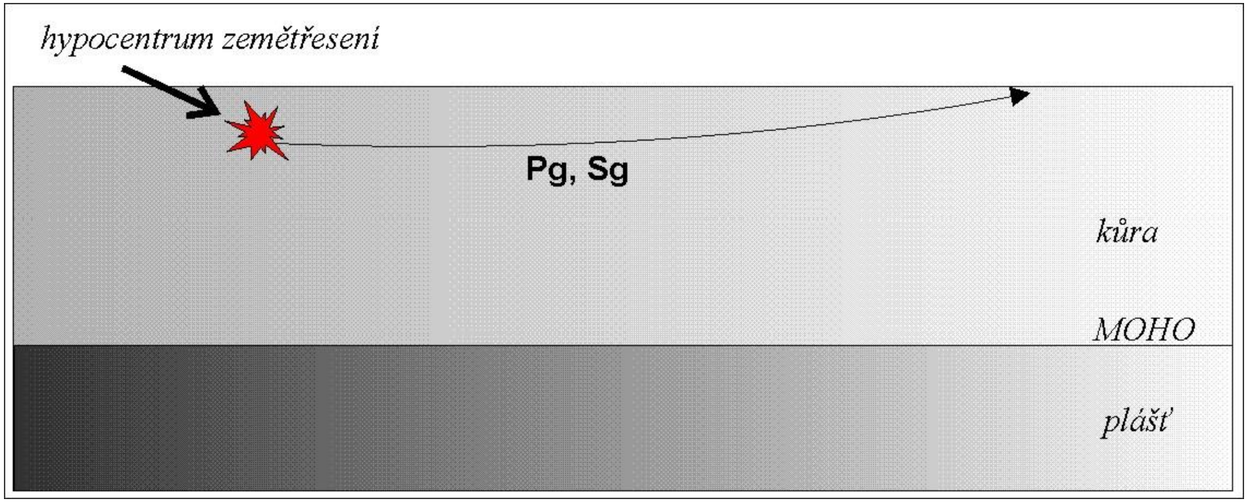
Zpracování seismických dat

IV. Dráha seismického paprsku

Josef Havíř
Josef.Havir@ipe.muni.cz

1. homogenní prostředí

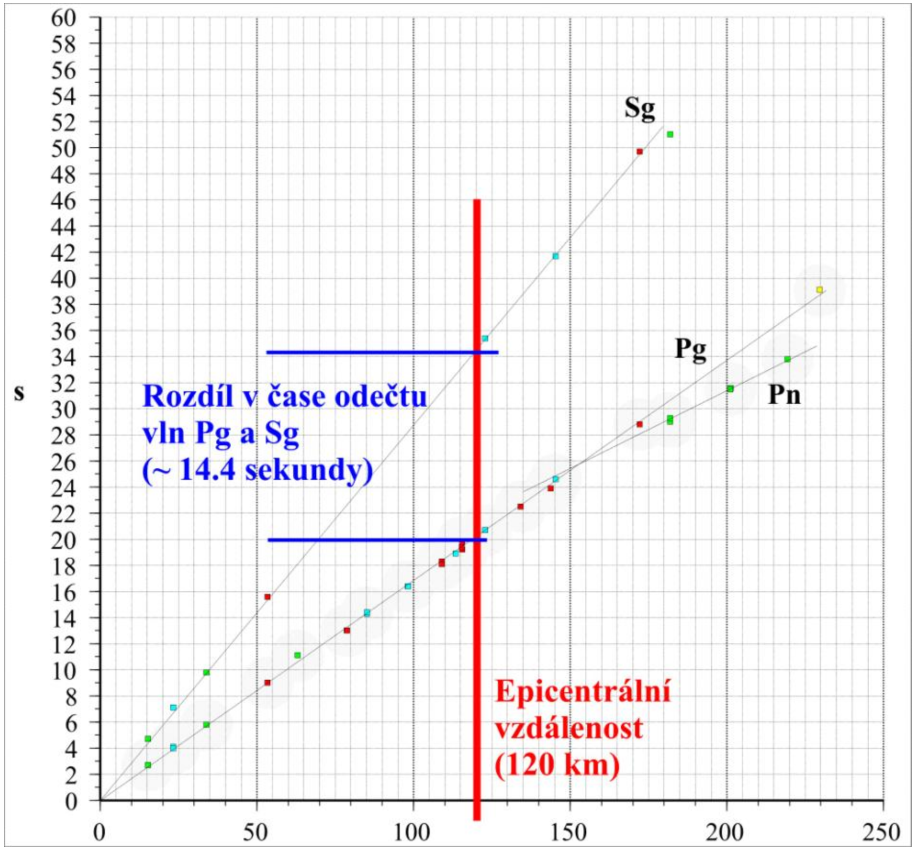
V homogenním prostředí lze seismický paprsek aproximovat úsečkou s body v hypocentru a v místě detekce.



I v homogenním prostředí lze rozlišit alespoň dvě seismické fáze: přímou podélnou vlnu (Pg) a přímou příčnou vlnu (Sg).

odvození vzdálenosti z hodochrony

Známe-li hodochrony vln Pg a Sg, lze odečítat přibližnou vzdálenost ohniska lokálních jevů z grafů.

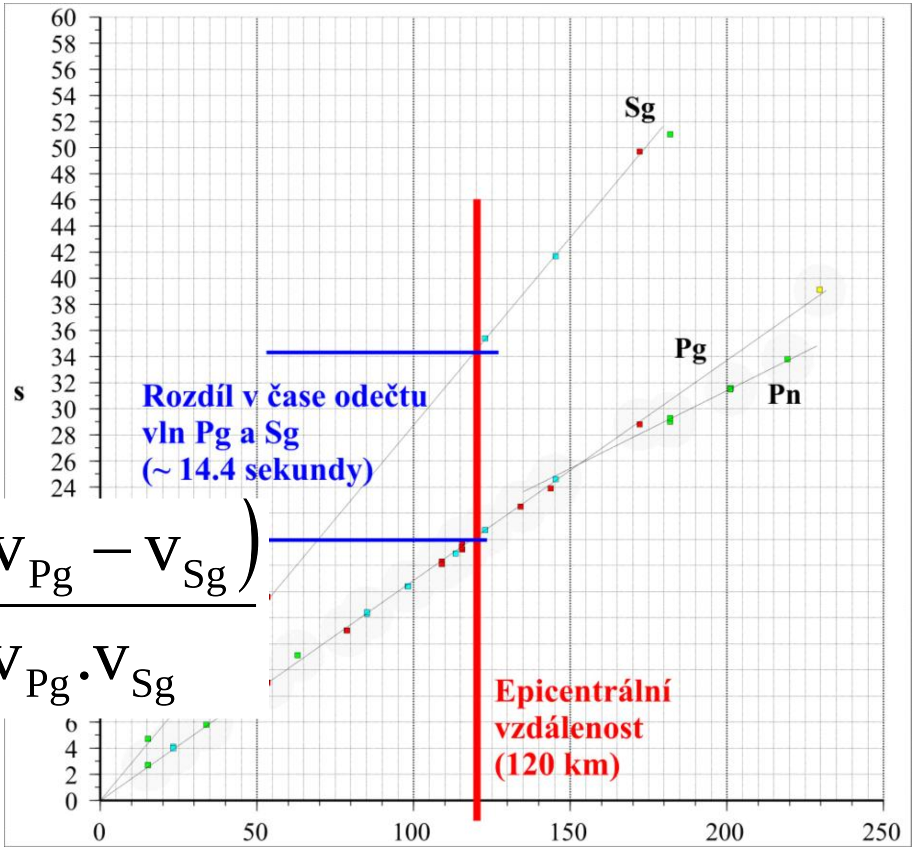


Je-li prostředí homogenní (rychlosti seismických vln jsou konstantní), lze určit vzdálenost ohniska X jednoduchým výpočtem (pro přímé vlny Pg a Sg):

$$v_{Pg} = \frac{X}{t_{Pg}}, v_{Sg} = \frac{X}{t_{Sg}}$$

$$\Rightarrow t_{Pg} = \frac{X}{v_{Pg}}, t_{Sg} = \frac{X}{v_{Sg}}$$

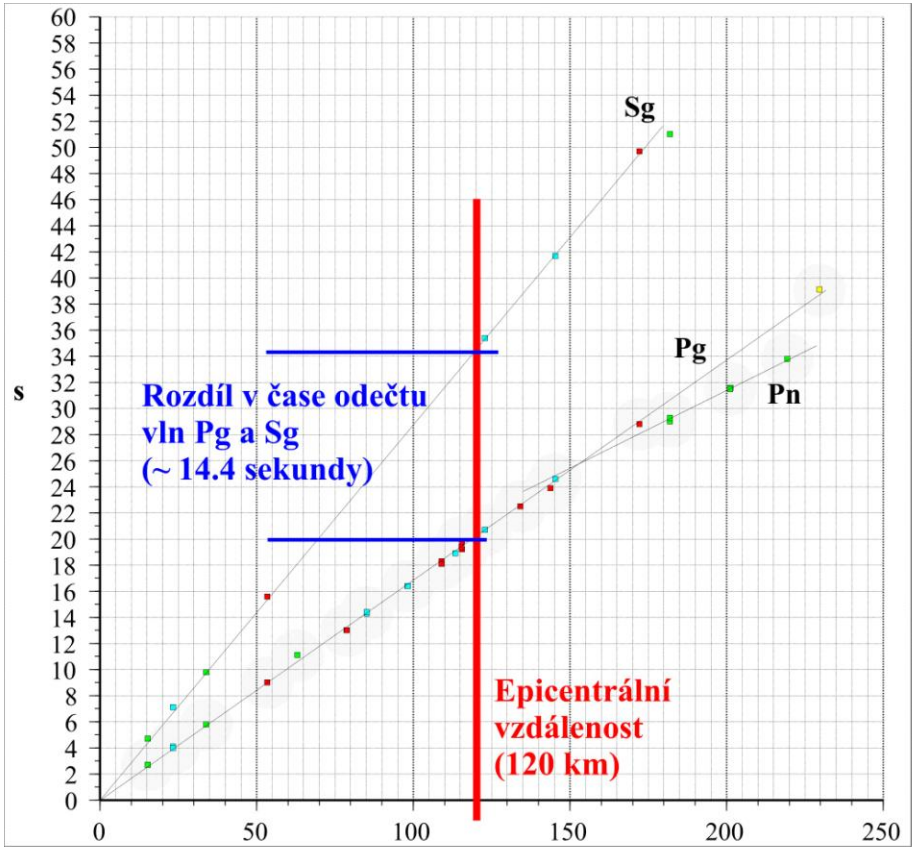
$$t_{Sg} - t_{Pg} = \frac{X}{v_{Sg}} - \frac{X}{v_{Pg}} = \frac{X\left(v_{Pg} - v_{Sg}\right)}{v_{Pg} . v_{Sg}}$$



Vzdálenost X je tedy homogenním prostředí rovna:

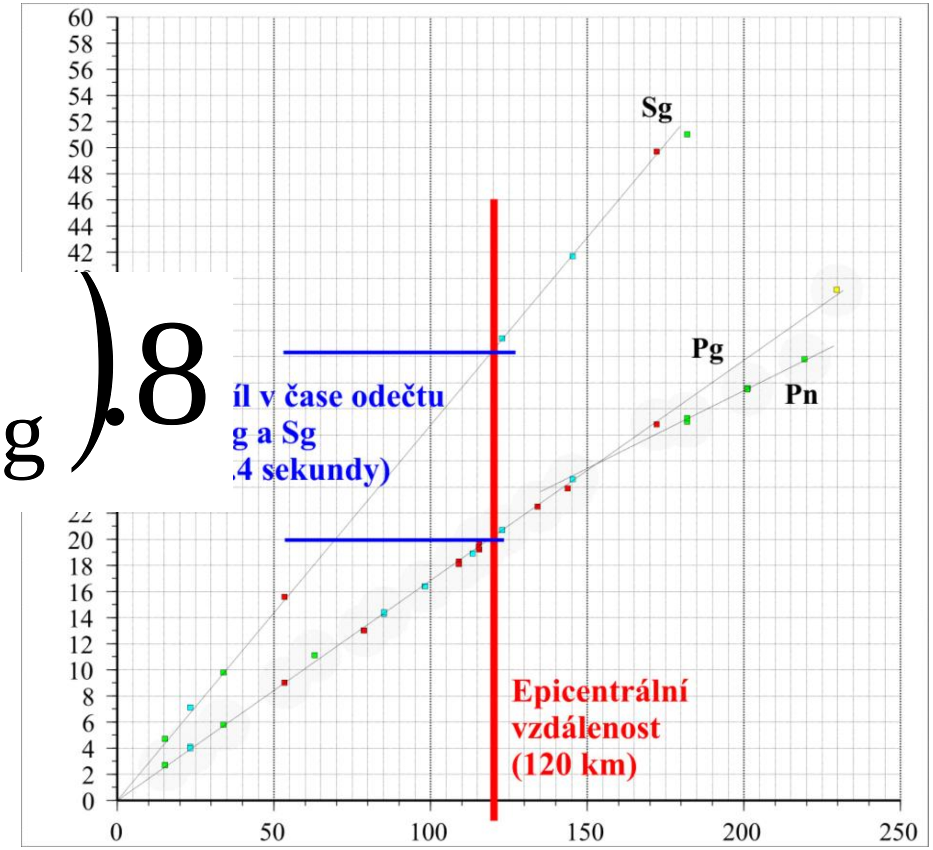
$$t_{Sg} - t_{Pg} = \frac{X\left(v_{Pg} - v_{Sg}\right)}{v_{Pg} . v_{Sg}}$$

$$X = \frac{v_{Pg} . v_{Sg} . \left(t_{Sg} - t_{Pg}\right)}{\left(v_{Pg} - v_{Sg}\right)}$$



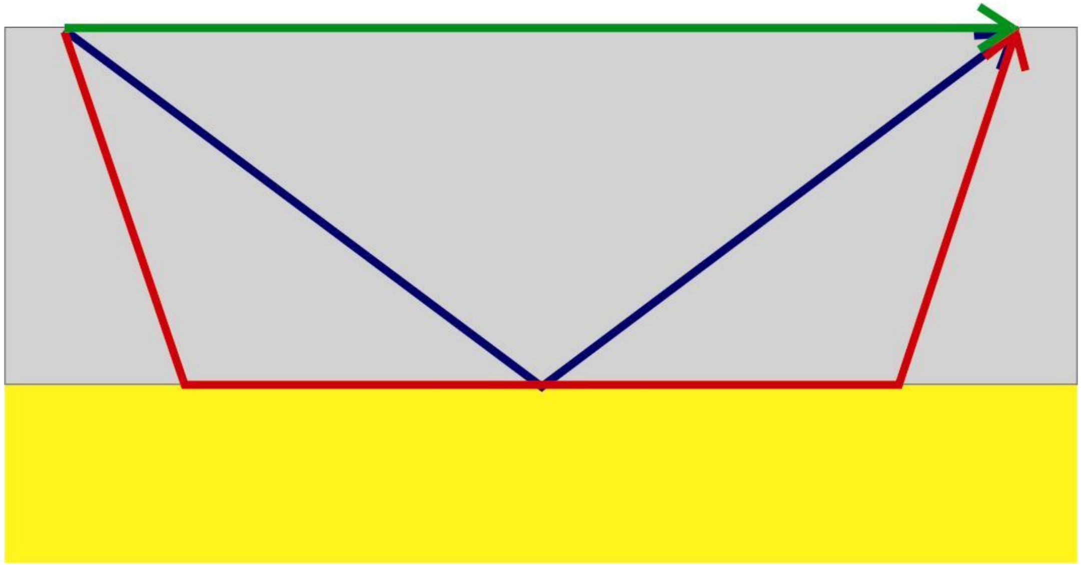
Rychlosti podélných a příčných vln nejsou zcela nezávislé veličiny, jejich poměr závisí na reologických vlastnostech prostředí. Proto pro lokální vzdálenosti platí přibližně tento vztah mezi rozdílem časů odečtů Pg a Sg vln a vzdáleností:

$$X \cong \left(t_{Sg} - t_{Pg}\right).8$$



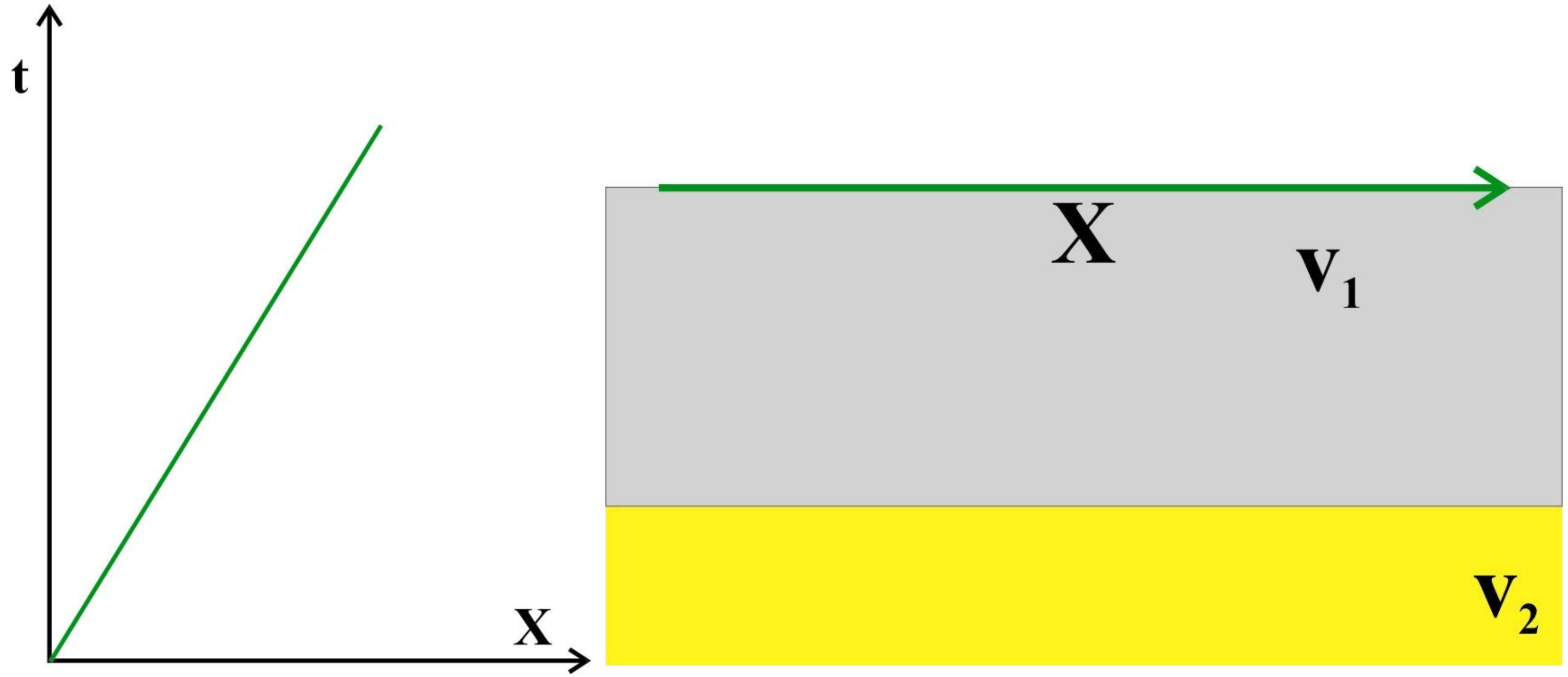
2. vrstevnatý model

Ve vrstevnatém modelu přichází po různých drahách do jednoho místa více podélných vln. Vedle přímé vlny se šíří také vlny odražené a lomené.



přímá vlna

$$t = \frac{X}{v}$$

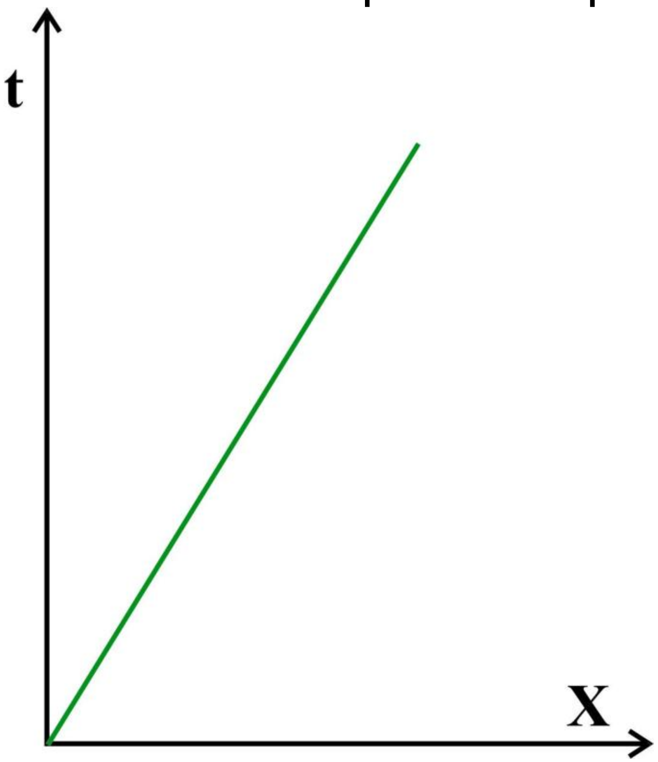


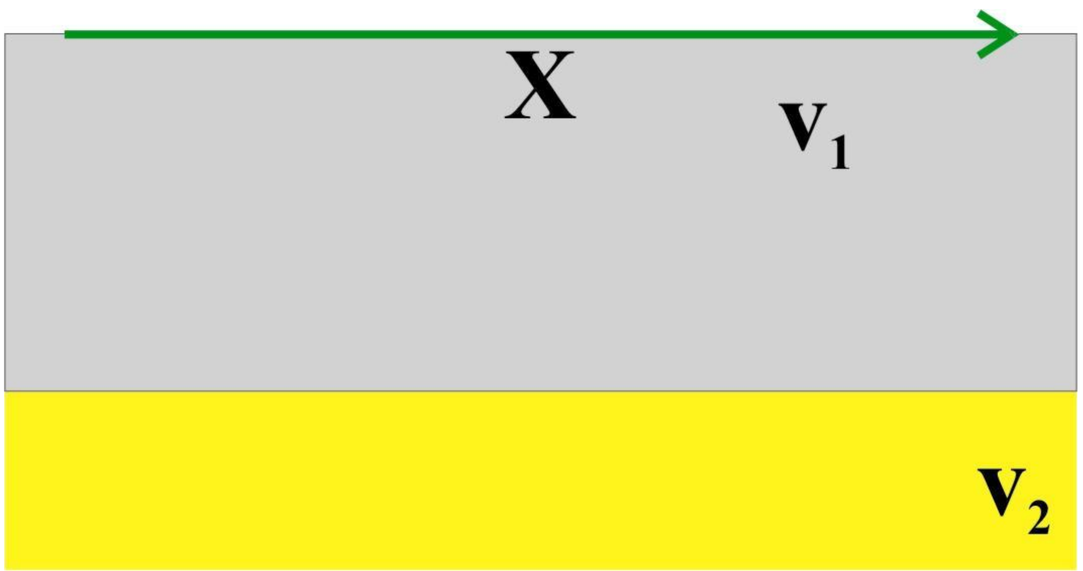
Hodochrona má tvar přímky.

$$t = \frac{X}{v} \Leftrightarrow t = p.X$$

Zavedeme parametr p:

$$p = \frac{1}{v}$$

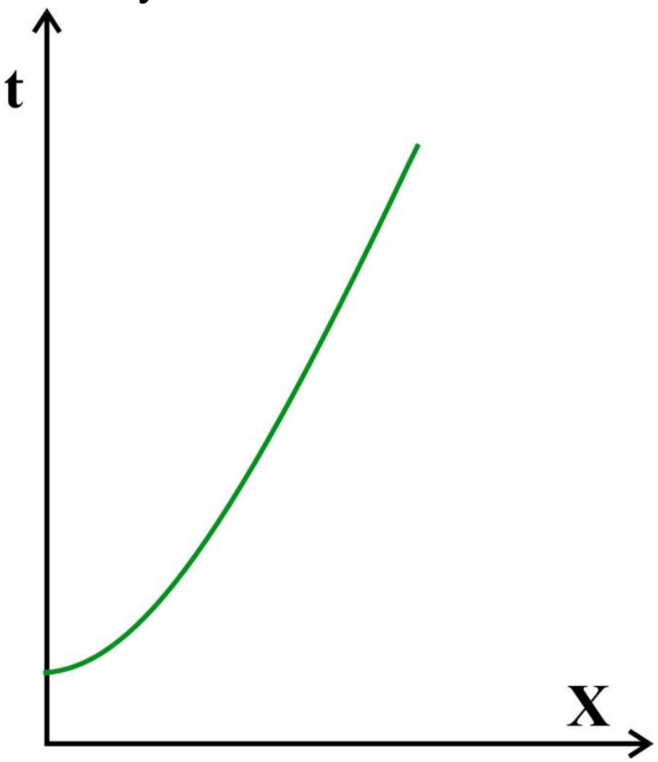


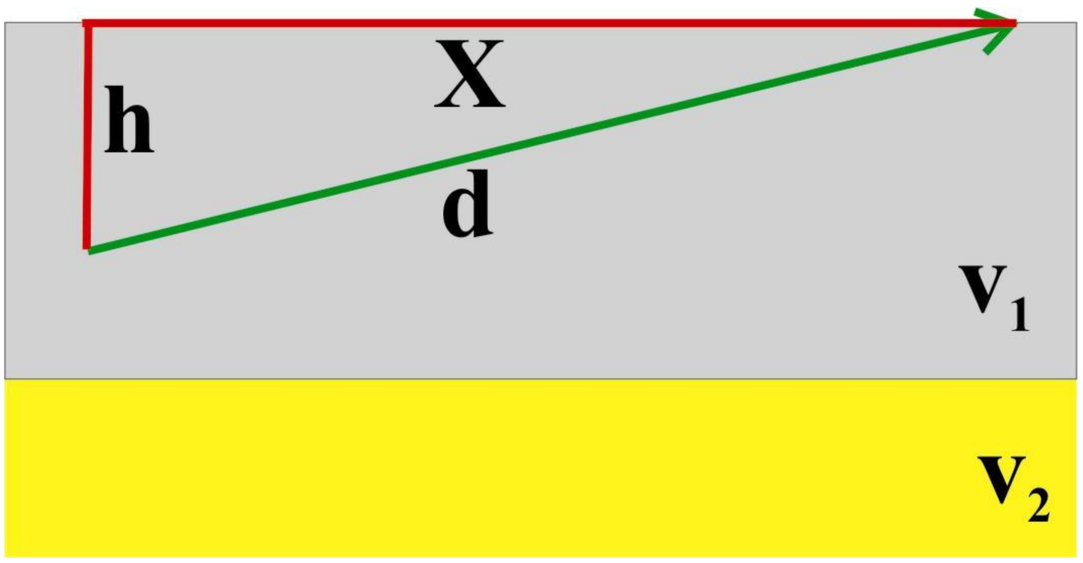


Pokud je ale hypocentrum v hloubce, změní se tvar vztahu:

$$t = \frac{d}{v} \Leftrightarrow t = \frac{\sqrt{X^2 + h^2}}{v}$$

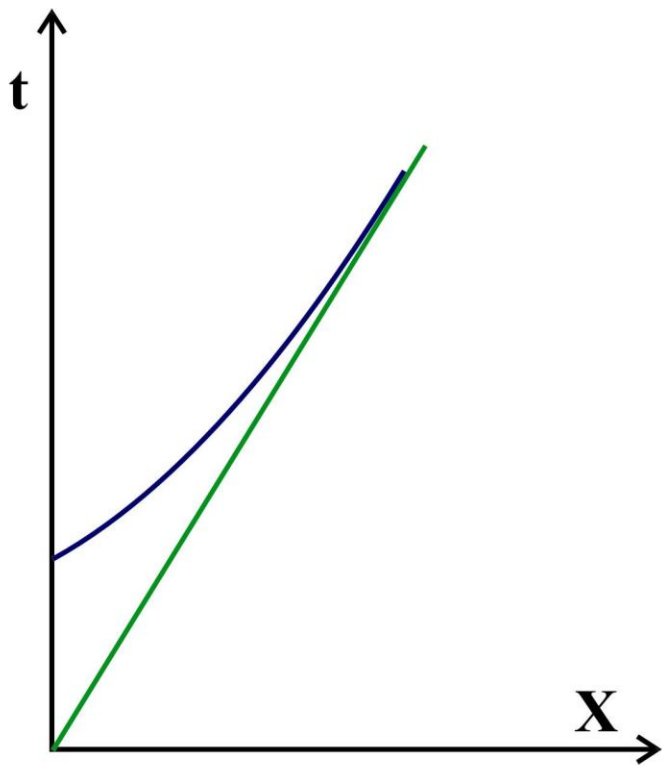
Nyní už hodochrona nemá tvar přímky, ale tvar hyperboly.

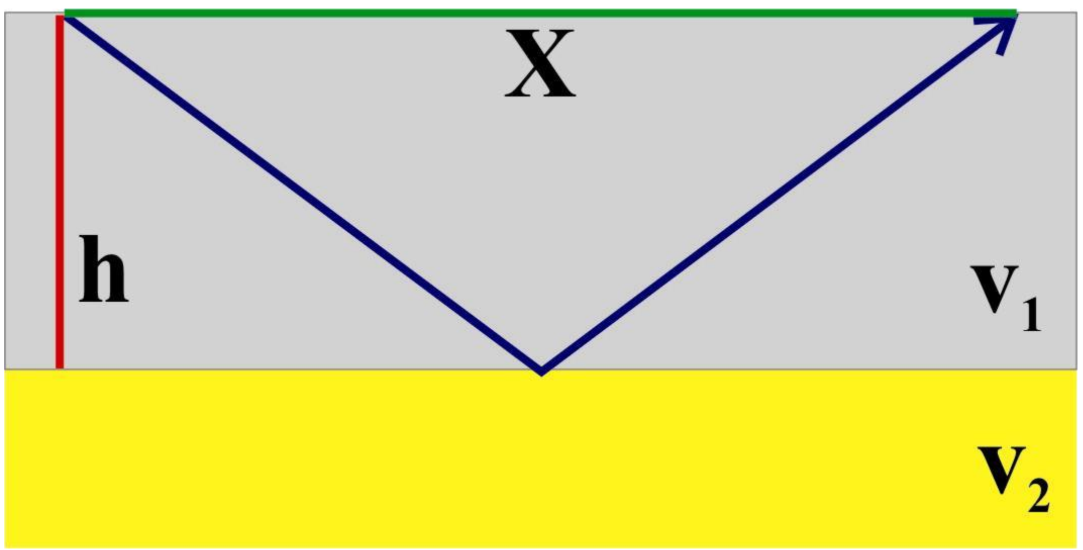




odražená vlna

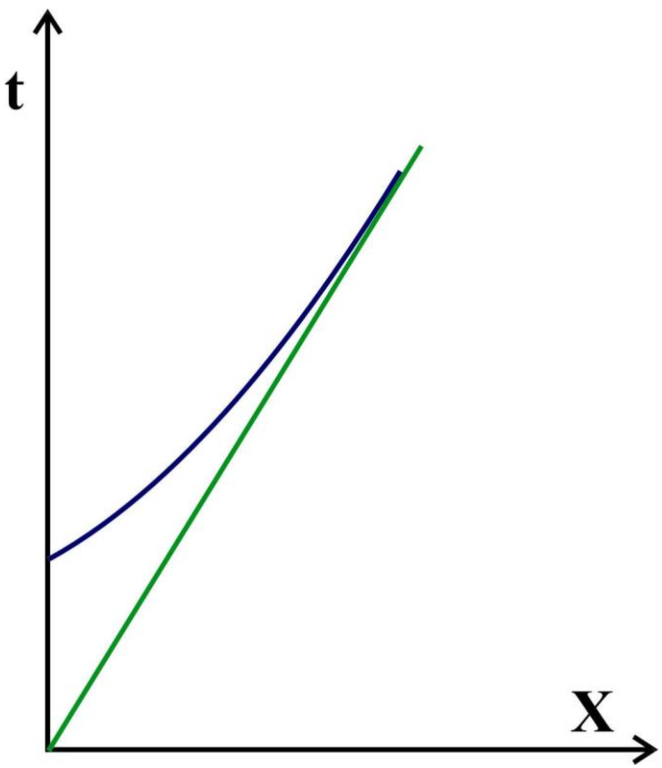
$$t = \frac{2h}{\cos(i)} \frac{1}{v_1}$$

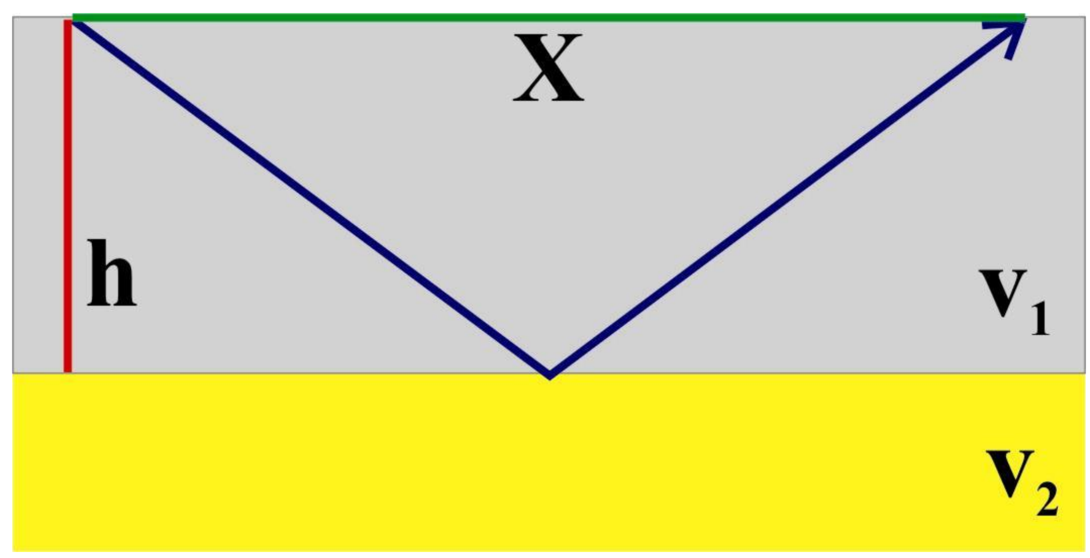




Hodochrona má tvar hyperboly.

$$t = \frac{\sqrt{4h^2 + x^2}}{v_1}$$





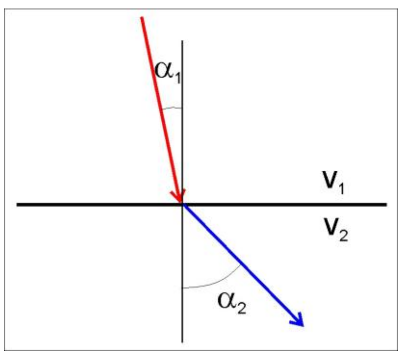
lomená vlna

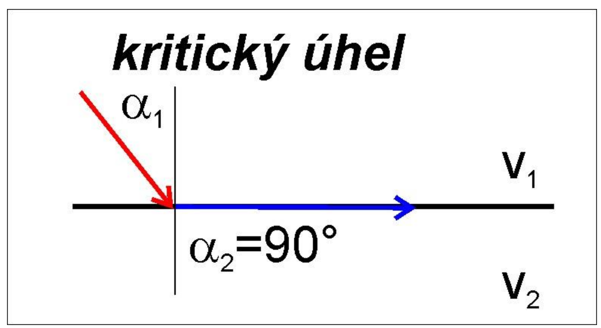
Vztahy pro lomenou vychází ze Snellova pravidla.

Willebrord van Roijen Snell (1580-1626)

$$\frac{\sin\alpha_1}{v_1} = \frac{\sin\alpha_2}{v_2}$$

$$\sin(i) = \frac{v_1}{v_2}$$

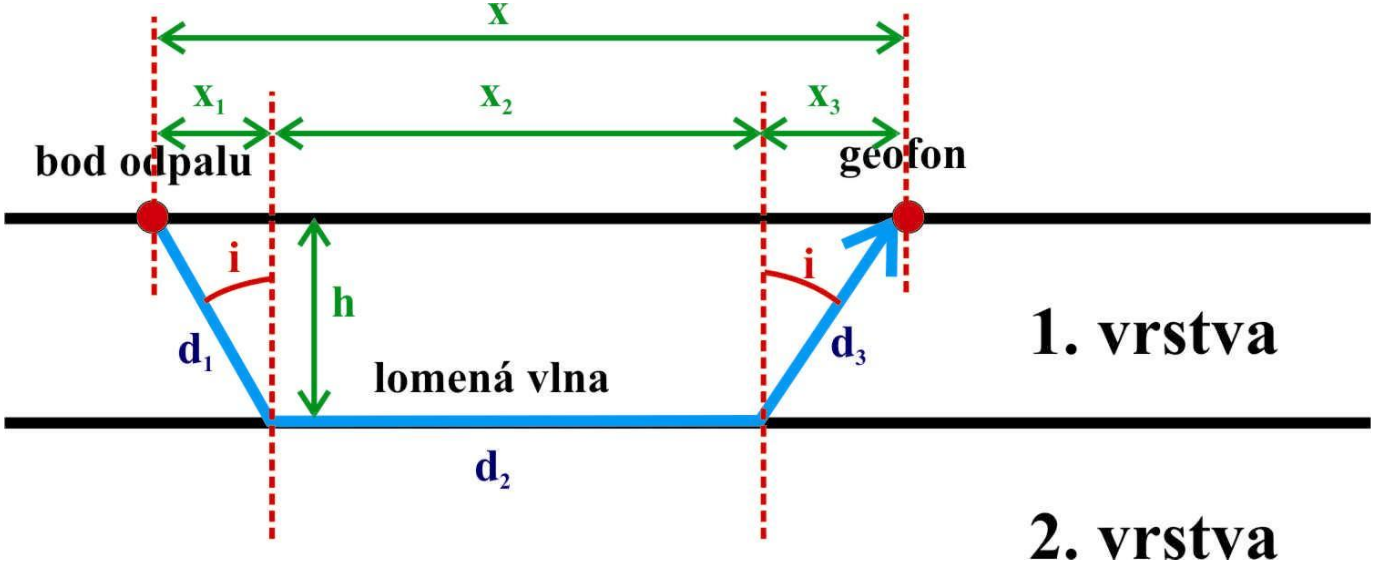




Dráhu paprsku (d) i epicentrální vzdálenost (x) si můžeme rozdělit na tři úseky:

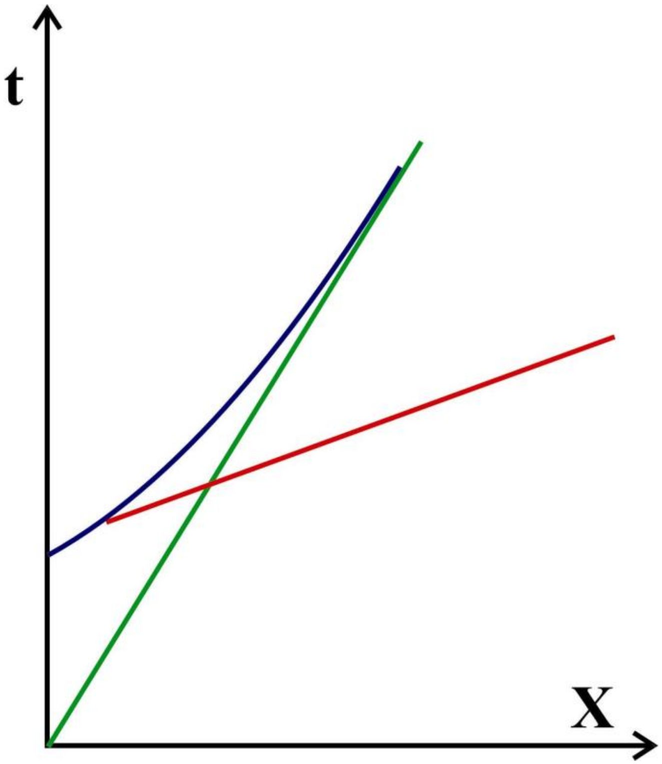
$$d = d_1 + d_2 + d_3 \qquad d_1 = d_3$$

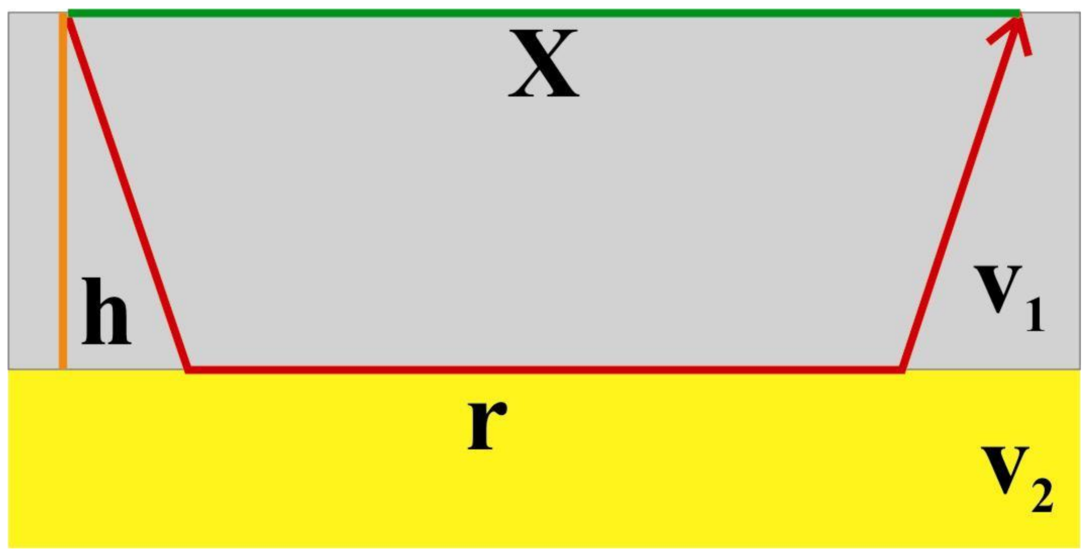
$$x = x_1 + x_2 + x_3 \qquad x_1 = x_3$$



pro čas průchodu lomené vlny pak můžeme odvodit:

$$t = \frac{r}{v_2} + \frac{2h}{\cos(i)}\frac{1}{v_1}$$



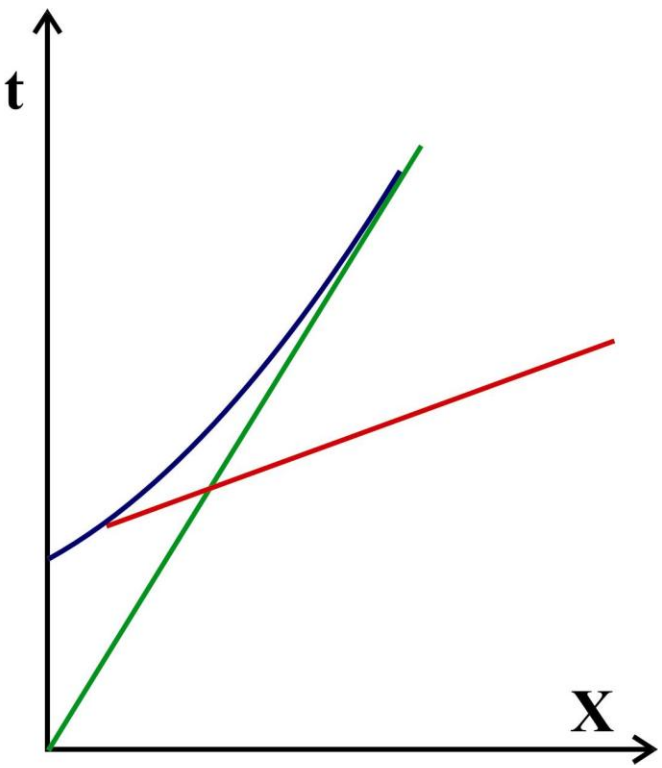


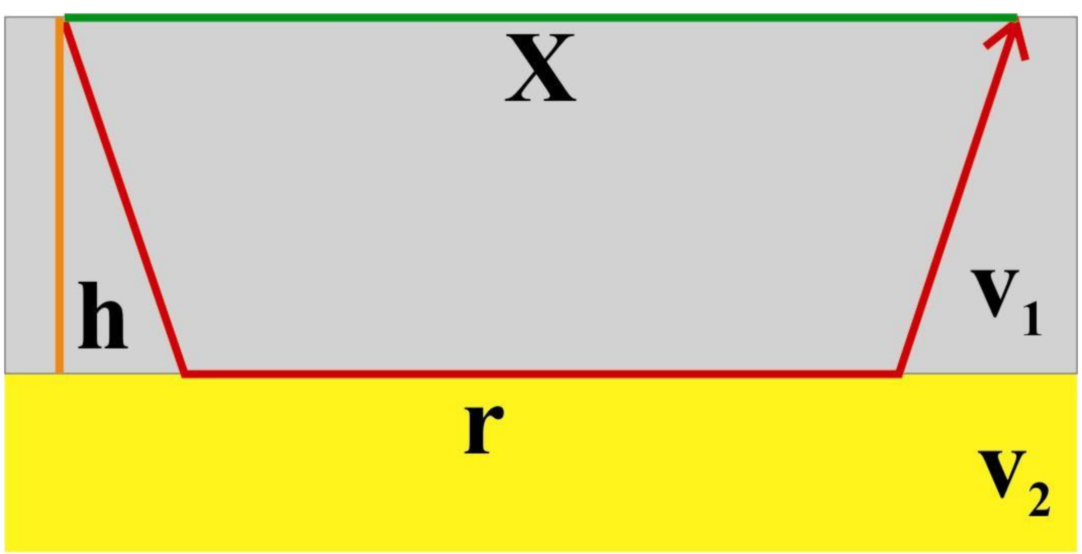
Zavedeme-li parametr η_1:

$$\eta_1 = \frac{\sqrt{1 - v_1^2 . p^2}}{v_1}$$

Můžeme psát:

$$t = X.p + 2h.\eta_1$$

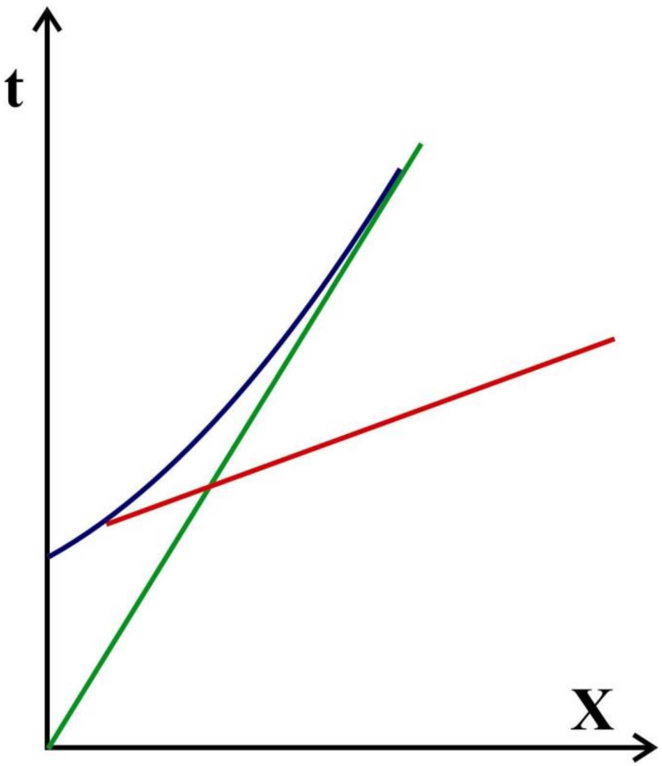


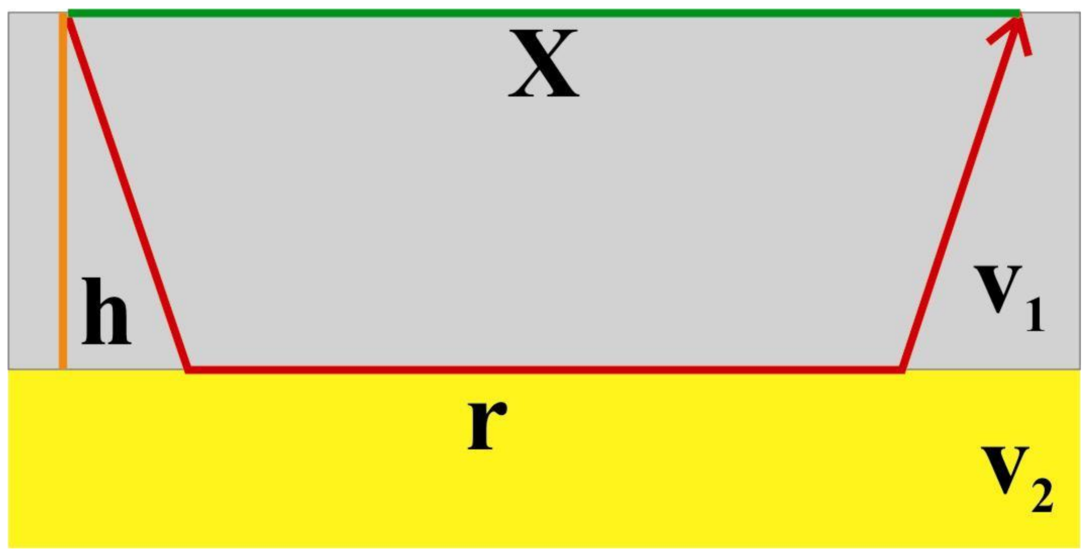


Hodochrona má tvar přímky!

$$\eta_1 = \frac{\sqrt{1 - v_1^2 . p^2}}{v_1}$$

$$t = X.p + 2h.\eta_1$$

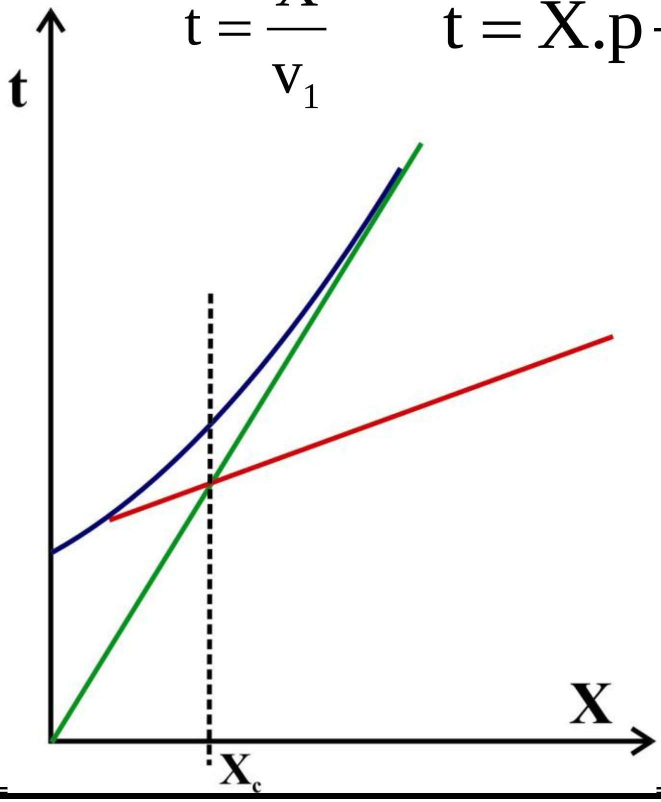


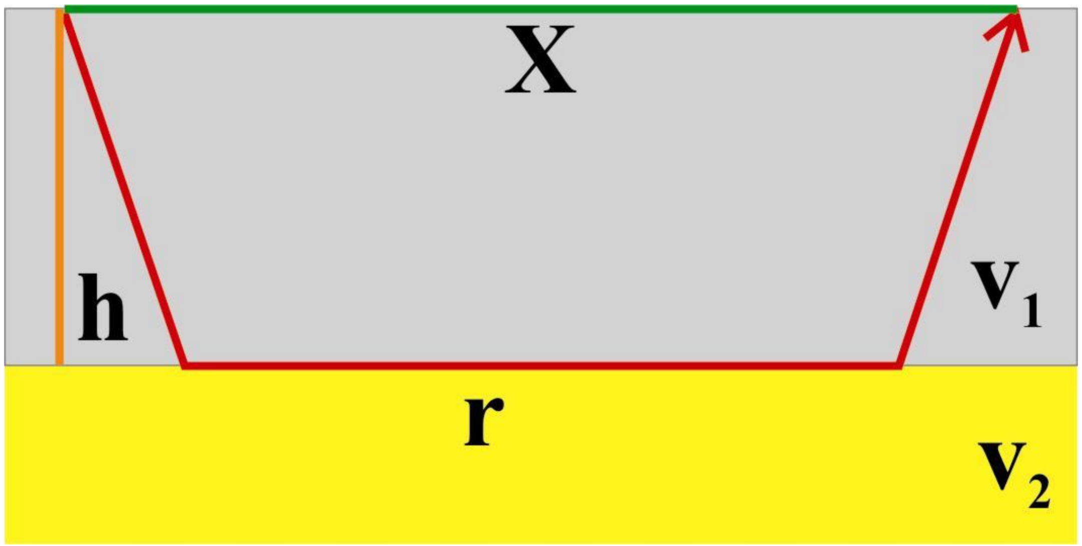


V malých epicentrálních vzdálenostech bude nejdříve detekována vlna přímá, ve větších epicentrálních vzdálenostech pak vlna lomena.

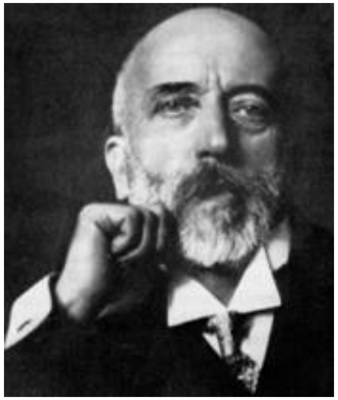
Nazvěme mezní vzdálenost X_c. V této vzdálenosti budou vlna přímá a lomená detekovány ve stejný čas.

$$t = \frac{X}{v_1} \qquad t = X.p + 2h.\eta_1 \qquad X_c = 2h\sqrt{\frac{v_2 + v_1}{v_2 - v_1}}$$



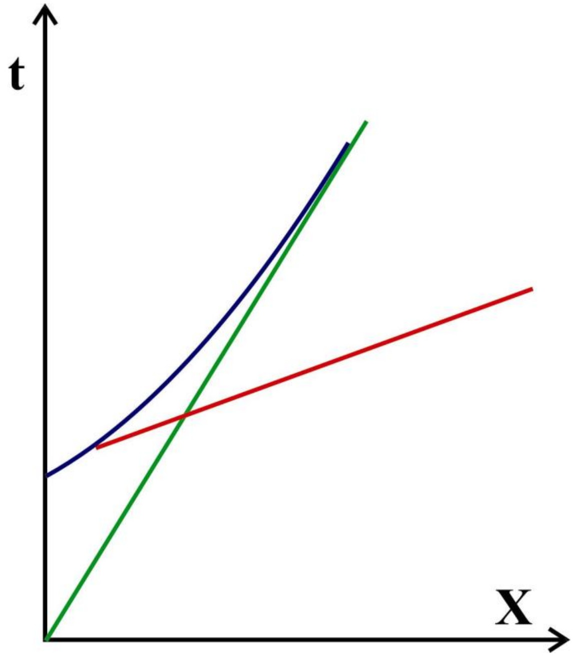


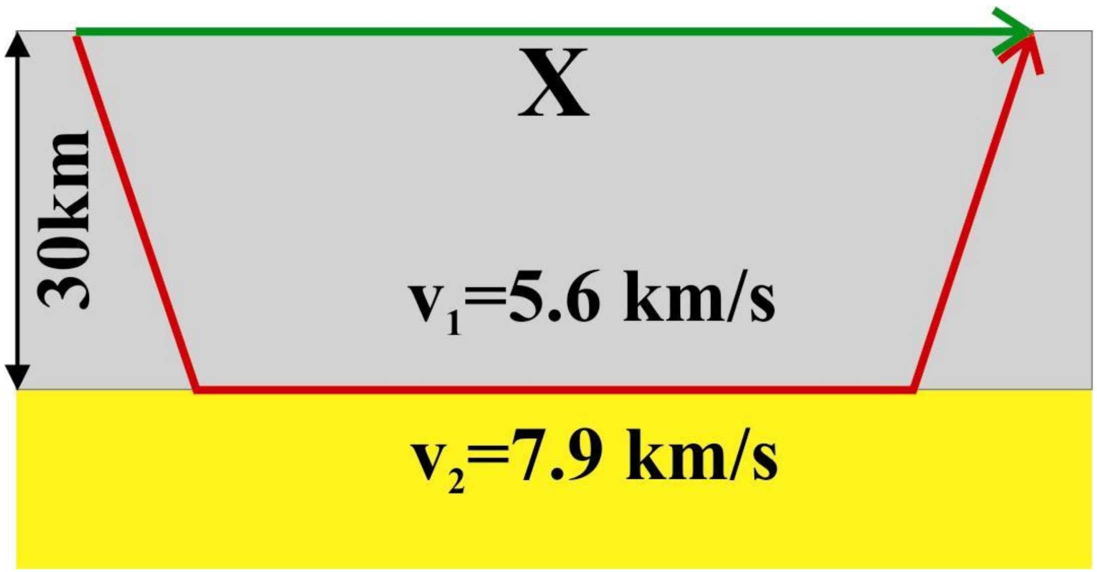
V roce 1906 byla zjištěna náhlá změna rychlosti na rozhraní kůry a pláště.



Andrija Mohorovičic
(1857-1936)

Přímou vlnu lomenou podél MOHO rozhraní nazýváme Pn. Přímou vlnu procházející pouze kůrou nazýváme Pg.



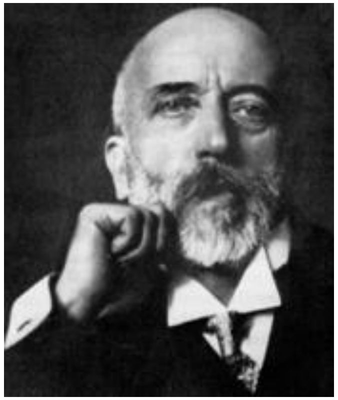


Byly zjištěny rychlosti přímé vlny Pg:

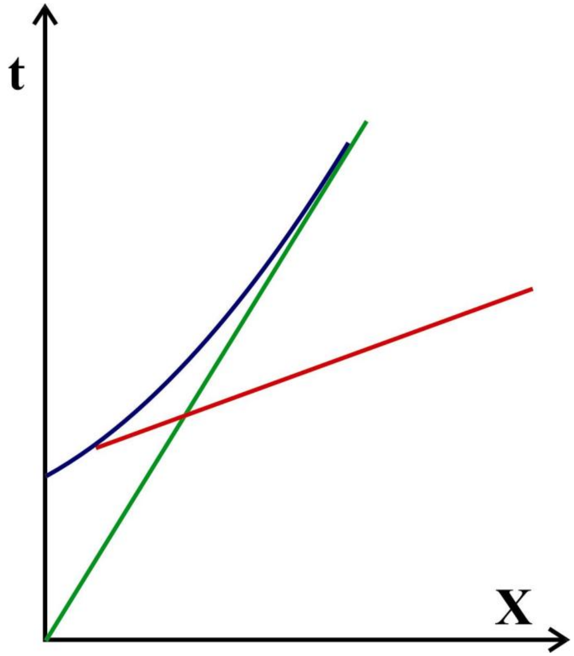
v_1=5.6 km/s

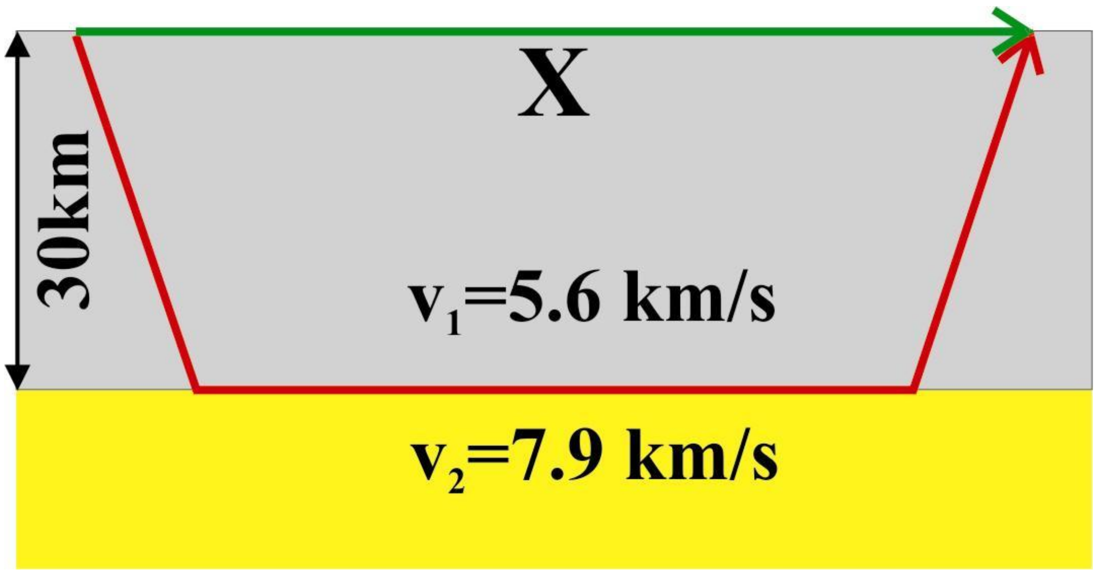
a rychlosti lomené vlny Pn:

v_2=7.9 km/s



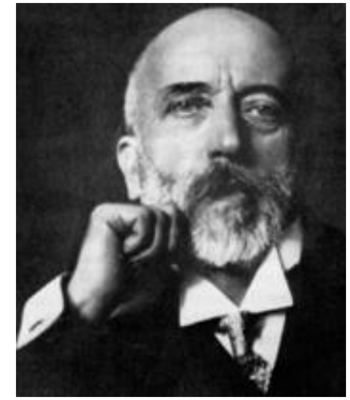
Andrija Mohorovičic
(1857-1936)



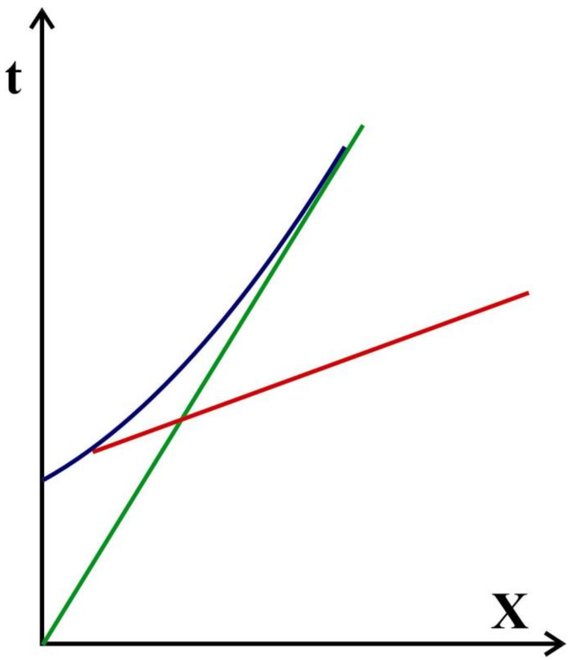


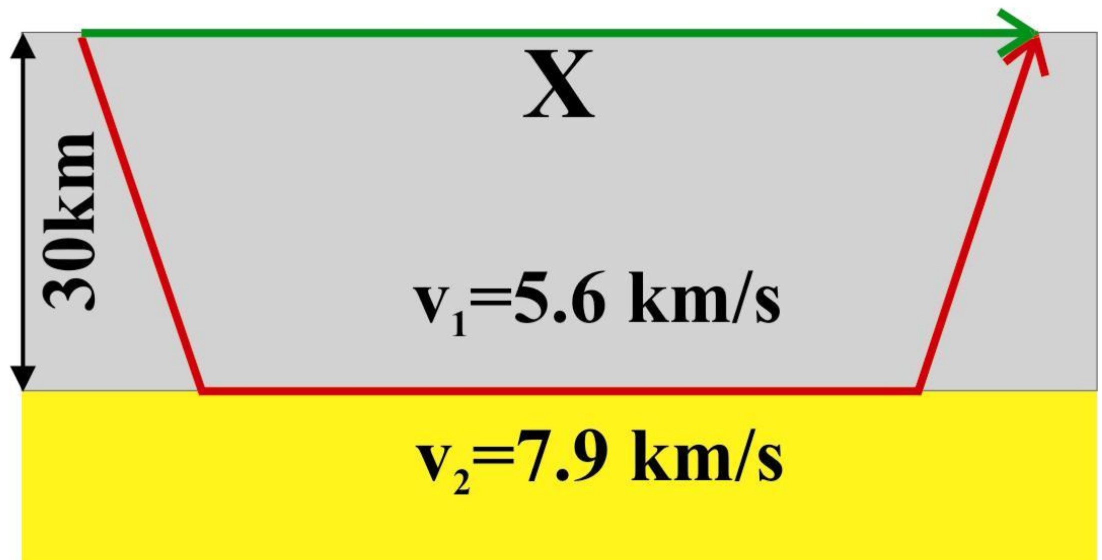
Tj. při mocnosti kůry cca 30km můžeme předpokládat, že mezní vzdálenost, za kterou bude jako první detekována lomená vlna Pn, dosahuje hodnoty:

$$X_c = 2h\sqrt{\frac{v_2 + v_1}{v_2 - v_1}} = 60\sqrt{\frac{7.9+5.6}{7.9-5.6}} \cong 145 km$$



Andrija Mohorovičic
(1857-1936)

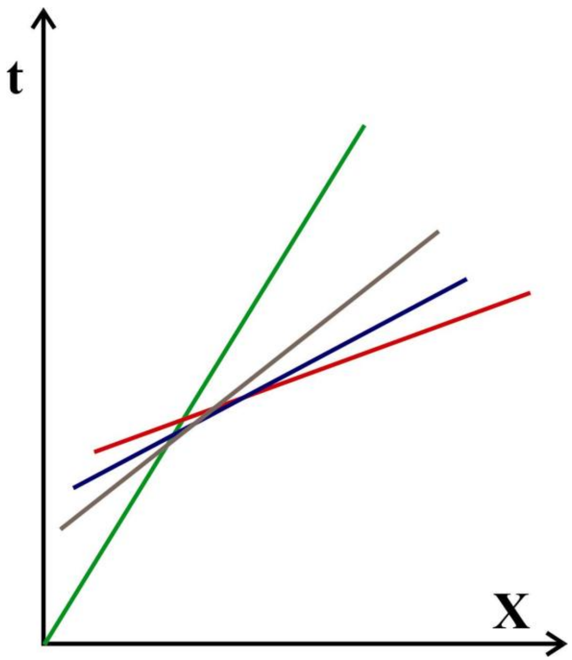


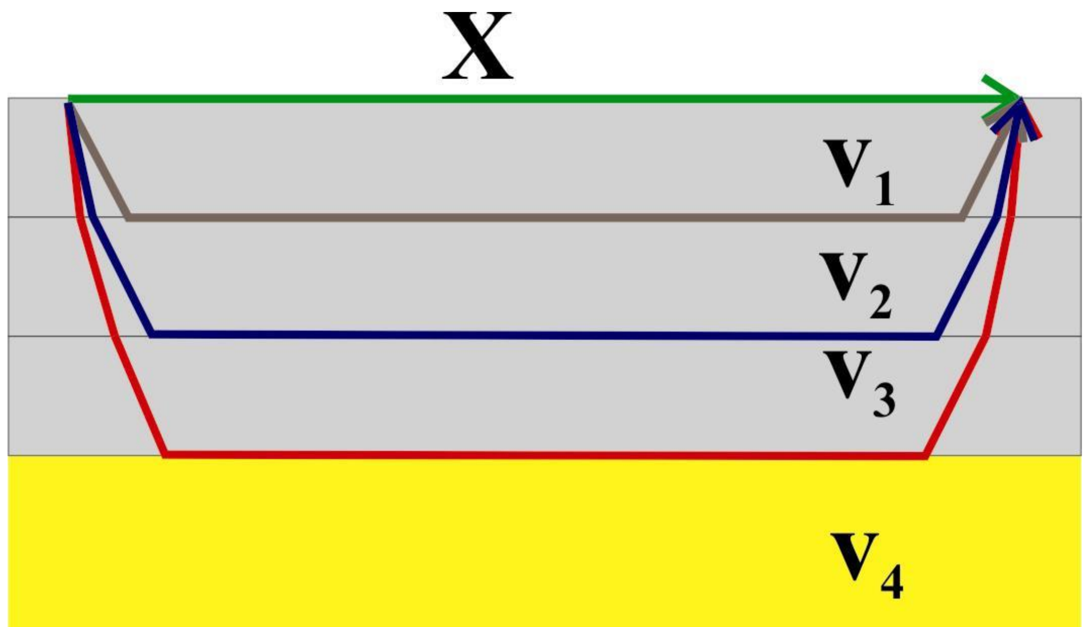


Vrstevnaté modely mohou kůru rozdělit do více vrstev s odlišnými rychlostmi.

V nejmenších vzdálenostech bude nejdříve pozorována vlna přímá.

Ve větších vzdálenostech budou jako první detekovány vlna lomené podle jednotlivých rozhraní.



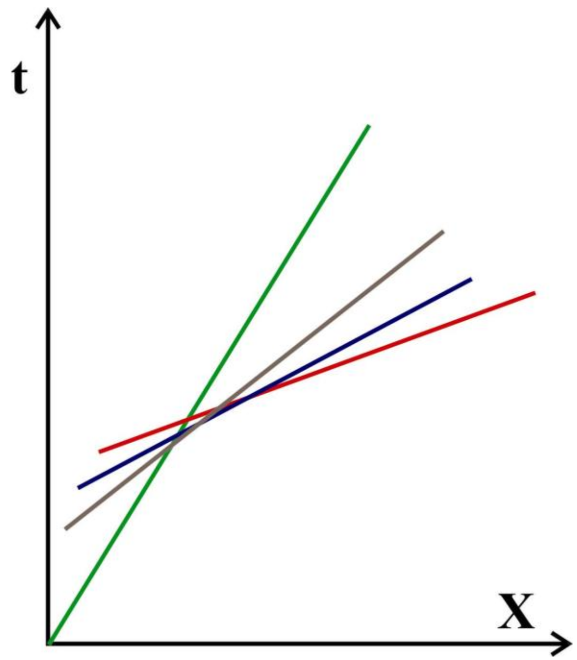


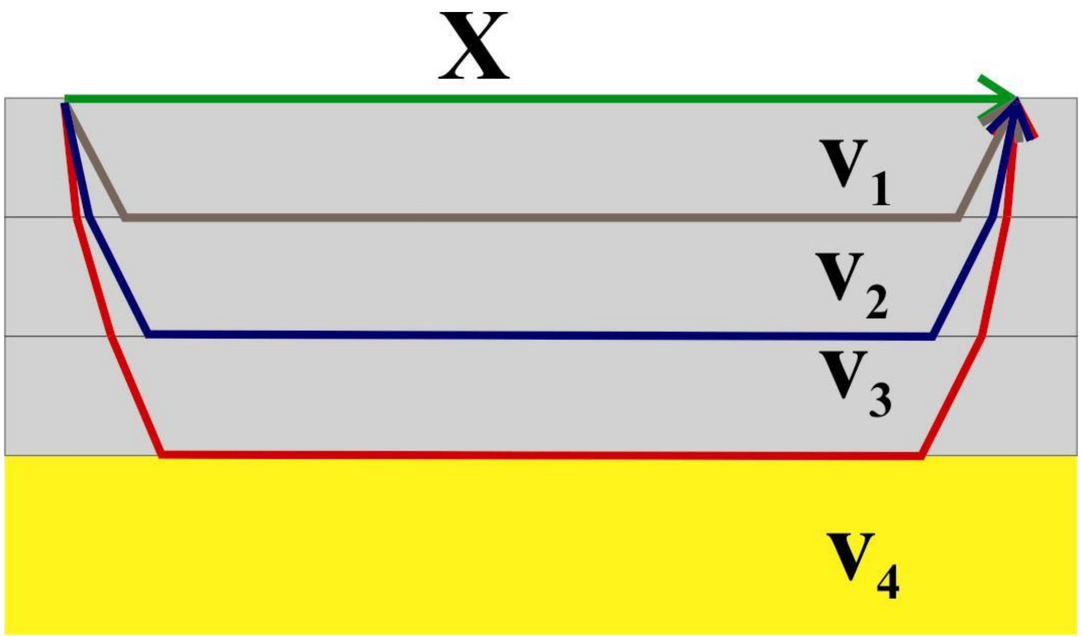
Přímá vlna.

$$t = p.X$$

Zavedeme parametr p:

$$p = \frac{1}{v}$$



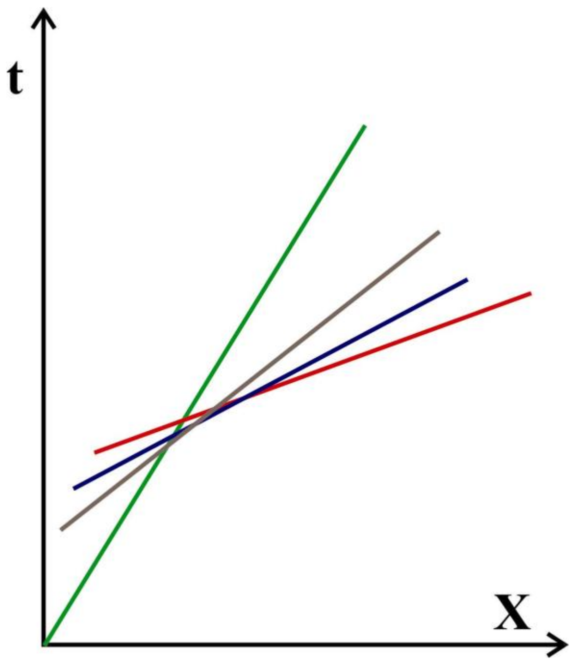


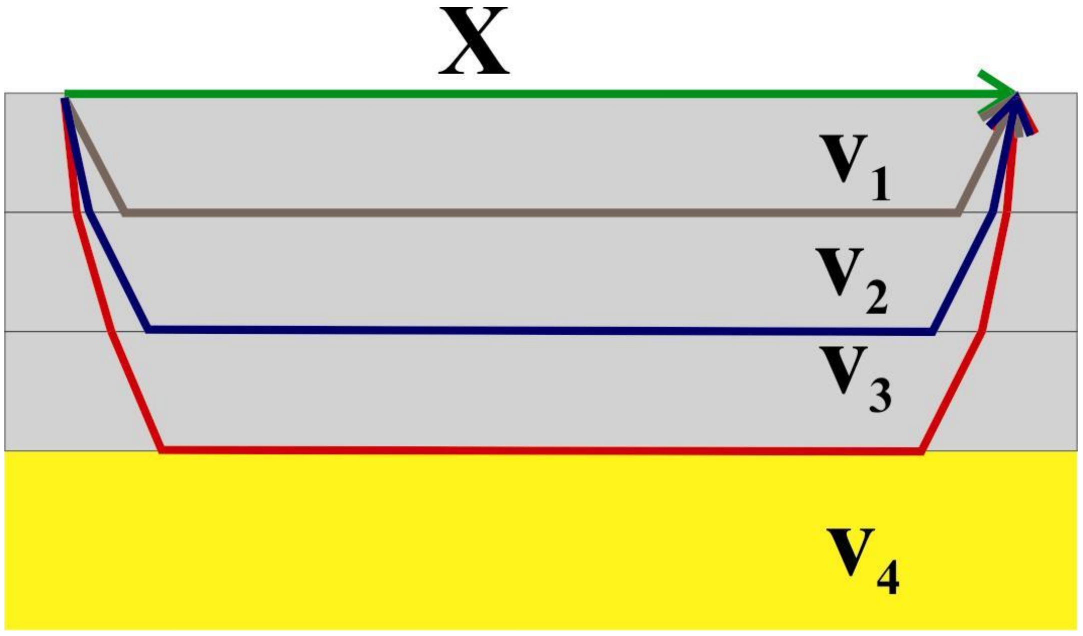
Vlna lomená podél prvního rozhraní.

Zavedeme parametr η_1.

$$\eta_1 = \frac{\sqrt{1 - v_1^2 . p^2}}{v_1}$$

$$t = X.p + 2h.\eta_1$$



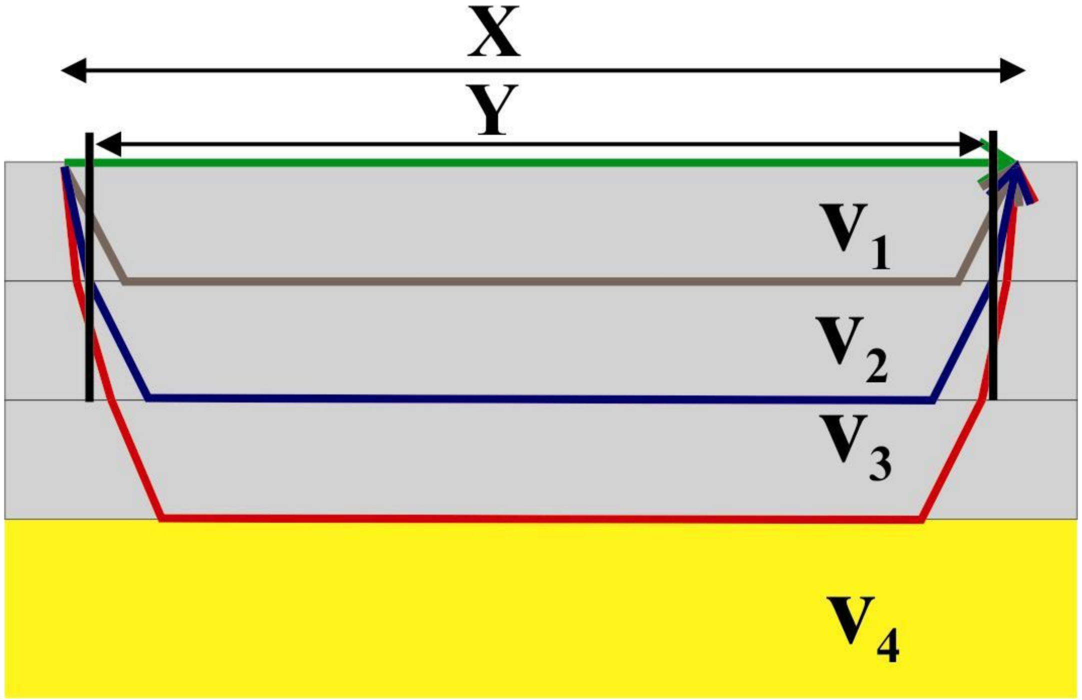


Vlna lomená podél n-tého rozhraní.

Lze ukázat, že vztah můžeme zobecnit:

$$\eta_i = \frac{\sqrt{1 - v_i^2 . p^2}}{v_i}$$

$$t = X.p + 2\sum_{i=1}^{n} h_i \eta_i$$



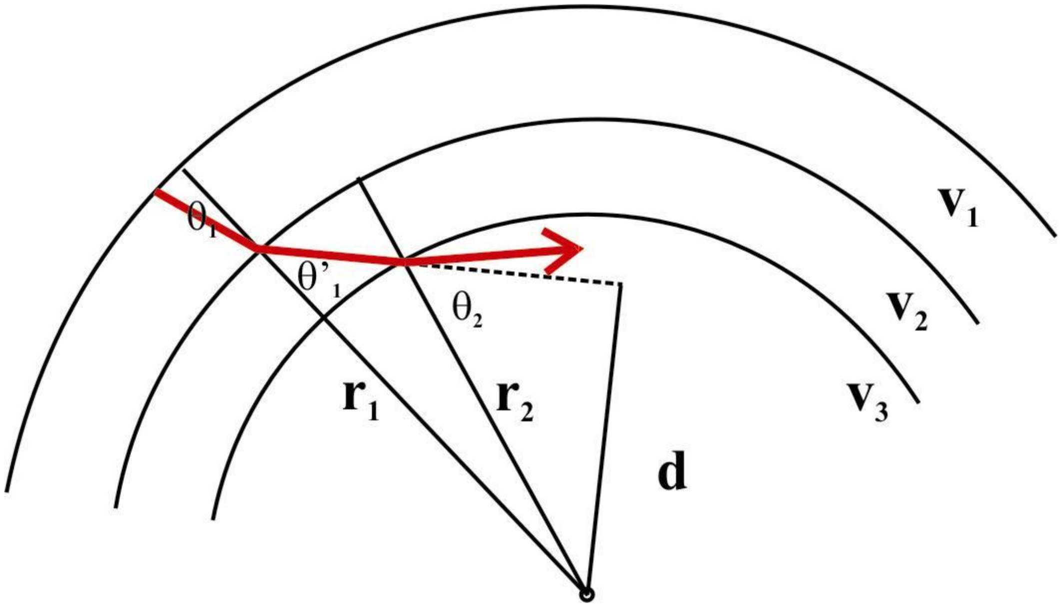
3. Čas šíření signálu ve sférickém tělese Země

Ze Snellova zákona plyne: $\frac{\sin\theta_1}{v_1} = \frac{\sin\theta_1'}{v_2}$

Ale v modelu zakřivené Země platí obecně nerovnost: $\theta_1' \neq \theta_2$

A proto:

$$\frac{\sin\theta_1}{v_1} \neq \frac{\sin\theta_2}{v_2}$$



V modelu zakřivené Země ale vidíme dva pravoúhlé trojúhelníky se společnou stranou o délce **d**.

Z nich plyne: $d = r_1.\sin\theta_1'$

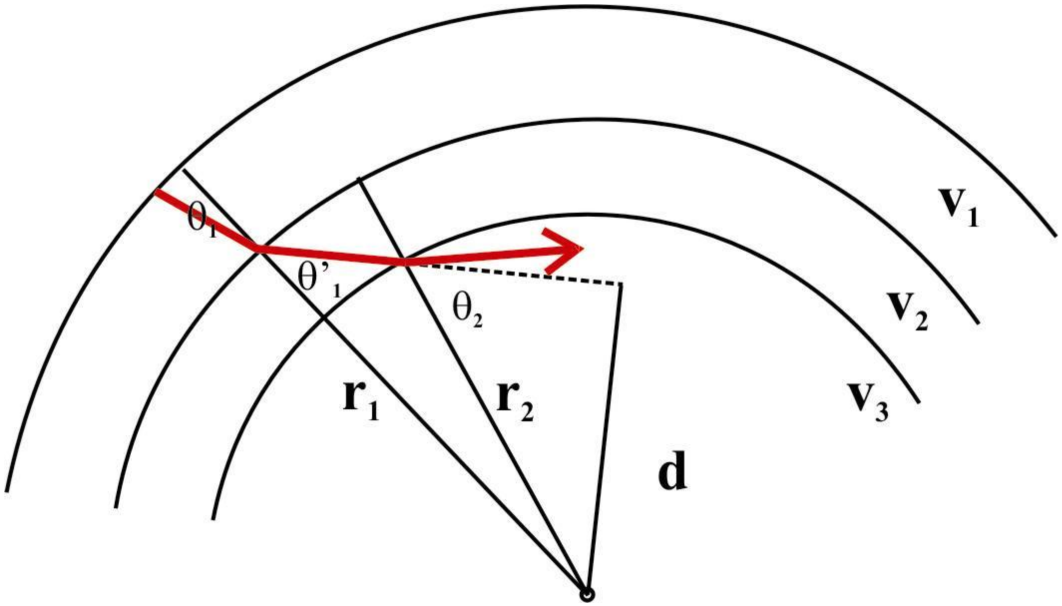
$$d = r_2.\sin\theta_2$$

A tedy:

$$\frac{\sin\theta_1}{v_1} = \frac{\sin\theta_1'}{v_2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{r_1.\sin\theta_1}{v_1} = \frac{r_1.\sin\theta_1'}{v_2} = \frac{r_2.\sin\theta_2}{v_2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{r_1.\sin\theta_1}{v_1} = \frac{r_2.\sin\theta_2}{v_2}$$



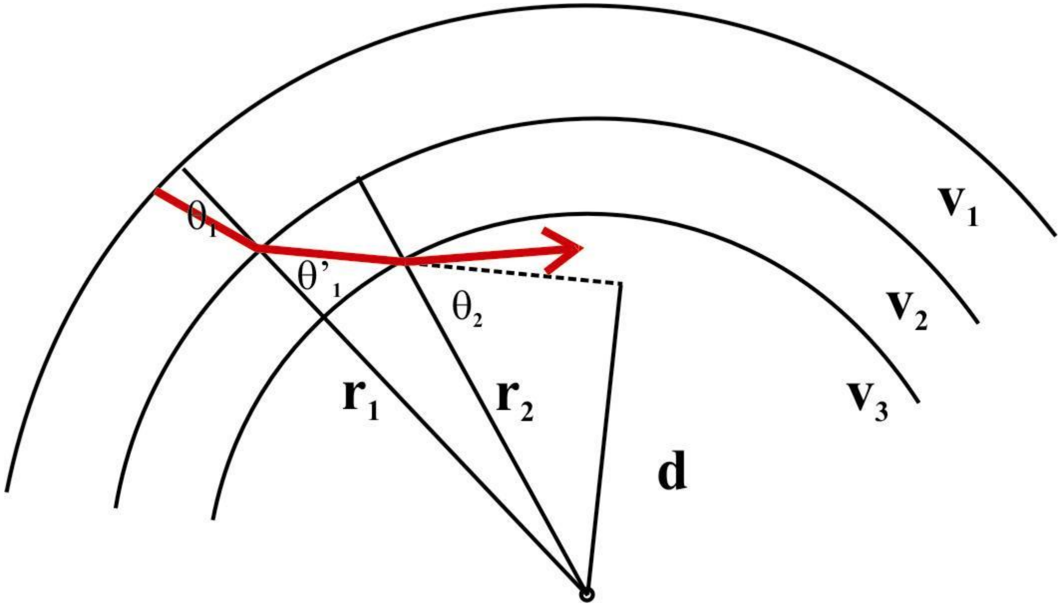
Můžeme tak psát: $$\frac{r_1.\sin\theta_1}{v_1} = \frac{r_2.\sin\theta_2}{v_2}$$

Tato rovnice je obecnou rovnicí definující paprskový parametr ve sférickém tělese Země:

$$p = \frac{r.\sin(i)}{v}$$

Má význam inverzní zdánlivé rychlosti podél povrchu Země ("pomalosti")

$$p = \frac{dT}{d\Delta}$$

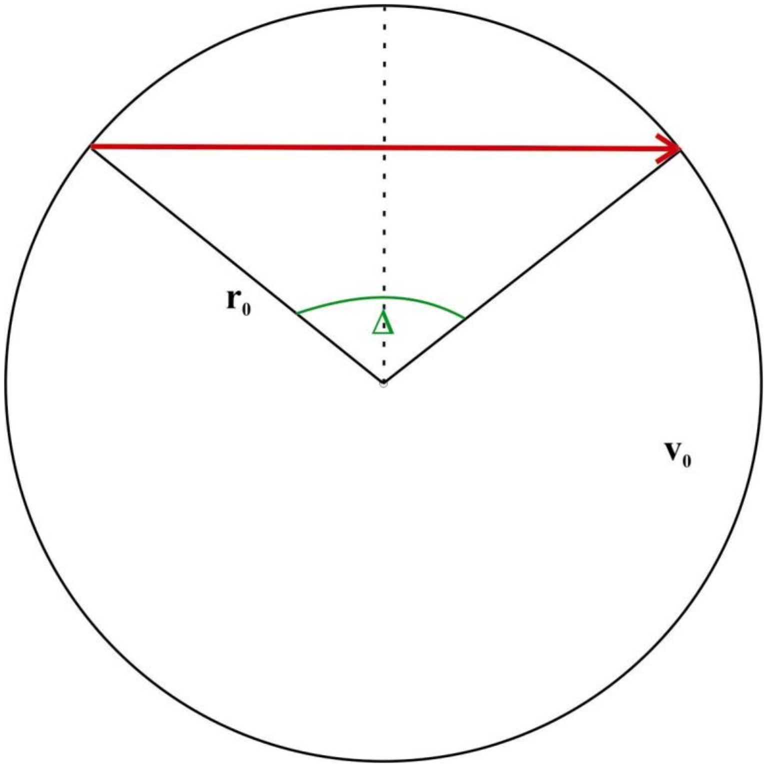


V homogenním sférickém tělese je dráha paprsku rovná úsečka o délce:

$$s = 2r_0 . \sin\frac{\Delta}{2}$$

Čas šíření tedy je:

$$T = \frac{s}{v} = \frac{2r_0 . \sin\left(\frac{\Delta}{2}\right)}{v}$$



Obecně:

$$T = \int_{\text{dráha}} \frac{ds}{v} = p\Delta + 2\int_{r_1}^{r_0} \frac{\sqrt{\left(\frac{r}{v}\right)^2 - p^2}}{r}\, dr$$

kde r_1 je poloměr odpovídající největší dosažené hloubce na dráze paprsku.