

Jméno (tiskacím)	e-mail	1	2	3	celkem
.....				
Podpis studenta:					
				Opravil:	

2. Písemka k zápočtu z lineární algebry

Bodování: První dva příklady jsou ohodnoceny 4 body, poslední příklad 2 body.
Doba - 50 minut.

- Jsou dány lineární podprostory M a N lineárního prostoru R^5 pomocí lineárních obalů:

$$\begin{aligned}
 M &= \langle (1, 2, 0, 1, 1), (1, 3, 1, 3, 4), (3, 5, 2, 4, 5) \rangle, \\
 N &= \langle (1, 1, 3, 4, 3), (1, 0, 2, 2, 0), (2, 1, 3, 2, 3), (0, 1, 2, 4, 3) \rangle.
 \end{aligned}$$

Najděte bázi a dimenzi prostorů M , N , $M \cap N$ a $M \vee N$.

- Jsou dány uspořádané báze α a β v lineárním prostoru R^4 :

$$\begin{aligned}
 \alpha &= ((1, 1, 1, 1)^T, (1, 2, 1, 1)^T, (1, 1, 2, 1)^T, (1, 3, 2, 3)^T) \\
 \beta &= ((1, 0, 3, 3)^T, (1, 2, 1, 1)^T, (2, 2, 5, 4)^T, (-2, -3, -4, -4)^T)
 \end{aligned}$$

Najděte matice přechodu $P_{\alpha, \beta}$ a $P_{\beta, \alpha}$. Dále je dán vektor $\mathbf{x} \in R^4$, $\mathbf{x} = (0, 1, 1, 0)^T$. Najděte jeho souřadnice vzhledem k oběma uspořádaným bázím.

- Pro zobrazení $f: R^2 \rightarrow R^3$, $f(x_1, x_2) = (x_1 + 2x_2, -x_2, 2x_1 - 3x_2)$ najděte jeho jádro a obraz, tj. popište je pomocí generátorů a určete jejich dimenzi.