ad 2

Pokud $v_{i-1} \in h_i$, pak $v_i = v_{i-1}$.

Pokud $v_{i-1} \notin h_i$, pak $v_i$ leží na hraniční přímce $l_i$ poloroviny $h_i$.

Navíc $v_i$ lze pak najít jako řešení 1-dim úlohy lin programování v čase $O(i)$

Časová náročnost: Výpočet $v_i$ trvá buď konst. čas nebo $O(i)$

Celková náročnost je $O(1)+O(2)+\dots+O(n) = O(1+2+\dots+n) = O(n^2)$

Náhodnostní algoritmus: Náhodné pořadí uděláme v čase $O(n)$.

Očekávaný čas náhodnostní algoritmu je průměrný čas provedení algoritmu pro všechna možná pořadí. Ukážeme, že v tomto případě je $O(n)$.

ad 4 Náhodné veličiny

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{jestliže } v_{i-1} \notin h_i \\ 0 & \text{jestliže } v_{i-1} \in h_i \end{cases}$$

Potřebný čas je opět náhodná veličina

$$\sum_{i=1}^{n} O(i)\, X_i$$

Očekávaný čas algoritmu je střední hodnota této náhodné veličiny

$$E\left(\sum_{i=1}^{n} O(i) X_i\right) = \sum_{i=1}^{n} O(i)\, \underbrace{E(X_i)}_{\text{střední hodnota náhodné veličiny } X_i}$$

Ad 6 Potom očekávaný čas je

$$\sum_{i=1}^{n} O(1)\, E(X_i) = \sum_{i=1}^{n} O(1)\, \frac{1}{i} = O(n)$$

---

Předp. že $v_i$ už máme $v_i$ musí ležet na průniku aspoň 2 hraničních přímek z těchto $l_1, l_2, \dots l_i$.

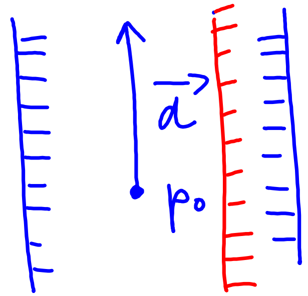
Platí $v_{i-1} \notin h_i \Rightarrow v_i \in l_i$, $v_i$ leží jistě na další přímce

($v_i$ leží právě na dvou přímkách)

$$p(v_i \in l_i) = \frac{2}{i}$$

Dk 8 Označme

$$H' = \{ h_i, \ \vec{n}_i \cdot \vec{d} = 0 \}$$




Musíme zjistit zda $\bigcap_{h_i \in H'} h_i$ je neprázdný.

Věta. Úloha LP je neomezená právě když existuje $\vec{d} \neq \vec{0}$ takový, že

① $\vec{d} \cdot \vec{c} > 0$

② $\vec{d} \cdot \vec{n}_i \geq 0$ pro všechna $i$

③ $\bigcap_{h_i \in H'} h_i \neq \emptyset$ pro $H' = \{ h_i, \ \vec{n}_i \cdot \vec{d} = 0 \}$

př. 10 Jak najít vektor $\vec{d}$?

$\vec{d} = (d_x, \pm 1)$ Pokud $\vec{c} = (c_x, c_y)$ $c_y \neq 0$, $c_y > 0$

hledáme $\vec{d} = (d_x, 1)$

$\vec{d} \cdot \vec{c} = d_x c_x + \underbrace{1 \cdot c_y}$ má být $> 0$

Chceme najít $d_x \in \mathbb{R}$ tak, že

$$d_x c_x > -c_y$$

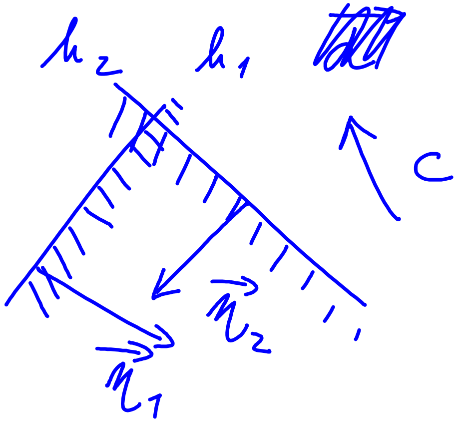
$\vec{\eta}_i \cdot \vec{d} \geq 0$ $\quad d_x \cdot \eta_{ix} + 1 \cdot \eta_{iy} \geq 0 \Leftrightarrow d_x \cdot \eta_{ix} \geq -\eta_{iy}$

Jde o 1-dim úlohu lin. programování, chceme maximalizovat funkci

$$g(x) = x$$

Pokud taková podpřímka neexistuje, pak buď existuje $\vec{d}$ ale $\bigcap_{h_i \in H'} h_i$ je prázdný. Pak i $\bigcap_{h_i \in H} h_i = \emptyset$.

Pokud $\vec{d}$ neexistuje, existují dvě poloroviny $h_1$ a $h_2$ takové že




$\vec{c} \cdot \vec{\eta_1} < 0$ a $\vec{c} \cdot \vec{\eta_2} < 0$

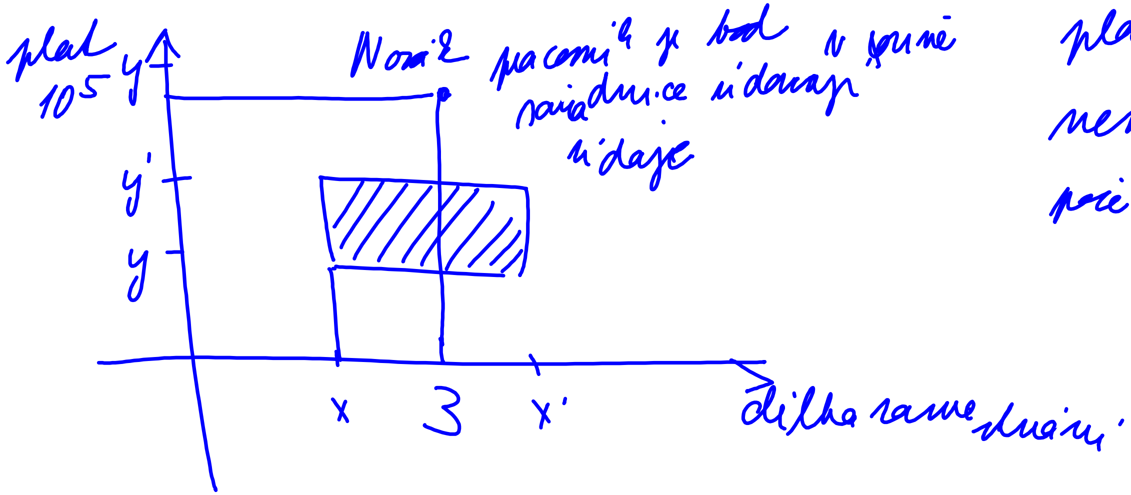
Položíme $m_1 = h_1$ a $m_2 \stackrel{!}{=} h_2$ a můžeme řešit omezenou úlohu.

# ORTOGONÁLNÍ VYHLEDÁVÁNÍ

Databáze pracovníků firmy

U každého pracovníka různé údaje

- délka zaměstnání
- plat
- nemocnost
- počet průšvihů




Dodáme zadání obdélník

$[x, x'] \times [y, y']$