

# VIII. Kontingenční tabulky



Test dobré shody  
Test nezávislosti  
Test homogeneity

# Opakovanie



# Jak vznikají informace ?

– různé typy dat znamenají různou informaci

Data poměrová

Kolikrát ?



Spojité data

Data intervalová

O kolik ?



Podíl hodnot větší/menší než specifikovaná hodnota ?

Procenta odvozené hodnoty

Data ordinální

Větší, menší ?

Kategoriální otázky

Diskrétní data



Data nominální

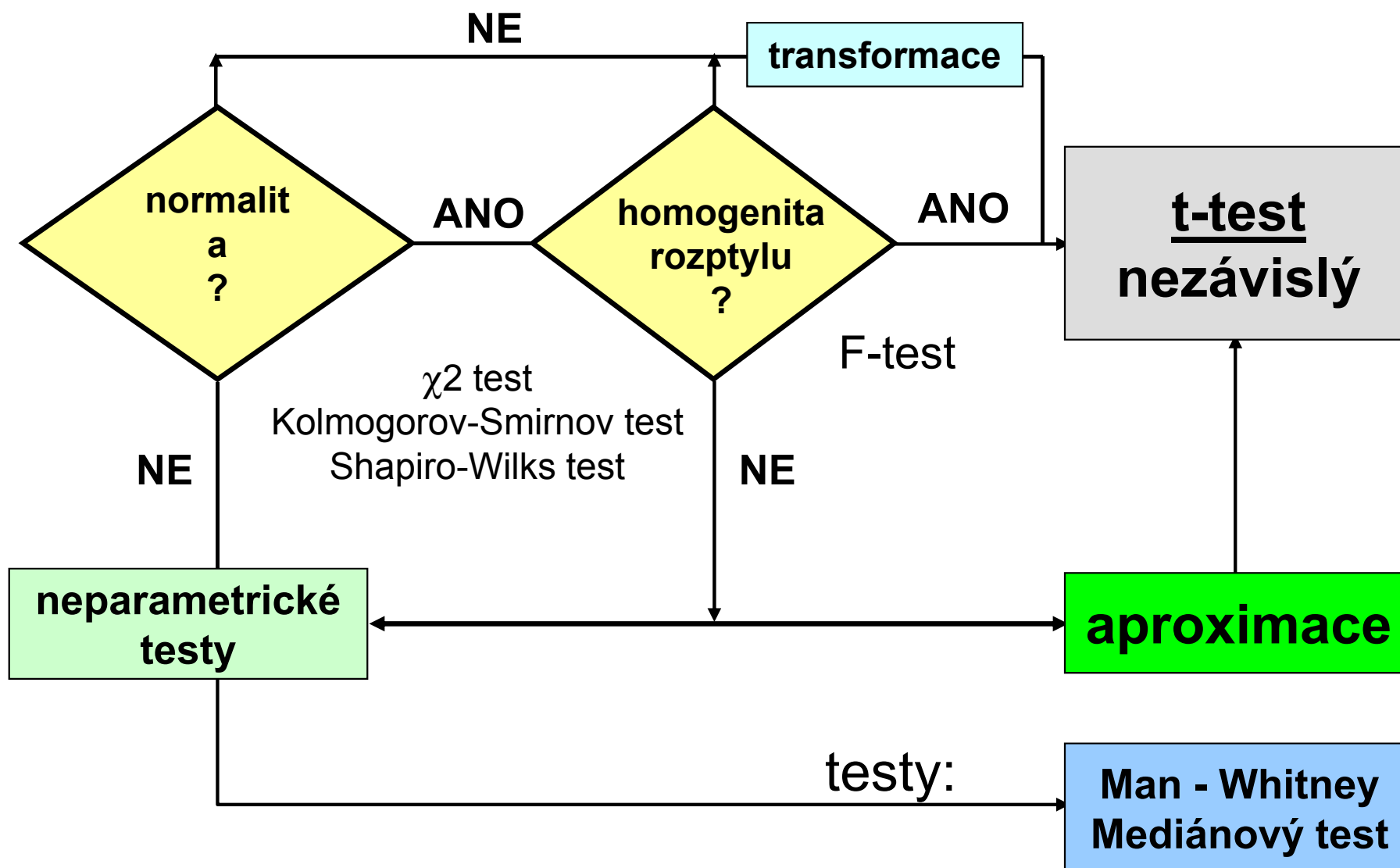
Rovná se ?

Otázky „Ano/Ne“

**Samotná znalost typu dat ale na dosažení informace nestačí .....**

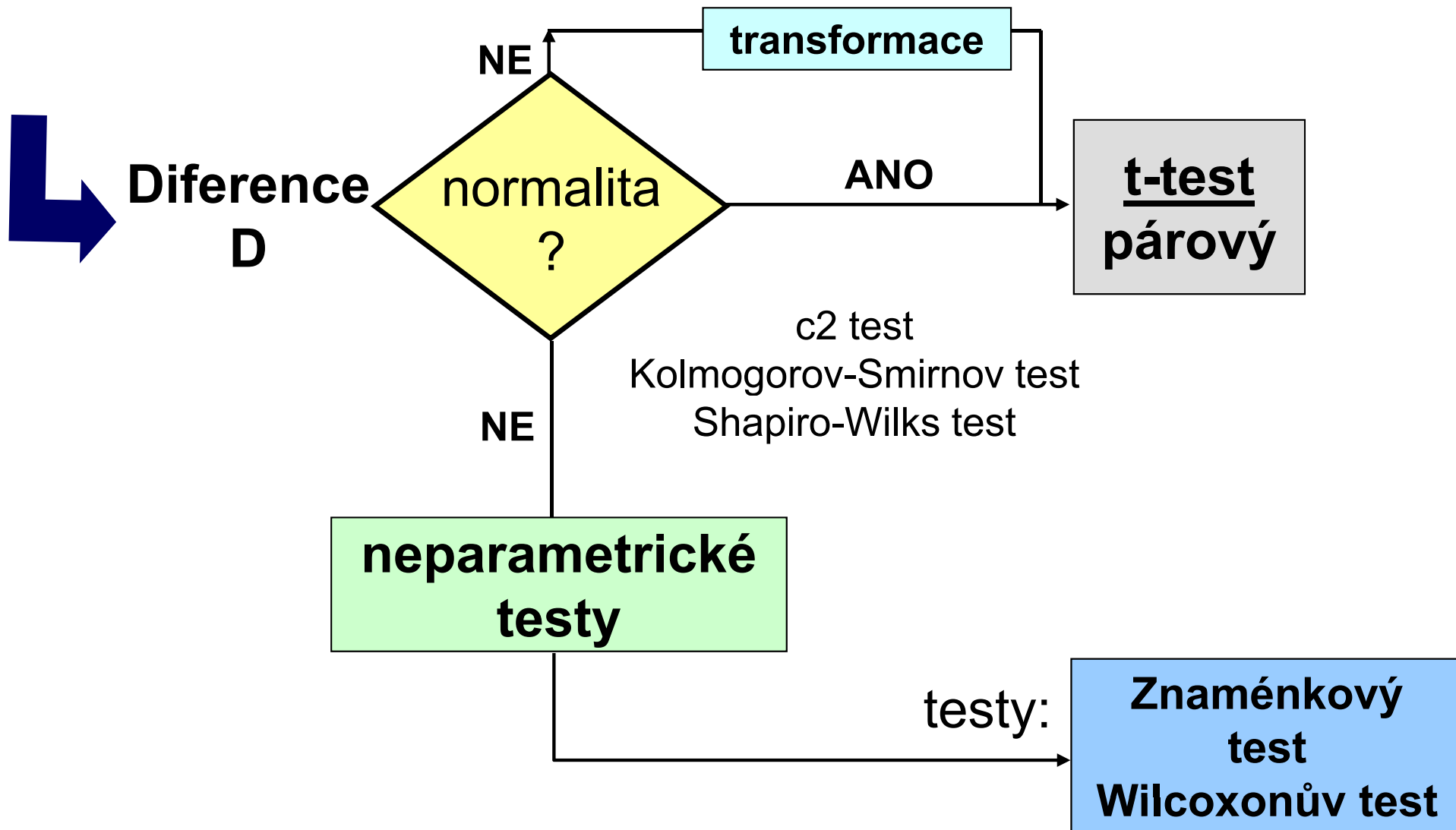
# Dvouvýběrové testy: schéma analýzy

## Nezávislé uspořádání



# Dvouvýběrové testy: schéma analýzy

## Párové uspořádání



# Diskrétne dáta a kontingenčná tabuľka



# Motivácia



- Pri spracovaní dát sa často stretávame s úlohou zistiť, či dva znaky nominálneho alebo ordinárneho typu sú stochasticky nezávislé.
- Príklad:
  - ✦ Závisí farba vlasov na farbe očí
  - ✦ Či sú poradia žiakov v dvoch rôznych predmetoch nezávislé
  - ✦ Či sú známky z matematiky a z biológie nejakým spôsobom závislé

# Kontingenčná tabuľka



- Majme dva znaky  $X$  s počtom variant  $r$  a  $Y$  s počtom variant  $s$

	$y$	$y_{[1]}$	...	$y_{[s]}$	$n_{j.}$
$x$	$n_{jk}$				
$x_{[1]}$		$n_{11}$	...	$n_{1s}$	$n_{1.}$
...		...	...	...	...
$x_{[r]}$		$n_{r1}$	...	$n_{rs}$	$n_{r.}$
$n_{.k}$		$n_{.1}$	...	$n_{.s}$	$n$

- $n_{j.}$  – marginálna absolútna četnosť
- $n_{jk}$  – simultánna absolútna četnosť
- $n_{jk}/n$  – pravdepodobnosti (marginálne alebo simultánne)



# Anotace



- Analýza kontingenčních tabulek umožňuje analyzovat vazbu mezi dvěma kategoriálními proměnnými. Základním způsobem testování je tzv. chi-square test, který srovnává pozorované četnosti kombinací kategorií oproti očekávaným četnostem, které vychází z teoretické situace, kdy je vztah mezi proměnnými náhodný.
- Test dobré shody je využíván také pro srovnání pozorovaných četností proti očekávaným četnostem daným určitým pravidlem (typickým příkladem je Hardy-Weinbergova rovnováha v genetice)
- Specifickým typem výstupů odvozených z kontingenčních tabulek jsou tzv. odds ratio a relativní rizika, využívaná často v medicíně pro identifikaci a popis rizikových skupin pacientů.

# Test dobrej zhody – multinomické rozdelenie



- Môže nastať len určitý počet situácií ( nejaké kategórie, z ktorých vyberáme).
- Vždy musí nastať nejaká situácia (musíme vybrať jednu možnosť).
- Nemôžu nastať dve situácie zároveň (vyberáme vždy len jednu možnosť).
- Napr. Poranenie- ľahké, stredné, ťažké.
- Jedno poranenie nemôže byť ľahké a ťažké zároveň a poranenie musí patriť do jednej kategórie.
- Chceme testovať, či teoretická pravdepodobnosť je rovnaká ako v nazbieraných dátach.

# Test dobré shody - základní teorie

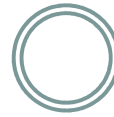


$$\chi^2_{(s.v.)} = \sum \frac{\left[ \begin{array}{c} \text{pozorovaná} \\ \text{četnost} \end{array} - \begin{array}{c} \text{očekávaná} \\ \text{četnost} \end{array} \right]^2}{\text{očekávaná četnost}}$$

Porovnáваме s tabuľkovou hodnotou a zamietame, ak je vyrátaná hodnota väčšia ako tabuľková

$$\chi^2_{(s.v.)} = \underbrace{\frac{\left[ \begin{array}{c} \text{pozorovaná} \\ \text{četnost} \end{array} - \begin{array}{c} \text{očekávaná} \\ \text{četnost} \end{array} \right]^2}{\text{očekávaná četnost}}}_{\text{1. jev}} + \underbrace{\frac{\left[ \begin{array}{c} \text{pozorovaná} \\ \text{četnost} \end{array} - \begin{array}{c} \text{očekávaná} \\ \text{četnost} \end{array} \right]^2}{\text{očekávaná četnost}}}_{\text{2. jev}} + \dots$$

# Test dobré shody: příklad I



**?** Ověřte na datech z pokusu se 100 květinami určitého druhu, že barva květů se geneticky štěpí v poměru žlutá : červená = 3 : 1.

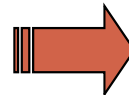
**✓**  $H_0$ : Pozorovaná frekvence pro jednotlivé barvy květů jsou vzorkem populace mající poměr mezi žlutými a červenými květy 3 : 1.

Součet frekvencí u obou barev květů ( $f_i$ ) se rovná 100 a pozorované frekvence u kategorií barvy budou srovnány s očekávanými frekvencemi (uvedeny v závorkách):

	Kategorie barvy		n
	Žlutá	Červená	
$f_{\text{poz.}}$	84	16	100
$f_{\text{oček.}}$	75	25	

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_{\text{poz.}} - f_{\text{oček.}})^2}{f_{\text{oček.}}} = \frac{(84 - 75)^2}{75} + \frac{(16 - 25)^2}{25} = 4,320$$

**St. volnosti =  $n = k - 1 = 1$**



**Zamítáme hypotézu shody srovnávaných četností**

Při testování  $H_0$  jsme použili matematický zápis ( $0,025 < P < 0,05$ ). Z tabulek  $\chi^2$  rozložení vidíme, že pravděpodobnost překročení hranice 2,706 je 0,1 (10 %), což může být stručně zapsáno jako  $P(\chi^2 \geq 2,706) = 0,10$ .

Dále lze zjistit pro  $P(\chi^2 \geq 3,841) = 0,05$ . V řešené úloze jsme dospěli k hodnotě testové statistiky  $\chi^2 = 4,320$ . Pro tento případ lze tedy psát  $0,025 < P(\chi^2 \geq 4,320) < 0,05$ ; a jednodušeji  $0,025 < P < 0,05$ . Jde v podstatě o přibližné určení hranic chyby 1. druhu.

# Test dobré shody: příklad II



**Tento příklad je rozšířením problému z příkladu 1 na srovnání pozorovaných a očekávaných frekvencí pro více kategorií sledovaného znaku:**

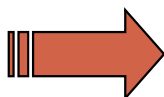


Celkem bylo zkoumáno 250 semen určitého druhu rostliny a roztríděno do následujících kategorií: žluté/hladké; žluté/vrásčité; zelené/hladké; zelené/vrásčité. Předpokládaný poměr výskytu těchto kategorií v populaci je 9 : 3 : 3 : 1. Následující tabulka obsahuje původní data z pozorování a dále postup při testování  $H_0$ .

	žluté/hladké	žluté/vrásčité	zelené/hladké	zelené/vrásčité	n
$f_{\text{poz.}}$	152	39	53	6	250
$f_{\text{oček.}}$	140,6250	46,8750	46,8750	15,6250	

$$\nu = k - 1 = 3$$

$$\chi^2 = \frac{11,3750^2}{140,6250} + \frac{7,8750^2}{46,8750} + \frac{6,1250^2}{46,8750} + \frac{9,6250^2}{15,6250} = 8,972$$



**Zamítáme hypotézu shody pozorovaných četností s očekávanými**

# Test dobré shody: příklad III

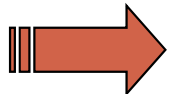
**Složitější příklady řešené srovnáváním frekvencí je možné rozdělit na testování dílčích hypotéz:**

- ✓ Předpokládejme, že chceme pro data z předchozí úlohy testovat hypotézu existence štěpného poměru 9 : 3 : 3 pro první tři kategorie semen:

	žluté/hladké	žluté/vrásčité	zelené/hladké	n
$f_{\text{poz.}}$	152	39	53	244
$f_{\text{oček.}}$	146,400	48,800	48,800	

$$n = k - 1 = 2$$

$$\chi^2 = \frac{5,600^2}{146,40} + \frac{9,800^2}{48,80} + \frac{4,200^2}{48,80} = 2,544$$



**Nezamítáme hypotézu shody pozorovaných četností s očekávanými.**

- ✓ Nyní otestujeme hypotézu štěpného poměru kategorií zelené/vrásčité:ostatní typy = 1:15

	zelené/vrásčité	ostatní	n
$f_{\text{poz.}}$	6	244	250
$f_{\text{oček.}}$	15,625	234,375	

$$n = k - 1 = 1$$

$$\chi^2 = \frac{9,625^2}{15,625} + \frac{9,625^2}{234,375} = 6,324$$



**Zamítáme hypotézu shody pozorovaných četností s očekávanými.**

# Test dobré shody: příklad IV - využití aditivity testu



U 193 párů dvojčat byly zjištěny následující poměry pohlaví: 56 Ch - Ch  
72 Ch - H  
65 H - H

*Za předpokladu, že narození chlapečka má stejnou pravděpodobnost jako narození holčičky, lze očekávat poměry pro výše uvedené skupiny = 0,25 : 0,5 : 0,25. Ověřte tento předpoklad na uvedeném vzorku populace.*

$\Sigma$  193 párů                      1/4 : 1/2 : 1/4  
očekávané četnosti = 48,25 : 96,50 : 48,25

$$\chi_{(2)}^2 = 13,28$$

Proč lze v předchozím případě očekávat zamítnutí  $H_0$ ?

Testujte následující hypotézy:

- 1) Jsou relativní počty párů se shodným pohlavím ve shodě s očekávanými četnostmi? (ignorujte Ch - H páry)
- 2) Je relativní četnost kombinace Ch - Ch a H - H párů oproti párům s rozdílným pohlavím ve shodě s očekávanými četnostmi?

$\Sigma$  121 párů                      1 : 1  
očekávané četnosti = 60,5 : 60,5

$$\chi_{(1)}^2 = 0,669$$

$$\frac{H - H}{Ch - Ch}$$

$\Sigma$  193 párů                      1 : 1  
očekávané četnosti = 96,5 : 96,5

$$\chi_{(1)}^2 = 12,44$$

# Test dobré shody: příklad V

Města - zatížení exhalacemi - třídy (A > B > C > D)

Svět: A : B : C : D = 2 : 3 : 6 : 4

Konkrétní země (n = 184 měst): A : B : C : D = 32 : 151 : 182 : 116

$H_0$ : shoda  $f_i$  a  $F_i$      $\alpha = 0,05$

$F_A$ : 64,13

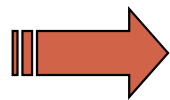
$F_C$ : 192,39

$F_B$ : 96,19

$F_D$ : 128,27

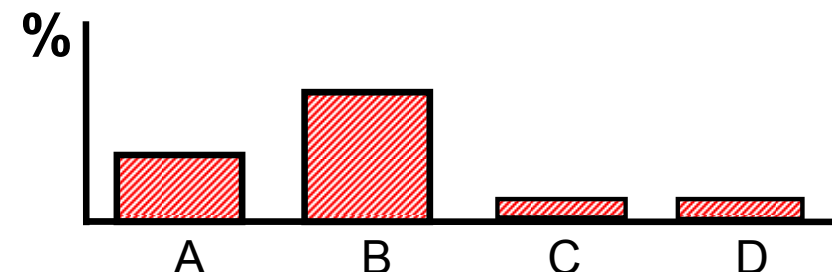
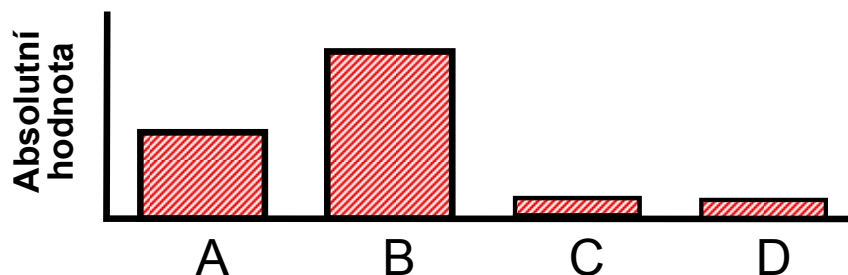
$$\chi^2_{(3)} = \frac{(32 - 64,13)^2}{64,13} + \dots + \frac{(116 - 128,27)^2}{128,27} = \underline{\underline{49,06}}$$

Tabulky :  $\chi^2_{1-\alpha}^{(v)} = \chi^2_{0,95}^{(3)} = 7,81$



**Zamítáme hypotézu shody pozorovaných četností s očekávanými.**

**Příspěvek kategorií A, B, C, D k celkové hodnotě  $\chi^2$**

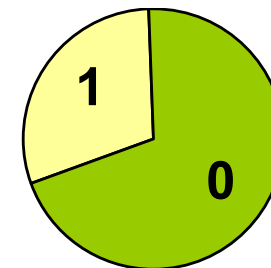




# Test dobré shody – binomické data

## Binomické jevy (1/0)

$$\chi^2_{(1)} = \frac{\left[ \begin{array}{c} \text{pozorovaná} \\ \text{četnost} \end{array} - \begin{array}{c} \text{očekávaná} \\ \text{četnost} \end{array} \right]^2}{\underbrace{\text{očekávaná četnost}}_{\text{I. jev 1}}} + \frac{\left[ \begin{array}{c} \text{pozorovaná} \\ \text{četnost} \end{array} - \begin{array}{c} \text{očekávaná} \\ \text{četnost} \end{array} \right]^2}{\underbrace{\text{očekávaná četnost}}_{\text{II. jev 2}}}$$



### Příklad



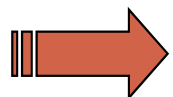
10 000 lidí hází mincí → rub: 4 000 případů (R)  
líc: 6 000 případů (L)



Lze výsledek považovat za statisticky významně odlišný (nebo neodlišný) od očekávaného poměru R : L = 1 : 1 ?

$$\chi^2_{(1)} = \frac{(4000 - 5000)^2}{5000} + \frac{(6000 - 5000)^2}{5000} = 400$$

Tabulková hodnota:  $\chi^2_{(0,95)} (\nu = 1) = \underline{\underline{3,84}}$  (0,95 = 1 -  $\alpha$ )



**Rozdíl je vysoce statisticky významný (p << 0,001]**

# Test nezávislosti



- Sledujeme dva znaky.
- Tieto znaky nadobúdajú len konečné množstvo hodnôt.
  - Napríklad: farba vlasov: - svetlá, gaštanová, čierna, hrdzavá
  - Napríklad: farba očí: modrá, šedá-zelená, hnedá
- Chceme testovať, či sú tieto znaky nezávislé
- $H_0$ : znak 1 a znak 2 sú nezávislé proti  $H_1$ : sú na sebe závislé
  - $H_0$ : farba vlasov a farba očí sú na sebe nezávislé
  - $H_1$ : farba vlasov a farba očí sú na sebe závislé
- $H_0$  zamietame, ak je vyrátaná hodnota väčšia ako príslušná tabuľková alebo porovnaním p-hodnoty a hladiny významnosti

# Test nezávislosti

## H0 :Nezávislost dvou jevů A a B



**Kontingenční  
tabulka  
2 x 2**

↓ B ↘ A	+	-	Podíl (+)
+	a	b	$\frac{a}{(a+b)}$ <b>p<sub>1</sub></b>
-	c	d	$\frac{c}{(c+d)}$ <b>p<sub>2</sub></b>
Podíl (+)	$\frac{a}{(a+c)}$	$\frac{b}{(b+d)}$	

$$N = a + b + c + d$$

$$P(B^+) = \frac{(a+b)}{N}$$

$$P(B^-) = \frac{(c+d)}{N}$$

### Očekávané četnosti:

$$F_{(A)} = \frac{(a+b)(a+c)}{N}$$

$$F_{(C)} = \frac{(a+c)(d+c)}{N}$$

$$\chi^2_{\nu=1} = \sum_{i=1}^4 \frac{(f_i - F_i)^2}{F_i}$$

$$F_{(B)} = \frac{(a+b)(b+d)}{N}$$

$$F_{(D)} = \frac{(b+d)(c+d)}{N}$$

$$\nu = 1 = (r-1) * (c-1)$$

$$\chi^2_c = \sum \sum \frac{(|f_{ij} - F_{ij}| - 0,5)^2}{F_{ij}}$$

$$P_{(A)}; P_{(B)}$$

# Kontingenční tabulky: příklad

gen \ †	Ano	Ne	$\Sigma$
Ano	20	82	102
Ne	10	54	64
$\Sigma$	30	136	166

$$F_A = 102 * 30 / 166 = 18,43$$

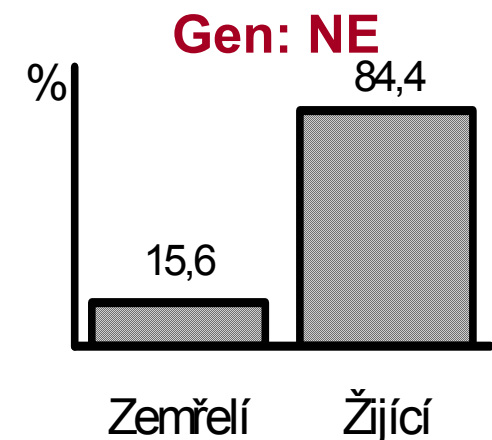
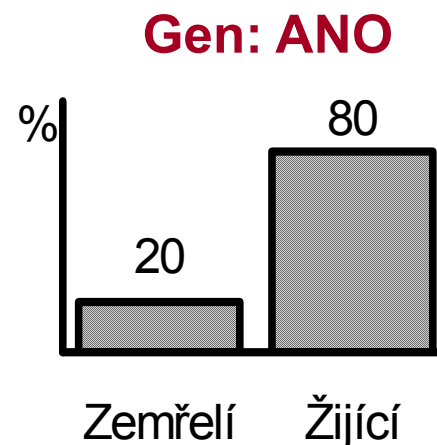
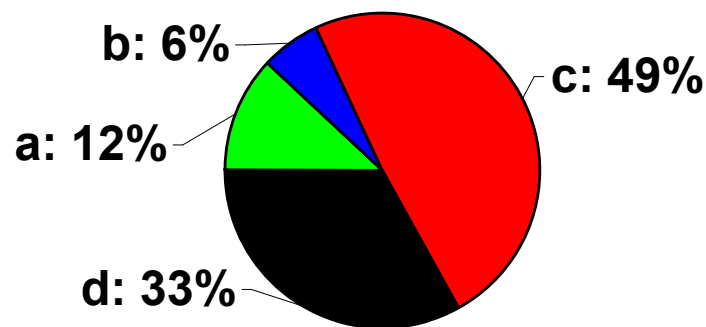
$$F_B = 102 * 136 / 166 = 83,57$$

$$F_C = 11,57$$

$$F_D = 52,43$$

$$\chi^2_{(1)} = \frac{(20-18,43)^2}{18,43} + \frac{(82-83,57)^2}{83,57} + \frac{(10-11,57)^2}{11,57} + \frac{(54-52,43)^2}{52,43} = 0,423 \quad 0,423 < \chi^2_{0,95}^{(1)} = 3,84$$

## Kontingenční tabulka v obrázku



# R x C kontingenční tabulka



Výběr: N lidí ze sociologického průzkumu (delikventi)

Jev **A**: Původ z rozvrácených rodin

Jev **B**: Stupeň zločinnosti I < II < III < IV

A \ B	I.	II.	III.	IV.	$\Sigma$
ANO	a	b	c	d	číslo 1
NE	e	f	g	h	
$\Sigma$	číslo2				

Stupně volnosti:

$$(R-1) * (C-1) = 1 * 3 = 3$$

$$F_a = \frac{\text{číslo 1} \cdot \text{číslo 2}}{N}$$

Tabulky:  $\chi^2_{(1-\alpha)}^{(v)}$

## Očekávané četnosti:

$$p_a = \frac{a}{a + e}$$

$$p_b = \frac{b}{b + f}$$

$$p_c = \frac{c}{c + g}$$

$$p_d = \frac{d}{d + h}$$

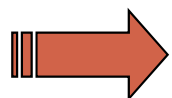
# Test homogeneity



- Pravdepodobnosť výskytu znaku v stĺpcoch nezávisí na riadkoch
- Stĺpce napr.: krvné skupiny (0, A, B, AB)
- Riadky napr.: kraje
- $H_0$ : Zastúpenie jednotlivých krvných skupín je v každom kraji rovnaký

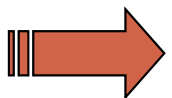
# Test homogenity: příklad

Pomocí  $\chi^2$  rozložení lze rovněž posuzovat homogenitu většího množství nezávislých pokusů testujících tutéž hypotézu.



Bylo provedeno 6 nezávislých výběrů z populace mladých mužů, kteří v dětství onemocněli těžkým zánětem mozkových blan.

$H_0$ : V této populaci se vyskytují praváci a leváci v poměru 1 : 1.



Nalezněte v literatuře příslušné vztahy pro testování homogenity všech šesti výběrových populací a na základě výsledků tohoto testu rozhodněte o dalším postupu.

Následující tabulka obsahuje původní data a výsledek testování (v závorkách jsou uvedeny očekávané četnosti):

Vzorek	Praváci	Leváci	n	$\chi^2$	St. volnosti
1	3 (7)	11 (7)	14	4,5714	1
2	4 (8)	12 (8)	16	4,000	1
3	15 (10)	5 (10)	20	5,000	1
4	14 (9)	14 (9)	18	5,5556	1
5	13 (8,5)	4 (8,5)	17	4,7647	1
6	17 (11)	5 (11)	22	6,5455	1

$$\chi^2_{heterogenita} = 30,2$$

$$\nu = s - 1 = 5$$

$$P < 0,001$$

Jednoduchým testováním lze zjistit, že všechny testy pro jednotlivé výběry jsou významné, což znamená, že ani v jednom případě nebyla potvrzena shoda očekávaných a pozorovaných četností. Test homogenity štěpného poměru v zkoumaných populacích rovněž vedl k zamítnutí možnosti sloučit jednotlivé výběry a posuzovat je jako celek (kromě testovaného poměru 1 : 1 neexistuje tedy v datech žádný jiný jednotný štěpný poměr mezi oběma vlastnostmi).

V případě, že by tento test neprokázal odchylky mezi jednotlivými výběrovými populacemi, bylo by možné jednotlivé odběry sloučit a posuzovat jako homogenní vzorek.

# Test homogenity binomických rozložení



**Jev: Úmrtnost na leukemii**

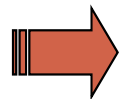
**Předpoklad:  $\Pi = 0,6$**

**Absolutní četnost jevu označena  $r_i$**

$$\bar{p} = \frac{\sum p_i}{S}$$

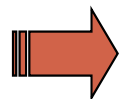
**Sledovalo s autorů z s zemí:**

Autor	$n_i$	$r_i$	$p_i$
1			
2			
⋮			
⋮			
⋮			
s	$\sum n_i = N$		



**Test homogenity binomických rozložení**

$$\chi^2_{S-1} = \frac{\left( \sum r_i p_i - \bar{p} \sum r_i \right)}{\bar{p} (1 - \bar{p})}$$



**Po možném sloučení s výběrů**

$$\chi^2_{(1)} = \frac{\left( \left| \sum r_i - N \cdot \Pi \right| - \frac{1}{2} \right)^2}{N \cdot \Pi \cdot (1 - \Pi)}$$

**Test shody reálného  $r$  ( $\sum r_i$ ) a  $n \cdot \Pi$**



# $\chi^2$ test - příklad složitější kontingenční tabulky I



*Caffeine consumption and marital status in antenatal patients (from Martin and Bracken, 1987)*

Marital status	Caffeine consumption (mg/day)				Total
	0	1 - 150	151 - 300	> 300	
Married	652	1537	598	242	3029
Divorced, separed or widowed	36	46	38	21	141
Single	218	327	106	67	718
Total	906	1910	742	330	3888

*Caffeine consumption and marital status data*

Marital status	Caffeine consumption (mg/day)				Total
	0	1 - 150	151 - 300	> 300	
Married	22 %	51 %	20 %	8 %	3029 (100 %)
Divorced, separed or widowed	26 %	33 %	27 %	15 %	141 (100 %)
Single	30 %	46 %	15 %	9 %	718 (100 %)
Total	23 %	49 %	19 %	8 %	3888 (100 %)

# $\chi^2$ test - příklad složitější kontingenční tabulky II



## *Expected frequencies*

Marital status	Caffeine consumption (mg/day)				Total
	0	1 - 150	151 - 300	> 300	
Married	705,8	1488	578,1	257,1	3029
Divorced, separed or widowed	32,9	69,3	26,9	12,0	141
Single	167,3	352,7	137	60,9	718
Total	906	1910	742	330	3888

## *Contributions of each cell*

Marital status	Caffeine consumption (mg/day)				Total
	0	1 - 150	151 - 300	> 300	
Married	4,11	1,61	0,69	0,89	7,30
Divorced, separed or widowed	0,30	7,82	4,57	6,82	19,51
Single	15,36	1,88	7,02	0,60	24,86
Total	19,77	11,31	12,28	8,31	51,66

# $\chi^2$ test - příklad frakcionace složitější kontingenční tabulky I



Cílem rozsáhlejšího průzkumu populace bylo prozkoumat vztah mezi dvěma typy chorob a krevními skupinami u lidí. Konkrétní data jsou uvedena v tabulce:

Krevní skupina	Žaludeční vředy	Rakovina žaludku	Kontrola	Celkem
0	983	383	2892	4258
A	679	416	2625	3720
B	134	84	570	788
<b>Celkem</b>	1796	883	6087	8766

Vypočítejte testovou charakteristiku pro tuto kontingenční tabulku a otestujte nulovou hypotézu nezávislosti jevů ( $\chi^2 = 40,54$ ; 4 st. volnosti)

# $\chi^2$ test - příklad frakcionace složitější kontingenční tabulky II

K podrobnějšímu průzkumu složitějších tabulek výrazně napomáhá přepis původní tabulky do podoby procentického zastoupení kategorií:

Krevní skupina	Žaludeční vředy	Rakovina žaludku	Kontrola
0	983	383	2892
A	679	416	2625
B	134	84	570
Celkem	1796	883	6087

Z této tabulky je patrné:

- 1.** Jsou jenom malé rozdíly v distribuci krevních skupin u kontroly a u skupiny nemocných rakovinou žaludku.
- 2.** Pacienti s vředy mají mnohem častěji krevní skupinu 0.

*Na základě těchto poznatků je možné sestavit menší kontingenční tabulku, která otestuje hypotézu o shodné distribuci krevních skupin pro nemocné rakovinou a pro zdravé lidi.*

**Sestavte tuto tabulku a otestujte nulovou hypotézu.**

**( $\chi^2 = 5,64$  (2 st. v.), P je přibližně rovna 0,06)**

# $\chi^2$ test - příklad frakcionace složitější kontingenční tabulky III



- Z tohoto dílčího testu vyplývá možnost sloučení skupiny nemocných rakovinou a zdravých lidí neboť se vzhledem k distribuci krevních skupin chovají jako homogenní populace. Dalším logickým krokem v podrobné analýze je testování shody relativních četností výskytu krevních skupin A a B mezi kombinovaným vzorkem (sloučená skupina s rakovinou a kontrola) a mezi vzorkem lidí nemocných žaludečními vředy - tzn. nyní neuvažujeme krevní skupinu 0. Výsledkem tohoto testu je  $\chi^2 = 0,68$  (1 st. vol.);  $P > 0,7$ . Vzorky pro krevní skupiny A a B lze tedy sloučit do směsného vzorku A + B.
- Nyní otestujeme shodu relativních četností výskytu skupiny 0 oproti A + B, a to mezi kombinovanou populací (kontrola + nemocní rakovinou) a mezi vzorkem nemocných vředařů ( $\chi^2 = 34,29$ ; 1 st. vol.). Lze tedy shrnout, že vysoká hodnota původního  $\chi^2$  se 4 st. volnosti byla způsobena zvýšenou četností lidí s krevní skupinou 0 mezi nemocnými žaludečními vředy.

# $\chi^2$ test - příklad frakcionace složitější kontingenční tabulky IV



Průběh hodnocení lze shrnout do tabulky:

Srovnání	St. volnosti	$\chi^2$
0, A, B skupina u pacientů s rakovinou (r) x kontrola (k)	2	5,64
A, B skupina u pacientů s vředy x kombinovaný vzorek (r + k)	1	0,68
0, A, B skupina u pacientů s s vředy x kombinovaný vzorek (r + k)	1	34,29
<b>Celkem</b>	<b>4</b>	<b>40,61</b>

Celkový součet testových statistik  $\chi^2$  (40,61) odpovídá přibližně původní hodnotě  $\chi^2$  (40,54). Což platí i o stupních volnosti (4). Tato skutečnost potvrzuje, že jsme detailním rozbořem vyčerpali informační obsah původní kontingenční tabulky a kromě popsané závislosti (zvýšený výskyt krevní skupiny 0 u lidí s žaludečními vředy) jsou jednotlivé kategorie zkoumaných jevů zcela nezávislé.