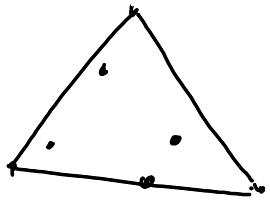
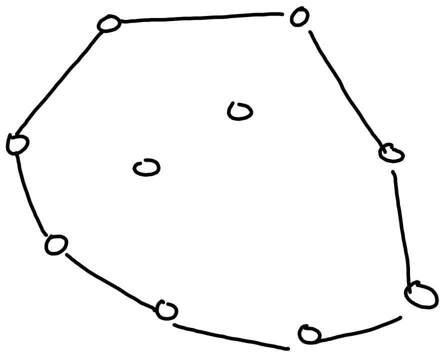
2



$a \cdot 1\ \text{zdroj} + b \cdot 2\ \text{zdroj} + c \cdot 3\ \text{zdroj}$

$a + b + c = 1 \qquad a \geq 0,\ b \geq 0,\ c \geq 0$



Výsledná směs bude bod v konvexním obalu bodů, které určují zdroje.

(4) Konvexní obal $CH(M) = \bigcap_{\substack{K \supseteq M \\ K \text{ je konvexní}}} K$

Pro nás jsou podstatné konvexní obaly konečných množin.

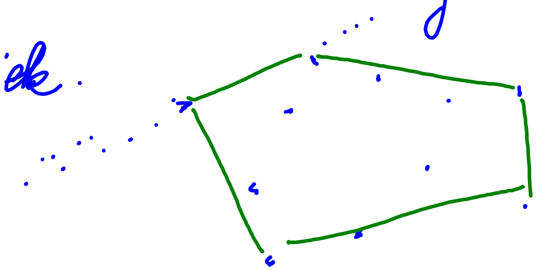
Zadána kon. množina bodů P

Hledáme popsat konv. obal $CH(P)$.

Jsme v rovině

Co je konvexním obalem konečné množiny?

Je to konvexní mnohoúhelník.



8 Časová náročnost $|P| = n$.

všech možných dvojic je $n(n-1) \sim n^2$

$n(n-1)(n-2) \sim n^3$

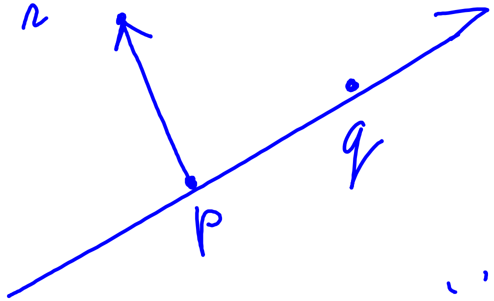
Body 1.–7. mají čas. náročnost $O(n^3)$

Bod 8. $k + (k-1) + (k-2)$ $\sim O(n^2)$

další alg. bude lepší s čas. náročností $O(n \log n)$

⑧ Co to znamená, že bod r leží vpravo (nebo vlevo) od orientované přímky pq?

r vlevo



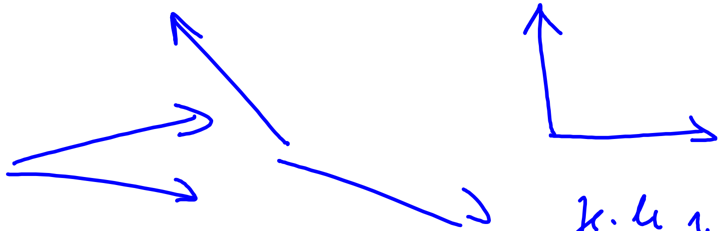
2 vektory

$q - p$, $r - p$

$$\begin{pmatrix} q_x - p_x & r_x - p_x \\ q_y - p_y & r_y - p_y \end{pmatrix} = D$$

$p = (p_x, p_y)$

Je-li r vlevo, pak $D > 0$.



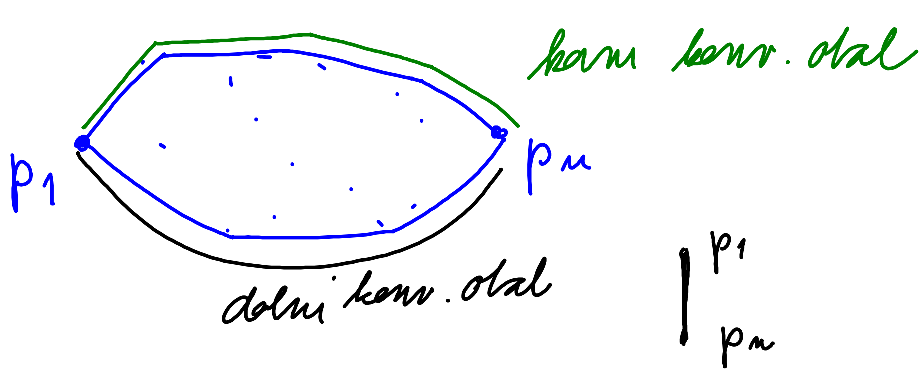
$a > 0$

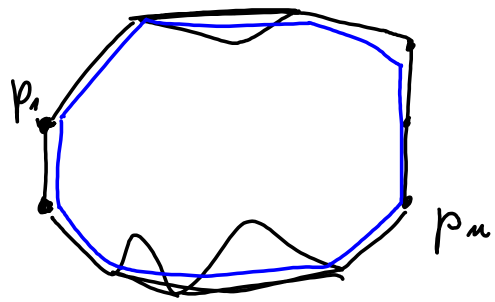
$b > 0$

$D = a \cdot b > 0$

Je-li r vpravo, pak $D < 0$.

(10)





$p < q \iff p_x < q_x$ nebo $p_x = q_x$ a $p_y > q_y$

Body množiny P uspořádáme podle předchozího uspořádání („lexikografického") $p_1 < p_2 < \dots < p_n$

Hledání horního konvexního obalu

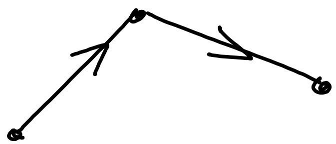
(12) předp. že jsme prošli body $p_1, p_2, \dots p_i$.
z nich jsme některé vybrali do konv. obalu kandidáta.

Přidáme p_{i+1}

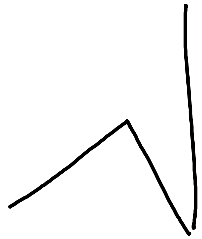
(A) • poslední tři body (včetně p_{i+1}) tvoří zatáčku vpravo

=> přidáme p_{i+1}

•

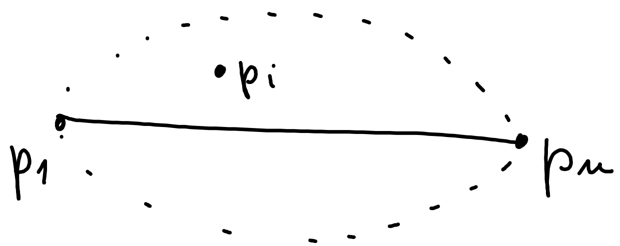


p_{i+1}



(B) • poslední tři body netvoří zatáčku vpravo => odstraníme
a kandidáta konv. obalu prostřední bod
a znovu testujeme poslední tři body, to děláme tak dlouho až nastane situace (A)

14

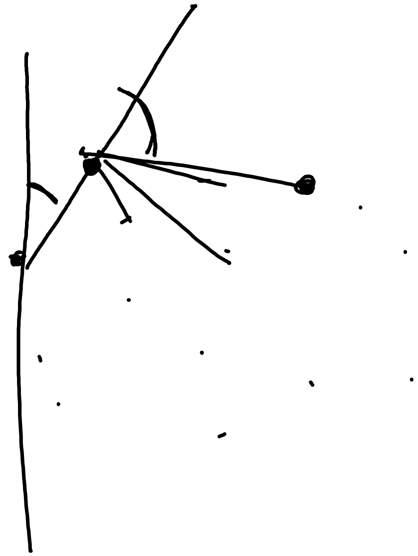


Věta: Algoritmus je korektní a jeho časová náročnost je $O(n \log n)$

Dk: Důkaz korektnosti je indukcí. Dokáže se, že po provedení algoritmu do bodu p_i je množina všech bodů pod $\mathcal{L}_{upper}$ konvexní a obsahuje všechny body z P.

16 n bodů   konvexní obal má k vrcholů

$O(kn)$



$O(kn)$

gift wrapping algorithm