Není-li stanoveno jinak, dostává první, kdo odevzdá správně vyřešený úkol, uvedený počet bodů, každý další vždy o bod méně než předchozí.

1. (5b.) Dokažte, že pro žádné $n \in \mathbb{N}, n > 1$ neplatí $n \mid 2^n - 1$.
2. (3b.) Dokažte, že pro každé liché prvočíslo p existuje nekonečně mnoho přirozených čísel n, splňujících $p \mid n \cdot 2^n + 1$.
3. (5b.) Dokažte, že existuje nekonečně mnoho lichých přirozených čísel k s vlastností, že čísla $2^{2^n} + k$ jsou složená pro všechna $n \in \mathbb{N}$.
4. (5b.) Dokažte, že pro každé celé číslo $k \neq 1$ existuje nekonečně mnoho přirozených čísel n s vlastností, že číslo $2^{2^n} + k$ je složené.
5. (4b.) Dokažte, že pro každé $a \in \mathbb{N}$, $1 < a \leq 100$ existuje $n \in \mathbb{N}, n \leq 6$ tak, že $a^{2^n} + 1$ je složené. (V případě, že podstatná část výpočtů bude provedena počítačem, budou uděleny max. 2 body).
6. (3 b.) Buď $n > 3$ libovolné liché přirozené číslo. Dokažte, že vždy existuje prvočíslo p dělící $2^{\varphi(n)} - 1$ a nedělící n.
7. (3 b.) Určete nejmenší $n \in \mathbb{N}$ takové, že $2^{2011} \mid 17^n - 1$.
8. (3 b.) Buď k tvaru $2^{2^n} + 1$ (pro $n \in \mathbb{N}$). Dokažte, že k je prvočíslo, právě když k dělí $3^{(k-1)/2} + 1$.