

Globální analýza. Cvičení ke kapitole 4

1. Necht' \mathcal{A}_1 a \mathcal{A}_2 jsou atlasy na množině M . Dokažte, že následující tvrzení jsou ekvivalentní:

- atlasy \mathcal{A}_1 a \mathcal{A}_2 jsou slučitelné (tj. $\mathcal{A}_1 \cup \mathcal{A}_2$ je zase atlasem na M);
- každá mapa s \mathcal{A}_1 je slučitelná s každou mapou s \mathcal{A}_2 ;
- \mathcal{A}_1 a \mathcal{A}_2 jsou podmnožinami stejného maximálního atlasu;
- \mathcal{A}_1 a \mathcal{A}_2 určují stejnou množinu hladkých funkcí na M .

2. Dokažte, že relace slučitelnosti atlasů je relací ekvivalence.

3. Sestrojte atlasy na elipsu $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$.

4. Sestrojte atlasy na sféře $S^2 \subset \mathbb{R}^3$ pomocí stereografické projekce a pomocí ortogonální projekce na souřadnicové roviny. Ukažte, že tyto atlasy jsou ekvivalentní.