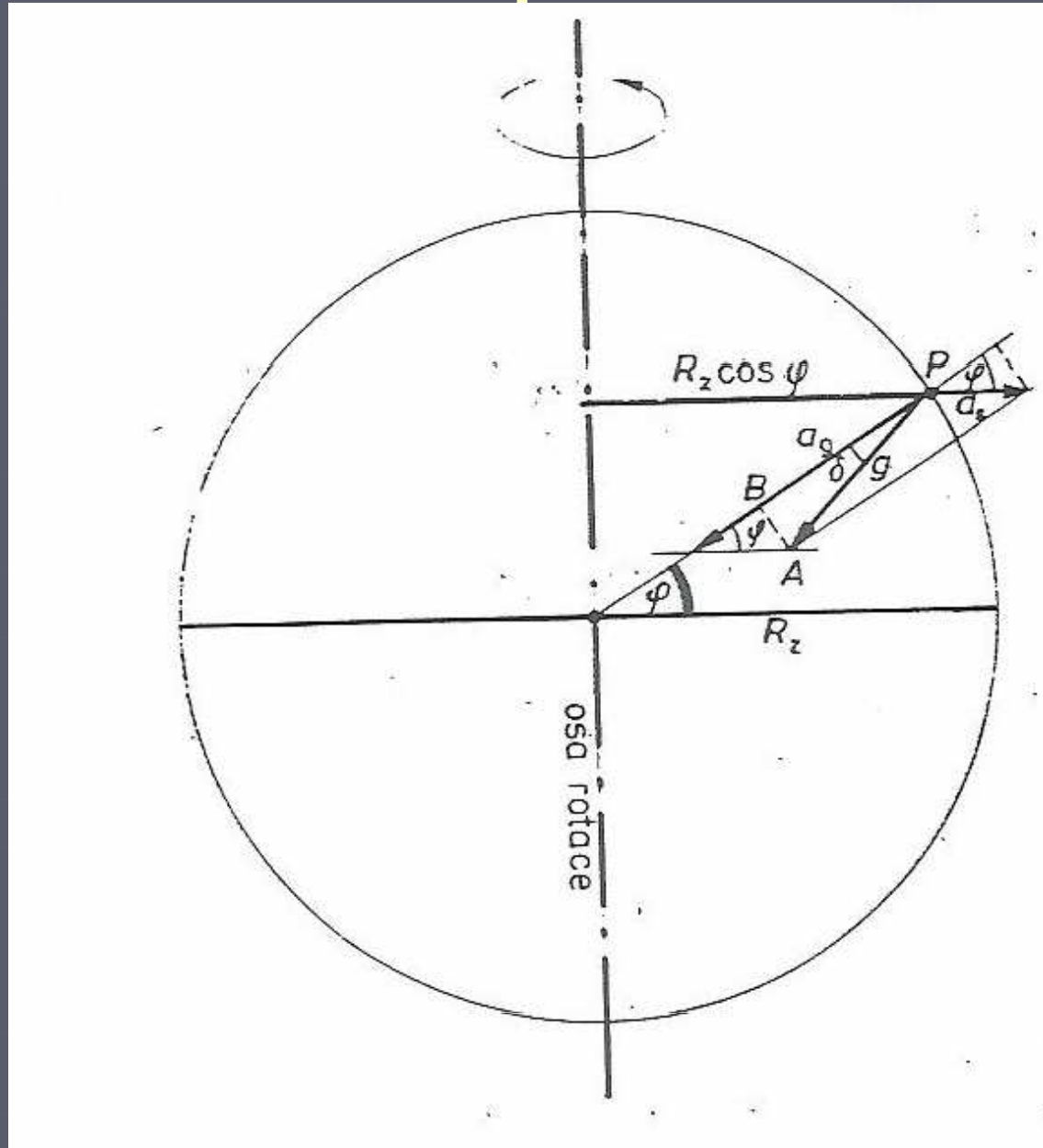
$1 \mu\text{m/s}^2 = 10^{-6} \text{ m/s}^2$

$1 \text{ mGal} = 10^{-5} \text{ m/s}^2$

miligal je jednotka pojmenovaná na počest Galileo Galileia



Směr a velikost tíhového zrychlení se mění se zeměpisnou šířkou



Normální tíhové zrychlení

V ČR se až do roku 1995 používal následující (Helmertův) vzorec pro výpočet normálního tíhového zrychlení:

$$g_n = 9,780\ 300 * (1 + 0,005302 * \sin^2\varphi - 0,000\ 007 * \sin^2 2\varphi)$$

Zrychlení na rovníku je $g_e = 9,780\ 300\ \text{m/s}^2$

Zrychlení na pólu vypočteme dosazením $\varphi = 90^\circ$

$$g_p = 9,832\ 177\ \text{m/s}^2$$

Tíhové zrychlení na pólu je tedy o $0,05186\ \text{m/s}^2$ větší než na rovníku.

První a hlavní příčinou toho je, že na pólu jsme blíže k těžišti Země.

Druhou příčinou je skutečnost, odstředivá síla je na pólu nulová, kdežto na rovníku maximální

(Jistou roli hraje též přebytek hmoty v prostoru rovníku)

Normální tíhové zrychlení

Od roku 1995 se v ČR (a podobně i ve světě) používá vzorec pro výpočet normálního tíhového zrychlení, který vychází z Mezinárodního referenčního elipsoidu WGS84

$$g_n = 9,780326 \frac{1 + 0,00193185 \sin^2 \varphi}{\sqrt{1 - 0,00669437 \sin^2 \varphi}}$$

Definice úplné Bouguerovy anomálie

Bouguerova anomálie = měřené tíhové zrychlení – tíhové zrychlení modelové Země

$$\Delta \mathbf{g} = \mathbf{g} - \mathbf{g}_{\text{teor}}$$

Definice používaná v ČR:

$$\Delta \mathbf{g} = \mathbf{g} - \mathbf{g}_n + \delta \mathbf{g}_F - \delta \mathbf{g}_B + \mathbf{T} - \mathbf{B}$$

Kde

\mathbf{g} je měřené tíhové zrychlení

\mathbf{g}_n je normální tíhové pole

$\delta \mathbf{g}_F$ je oprava z volného vzduchu (Fayova korekce)

$\delta \mathbf{g}_B$ je oprava na účinek Bouguerovy desky (Bouguerova korekce)

\mathbf{T} je topografická korekce

\mathbf{B} je Bullardův člen, zohledňující zakřivení zemského povrchu

Definice úplné Bouguerovy anomálie

Definice úplné Bouguerovy anomálie

$$\Delta g = g - g_{\text{teor.}}$$

↓
tíhová anomálie

↘ měřená tíže

↘ účinek teoretického modelu Země

Bullardův člen
↓

Definice používaná v ČR:

$$\Delta g = g - g_m + 3,086 \cdot h - 0,419 \rho h + \Delta g_t - B$$

↙ měřená tíže

↙ normální tíhové pole

↓ redukce volného vzduchu
(Fayova oprava)

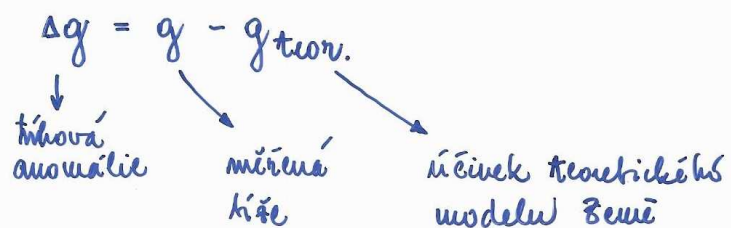
↓ oprava na Bouguerovu desku

↓ topografická korekce

Jednotky: $\Delta g, g, g_m \dots [\mu\text{m/s}^2]$
 $h [\text{m}]$
 $\rho [\text{g/cm}^3]$

Definice úplné Bouguerovy anomálie

Definice úplné Bouguerovy anomálie

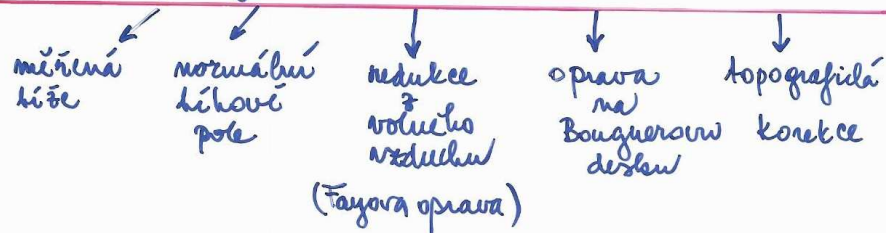


Bullardův člen

Definice používaná v ČR:



$$\Delta g = g - g_w + 3,086 \cdot h - 0,419 \rho h + \Delta g_t - B$$



Jednotky: $\Delta g, g, g_w \dots [\mu\text{m/s}^2]$
 $h [\text{m}]$
 $\rho [\text{g/cm}^3]$

a) redukce z volného vzduchu (pro "kulovou Zemi")

$$a_g = \gamma \frac{M_z}{R_z^2}; \quad a_g(h) = \gamma \frac{M_z}{(R_z+h)^2} = \gamma \frac{M_z}{R_z^2 + 2R_z h + h^2} =$$

$$= \frac{\gamma M_z}{R_z^2} \frac{1}{\left(1 + \frac{2h}{R_z} + \frac{h^2}{R_z^2}\right)} = a_g \frac{1}{1 + \frac{2h}{R_z}} = a_g \left(1 - \frac{2h}{R_z}\right)$$

$$\text{číselně pro změnu s výškou: } \Delta a_g \cdot \frac{2h}{R_z} = \frac{9,8 \cdot 10^{-6} \cdot 2}{6,378 \cdot 10^6} h \approx 3 \cdot h$$

$[\mu\text{m/s}^2/\text{m}]$

(hodnota 3,086 je pro elipsoidální Zemi)

Definice úplné Bouguerovy anomálie

a) redukce z volného vzduchu (pro "kulovou zemi")

$$a_g = \gamma \frac{M_z}{R_z^2} ; \quad a_g(h) = \gamma \frac{M_z}{(R_z+h)^2} = \gamma \frac{M_z}{R_z^2 + 2R_z h + h^2} =$$

$$= \frac{\gamma M_z}{R_z^2} \frac{1}{\left(1 + \frac{2h}{R_z} + \frac{h^2}{R_z^2}\right)} = a_g \frac{1}{1 + \frac{2h}{R_z}} = a_g \left(1 - \frac{2h}{R_z}\right)$$

číslně pro zemi s výškou: $a_g \cdot \frac{2h}{R_z} = \frac{9.8 \cdot 10^6 \cdot 2}{6.378 \cdot 10^6} \cdot h = 3 \cdot h$
[$\mu\text{m/s}^2/\text{m}$]

(hodnota 3,086 je pro elipsoidální zemi)

Definice úplné Bouguerovy anomálie

Definice úplné Bouguerovy anomálie

$$\Delta g = g - g_{\text{teor.}}$$

↓
 ↓
 ↓

tlaková anomálie měřená křivka účinek teoretického modelu Země

Bullardův člen

Definice používaná v ČR:

$$\Delta g = g - g_w + 3,086h - 0,419\rho h + \Delta g_t - B$$

↓ ↓ ↓ ↓ ↓

měřená křivka normální tlakové pole redukce vlnového vztahu (Fayova oprava) oprava na Bouguerovu desku topografická korekce

Jednotky: $\Delta g, g, g_w \dots [\mu\text{m/s}^2]$
 $h [\text{m}]$
 $\rho [\text{g/cm}^3]$

b) Oprava na Bouguerovu desku

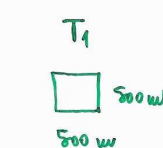


$$a_g = 2\pi\alpha\rho h$$

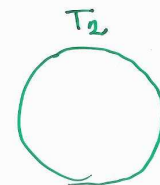
$$\text{křivka: } \alpha = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2} \quad [\text{SI}]$$

$$a_g [\mu\text{m/s}^2] = 0,419 \rho [\text{g/cm}^3] h [\text{m}]$$

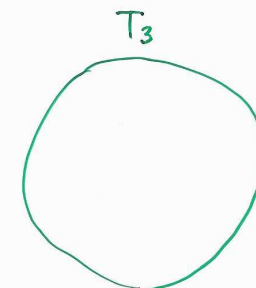
c) Topografická korekce Δg_t



"mřížová"



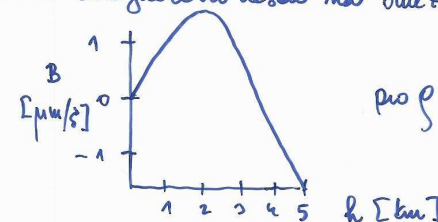
"středová"



"mřížová"

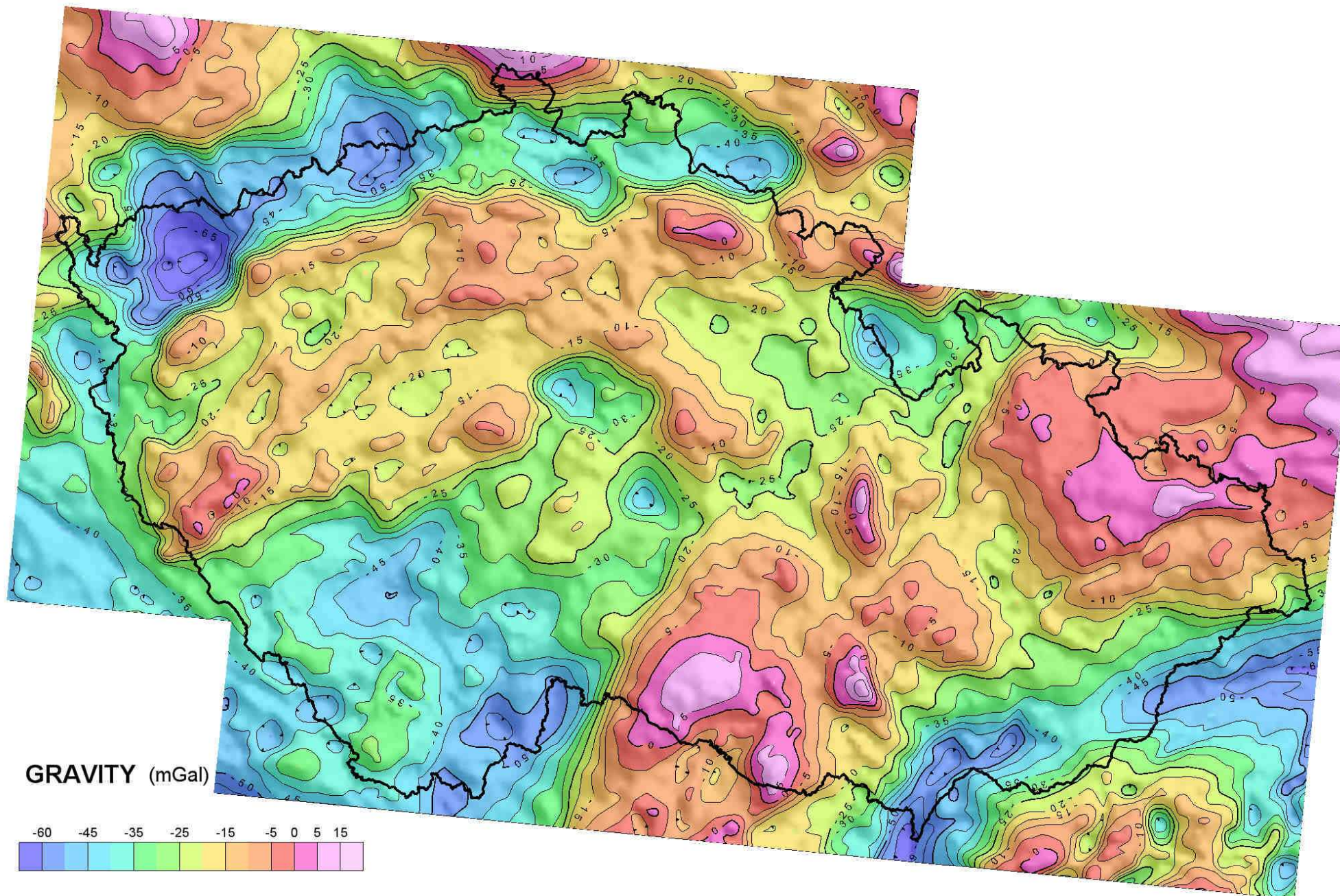
d) Bullardův člen

opravuje nekonečnou Bouguerovu desku na omezenou kulovou výš

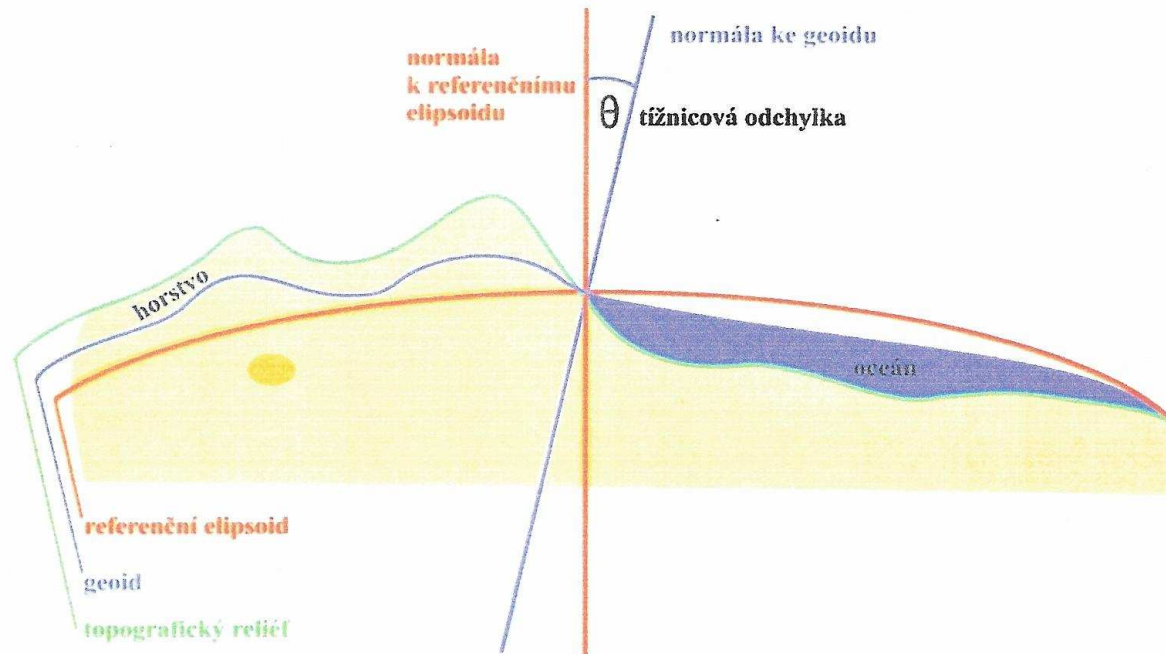


pro $\rho = 2,67 \text{ g/cm}^3$!

Gravimetrická mapa ČR



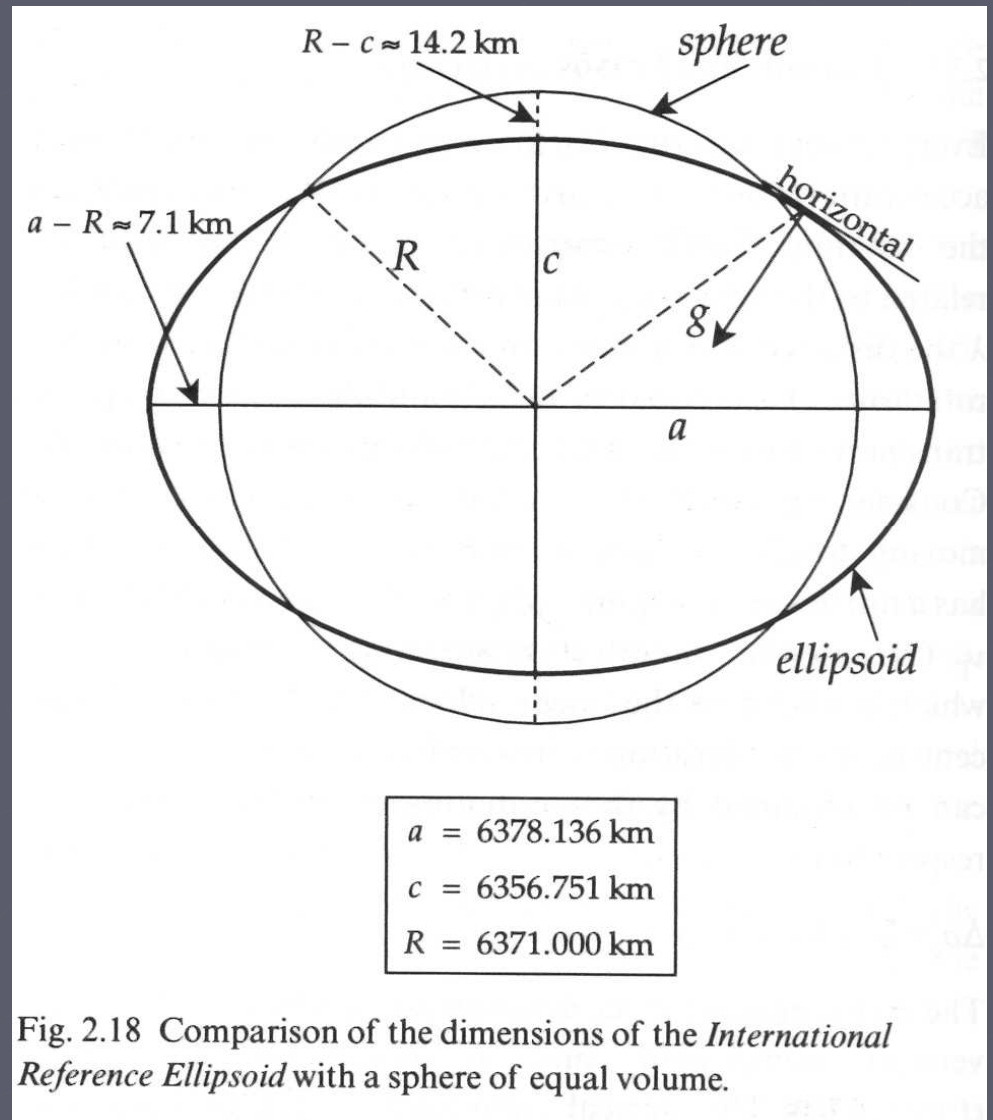
Geoid



Geoid je definován jako hladinová plocha zemského tíhového potenciálu, která splývá s volnou hladinou oceánů. Na území České republiky je výška geoidu vzhledem k referenčnímu elipsoidu WGS 84 přibližně 45 m. Globálně se výšky geoidu vůči referenčnímu elipsoidu WGS 84 pohybují v intervalu -107 až 85 m. Úhel θ který svírá normála ke geoidu s normálou k referenčnímu elipsoidu se nazývá tížnicová odchylka. Velikost tížnicové odchylky může činit i několik desítek úhlových vteřin.

Tvar Země

- ▶ Tvar Země a tíhové pole spolu velmi úzce souvisí. Tvar Země je ekvipotenciální plocha tíhového potenciálu, která splývá se střední hladinou světových oceánů a moří.
- ▶ Nejlepší matematická aproximace je zploštělý rotační elipsoid. Přesným určením rozměrů Země se zabývá geodézie
- ▶ Mezinárodní referenční elipsoid WGS84 má:
 - ▶ rovníkový poloměr $a=6378,137$ km
 - ▶ polární poloměr $c= 6356,751$ km
 - ▶ zploštění $f = (a-c)/a = 1/298.257$



Tvar Země

- ▶ Přestože Mezinárodní referenční elipsoid poměrně velmi přesně vystihuje ekvipotenciální plochu tíhového potenciálu zůstává pouhým matematickým přiblížením
- ▶ Fyzická ekvipotenciální plocha tíhového potenciálu , která splývá se střední klidnou hladinou oceánů (myšleně pokračovaná do prostoru kontinentů) se nazývá **geoid**
- ▶ **Geoid se od** referenční elipsoidu liší poměrně málo (cca +/-100 m), tyto odchylky se nazývají geoidální anomálie (geoid undulations)
- ▶ **Geoid** je plocha mimořádného významu pro geodézii, neboť **definuje nulovou hladinu pro určování výšek** nad hladinou moře (tkz. ortometrické výšky)

Tíhový potenciál a geoid

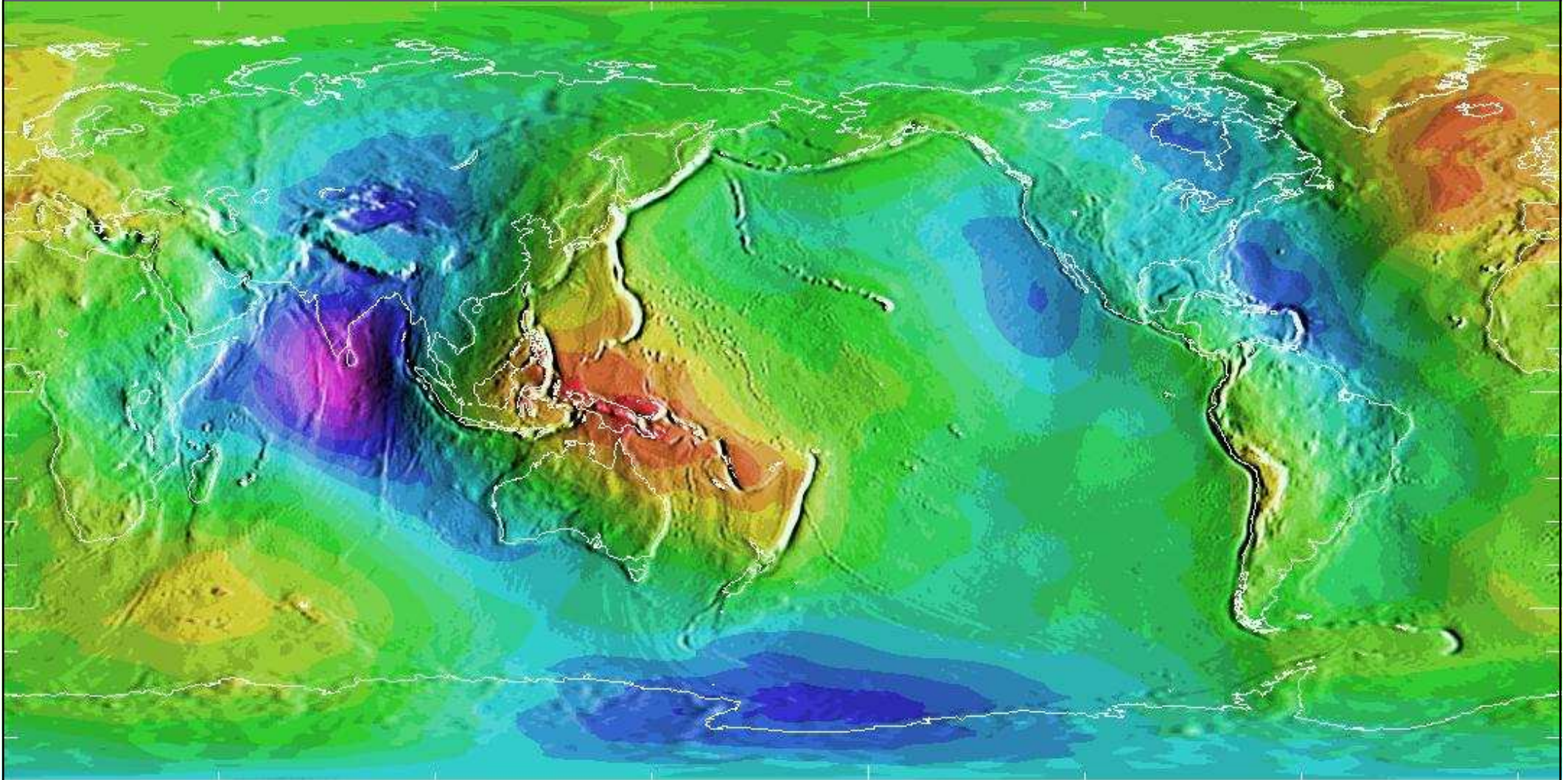
Vztah mezi tíhovým zrychlením a tíhovým potenciálem je následující:

$$g = \frac{\partial V}{\partial z} = V_z$$

Tíhové zrychlení je tedy parciální derivací tíhového potenciálu podle souřadnice z .

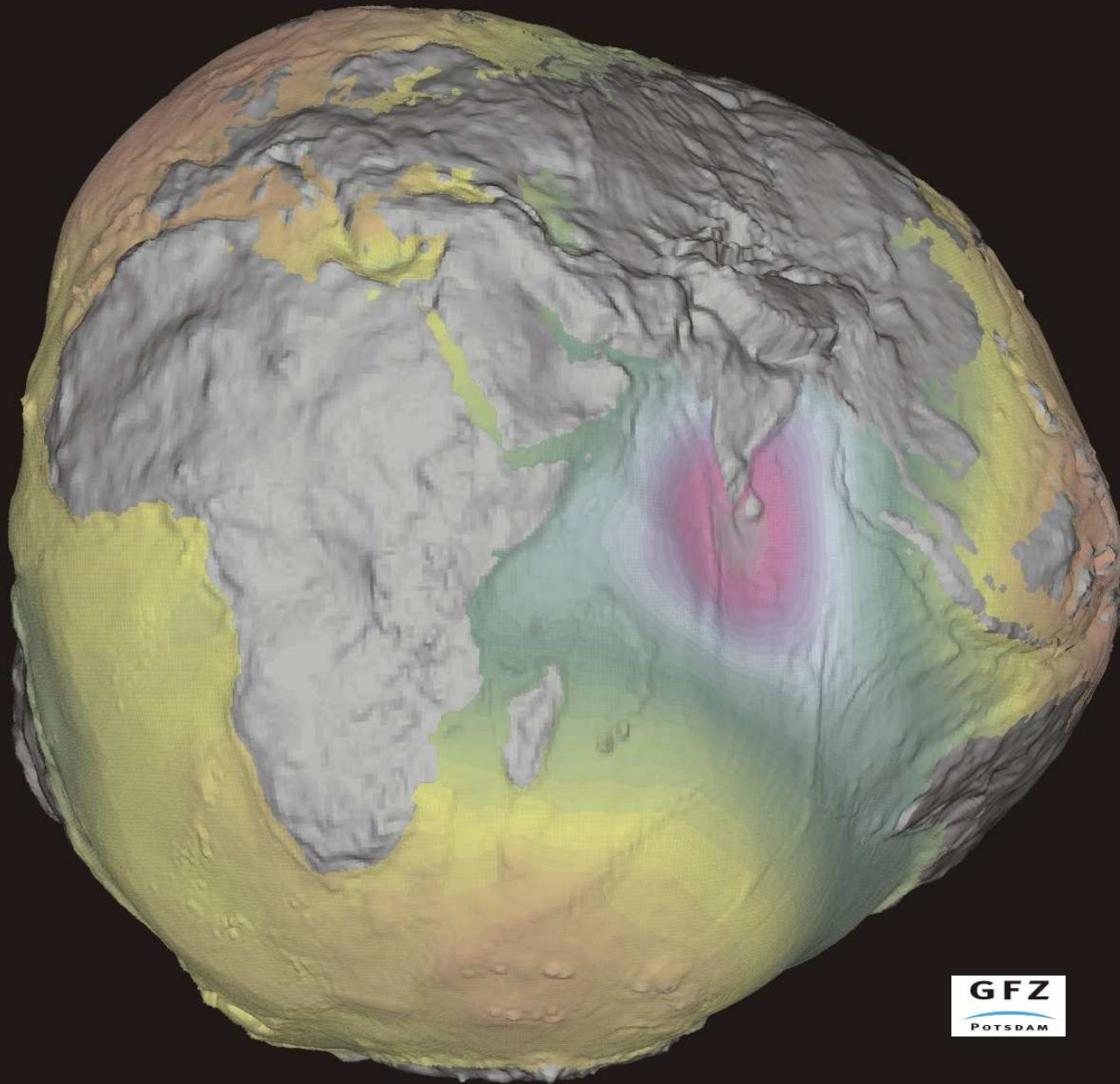
Ekvipotenciální plochy jsou plochy na nichž je tíhový potenciál konstantní, zemská tíže je na ně kolmá

Geoid



Největší záporná geoidální anomálie (vzhledem k WGS84) se nachází v Indickém oceánu. Největší kladná geoidální anomálie se nachází v jihozápadním Pacifiku severně od Austrálie..

Za zdroje těchto anomálií jsou považovány hustotní heterogenity zasahující až do spodního pláště. Posice nejvýraznějších anomálií v blízkosti rovníku není náhodná.



GFZ
POTSDAM

Die Abweichungen der physikalischen Oberfläche der Erde (Geoid oder 'Normal Null') von einem regelmässigen Ellipsoid, vom Computer mit 15000facher Überhöhung gezeichnet, sind Ausdruck der unregelmässigen Dichte- und Massenverteilung im Erdinnern. Die sich unter dem Einfluss des Erdschwerefeldes ausbildenden Verformungen reichen von -110m im Indischen Ozean bis +90m ueber Südostasien. Die Grossstrukturen dieser Figur der Erde konnten mit dem Mitte 2000 gestarteten deutschen Satelliten CHAMP mit bisher unerreichter Genauigkeit aus Beobachtungen seiner Bahnstörungen ausgemessen werden. Über den Kontinenten ist das Geoid zur besseren Unterscheidung in Graustufen dargestellt

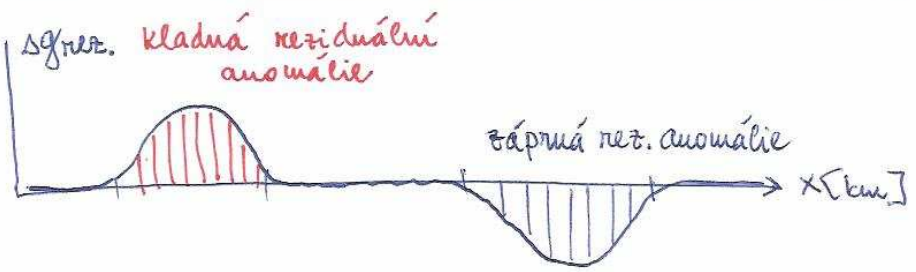
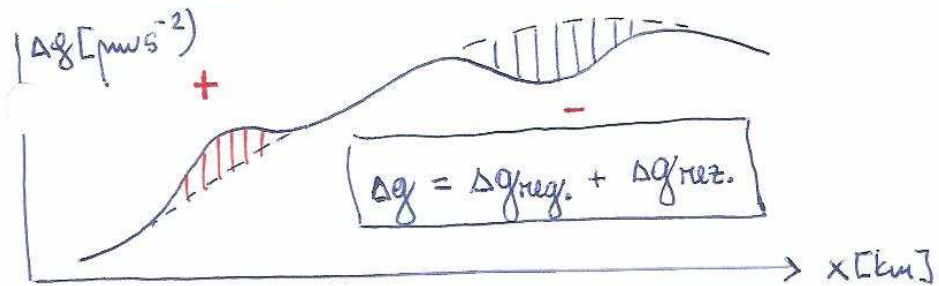
Odvozené tíhové anomálie

9

Odvozené tíhové anomálie

- Tíhová mapa obsahuje tíhové účinky všech geologických objektů, nacházejících se v různých hloubkách
- Smyslem odvozených map je zdůraznit tíhový projev objektů které nás zajímají a potlačit projev ostatních geologických těles.
- Mapa regionálních tíhových anomálií
- - " - reziduálních - " -

≡
lokálních



Výpočet regionálního tíhového pole

Výpočet regionálního pole

- graficky (subjektivní, pracné, výhodné u profilů)
- položení polynomu n -tého stupně
($n = 1$ až 10)

pro $n = 2$ dostáváme

$$\Delta g_{\text{reg.}}(x, y) = A + Bx + Cy + Dxy + Ex^2 + Fy^2$$

$$\Delta g_{\text{reg.}}(x, y) = \sum_{i=0}^n \sum_{k=0}^n a_{ik} x^i y^k$$

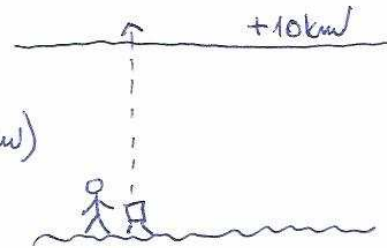
- Vlnově délková filtrace

Metoda harmonické analýzy, kde se Fourierovou transformací tíhové pole převede do frekvenční oblasti a zde se potlačí vysoké frekvence odpovídající lokálním anomáliím.

Další typy odvozených polí

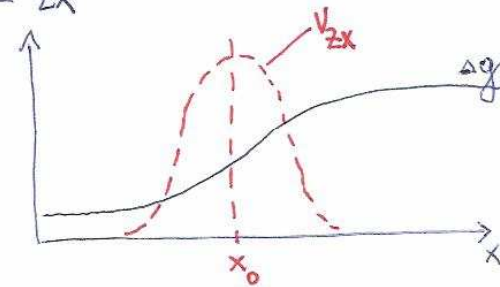
Další typy odvozených tříboých anomálií

- Analytické pokračování
nahoru (do horního poloprostoru)

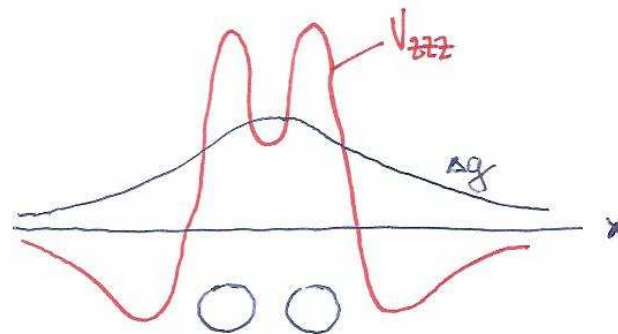


- Horizontální gradient V_{zx}

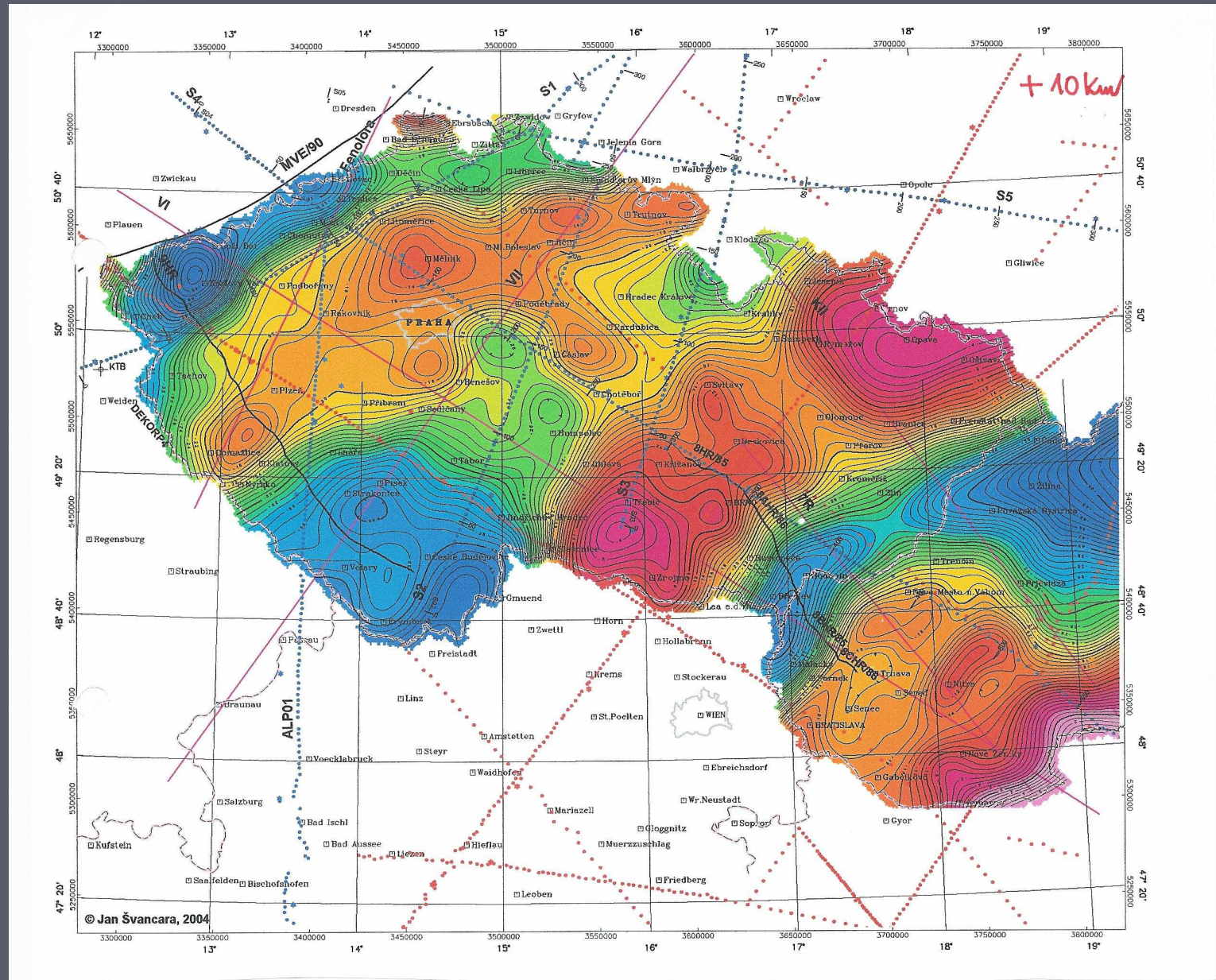
$$V_{zx} = \frac{\Delta g_2 - \Delta g_1}{x_2 - x_1}$$



- Druhá vertikální derivace V_{zzz}



Analytické pokračování tíhového pole na úroveň 10km nad terénem



Měření tíhového zrychlení (tíže)

měření tíže

- absolutní měření

volyj pád: $s = \frac{1}{2}gt^2$

dobu kyvadl: $T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

- relativní měření tíže - gravimetry

řemenový (kovový) systém s vahadlem
otočným kolem vodorovné osy a
soustava pružin.

Měření tíhového zrychlení (tíže) gravimetrem

- měření tíže gravimetrem

$$g = k \cdot n$$

kde k je konstanta gravimetru
 n je čtení gravimetru v dílcích

- Určení konstanty gravimetru

$$k = \frac{g_2 - g_1}{m_2 - m_1} \quad [\mu\text{m s}^{-2} \text{ na dílek}]$$

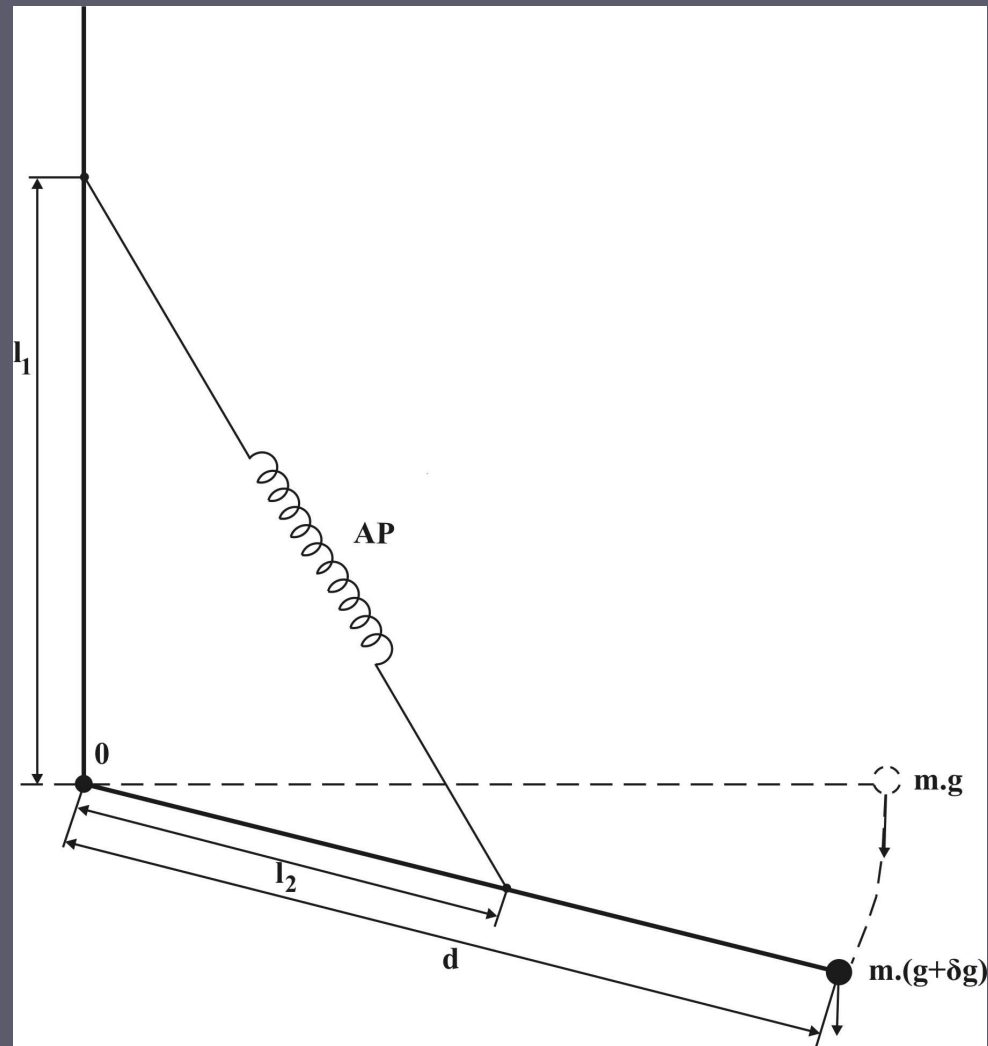
kde g_1, g_2 jsou známé hodnoty tíže na
zejchovací základně

m_1, m_2 jsou odpovídající čtení na
stupnici gravimetru.

- Tíhové body jsou navázány na síť
základních tíhových bodů

- Chod gravimetru: odstranění variací tíhového
pole vyvolaných gravitačním účinkem
měsíce a slunce, kolísáním teploty apod.

Princip gravimetru



Gravimetr



Hustoty hornin

Hustoty hornin

- Pro vznik tíkové anomálie je důležitá diferenční hustota což je rozdíl mezi hustotou vyhledávaného objektu a hustotou okolního prostředí.
- Pro vznik tíkové anomálie je nutné, aby hustotní hranice nebyly přesně horizontální

- Přirozená hustota horniny

$$\rho_P = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{\tau_1 + \tau_2 + \tau_3} = \frac{m}{\tau} \quad [\text{kg/m}^3, \text{g/cm}^3]$$

- m_1 je hustota tuhé fáze
- m_2 je hustota kapalné fáze
- m_3 je hustota plynné fáze

- τ_1 je objem tuhé fáze
- τ_2 je objem kapalné fáze
- τ_3 je objem plynné fáze

Hustoty hornin

- Objemová hustota horniny

$$\rho_o = \frac{m_1}{V}$$

- Mineralogická hustota horniny

$$\rho_m = \frac{m_1}{V_1}$$

- Porozita hornin

$$p = \frac{V_2 + V_3}{V}$$

[často se udává v %]

Platí:
$$p = 1 - \frac{\rho_o}{\rho_m}$$

- Často se určují objemová a mineralogická hustota. (Vážením na suchu a v kapalině dané hustoty)

ρ_o - vzorek pokryjeme vrstvou parafínu, aby voda nepronikala do póru v hornině

ρ_m - musíme dosáhnout vyplnění póru kapalinou

Přirozené hustoty vybraných hornin a nerostů

Přirozené hustoty vybraných hornin a nerostů

| hornina | hustota g/cm^3 |
|---------------|-------------------------|
| písky | 1,40 - 1,90 |
| lucňácké uhlí | 0,80 - 1,20 |
| černé uhlí | 1,30 - 1,40 |
| pískovce | 2,00 - 2,55 |
| granity | 2,52 - 2,75 |
| amfiboly | 2,80 - 3,20 |
| železné rudy | |
| hematitové | 4,0 |
| magnetit | 5,0 |

Přirozené hustoty vybraných hornin

Tabulka 3. Fyzikální vlastnosti hornin

| Přirozená hustota | Rychlost šíření podélných vln | Horniny | Objemová magnetická susceptibilita |
|--|--|--|------------------------------------|
| ρ (g cm ⁻³) | V_P (m s ⁻¹) | | κ (10 ⁻⁵ SI) |
| 2,58 2,55—2,68 2,69 2,62—2,78 2,81 2,67—2,92 2,95 2,85—3,05 3,19 2,88—3,29 | 4 000—6 000 5 700—6 100 6 200—6 700 6 000—7 500 7 800—8 000 | VYVŘELÉ hlubinné: žula granodiorit diorit gabro peridotit | |
| 2,60 2,54—2,66 2,73 2,55—2,81 2,54 2,22—2,85 | — — 5 400—5 800 | výlevné: křemenný porfyr porfyr čedič | |
| 1,30—2,00 2,00—2,90 1,20—2,40 1,20—2,40 1,20—2,90 2,30—3,00 | 600—1 300 1 500—4 500 300—3 000 1 300—4 500 1 500—4 500 1 500—5 000 | USAZENÉ mechanické: písek pískovec spraš, hlína prachovec jíl, jílovec jílovité břidlice | |
| 1,80—2,90 1,90—3,00 2,10—2,30 2,40—2,90 2,10—2,50 2,32—2,60 | 2 600—6 500 2 600—6 500 4 500—6 000 4 500—6 000 1 500—4 600 — | chemické: vápence } dolomit } kamenná sůl } anhydrit } sádrovec } sladkovodní } křemenc | |
| 2,72 2,58—2,90 2,99 2,80—3,20 2,54 2,40—3,20 | 4 500—6 000 6 500—7 200 4 700 | PŘEMĚNĚNÉ orto: ortorula amfibolit hadec | |
| 2,64 2,62—2,65 2,70 2,68—2,72 | 6 100 5 600 | para: krystalické křemence mramor | |

Přímá úloha gravimetrie

Tabulka 6. Přímá úloha gravimetrie pro jednoduché modely

| Těleso | Vzorec | Graf |
|--|---|------|
| Koule | $\Delta g = V_z = \frac{\kappa M h}{(x^2 + h^2)^{3/2}}$ $M = \frac{4}{3} \pi R^3 \Delta \rho$ $(V_z)_{\max} = \frac{\kappa M}{h^2}$ | |
| Kruhový dvoj-rozměrný váleček | $\Delta g = V_z = \frac{2\kappa m h}{x^2 + h^2} = \pi R^2 \Delta \rho$ $(V_z)_{\max} = \frac{2\kappa m}{h}$ | |
| Nekonečná vodorovná deska | $\Delta g = V_z = 2\pi\kappa \Delta \rho \Delta h = 0,42 \Delta \rho \Delta h$ | |
| Vodorovná polonekonečná deska (stupeň) | $\Delta g = V_z = 2\kappa \Delta \rho \Delta h \left(\frac{\pi}{2} + \arctg \frac{2x}{h_1 + h_2} \right)$ $(V_z)_{\max} = 2\pi\kappa \Delta \rho \Delta h$ | |

Pro všechny modely $\Delta \rho = \rho_2 - \rho_1$
 $\rho_2 > \rho_1$

Obrácená úloha gravimetrie

Tabulka 7. Obrácená úloha gravimetrie pro jednoduché modely

| Těleso | Vzorec | Graf |
|-------------------|---|------|
| Koule | $h \doteq 2,17x_{3/4} \doteq 1,30x_{1/2} \doteq 0,81x_{1/4}$ | |
| Válec | $h \doteq 1,75x_{3/4} \doteq x_{1/2} \doteq 0,57x_{1/4}$ | |
| Hustotní rozhraní | $h_2 - h_1 = \frac{V_z(P_2) - V_z(P_1)}{2\pi\kappa \Delta\rho}$ $h = aV_z + b$ | |
| Stupeň | $h = \frac{(V_z)_{\max}}{2\pi\kappa \Delta\rho}$ $h = (h_1 + h_2) : 2 = \frac{2\pi\kappa \Delta\rho \Delta h}{(V_{xz})_{\max}}$ | |

Gravimetrická mapa ČR

