Úvod do fyziky, seminář - příklady

P. Klang, R. Štoudek, Ústav fyziky kondenzovaných látek, PřF MU Brno

Kinematika

1. Ze dvou míst vzdálených od sebe 48 km vyjeli proti sobě současně auto a motorka. Auto se pohybovalo rychlostí 70 kmh^{-1} a motorka rychlostí 50 kmh^{-1}. Kdy a kde se potkají? (24 min; 28 km od A)

2. Auto má počáteční rychlost 6 ms^{-1} a za prvních 5 s ujede dráhu 40 m. Jak velké má zrychlení, pokud se pohybuje rovnoměrně zrychleným pohybem? (0,8 ms^{-2})

3. Kámen padá volným pádem z výšky 100 m. Určete za jak dlouho a jakou rychlostí dopadne na zem. (4,47 s; 44,7 ms^{-1})

4. Při vjezdu do nádraží snížil rychlík svoji rychlost rovnoměrně z 90 kmh^{-1} na 36 kmh^{-1} na dráze 300 m. Určete jeho zpomalení a dobu brzdění. (0,875 ms^{-2}; 17,1 s)

5. Těleso bylo vrženo svisle nahoru počáteční rychlostí 20 ms^{-1}. Současně z výšky, kterou toto těleso maximálně dosáhne, začne padat svisle dolů druhé těleso se stejnou počáteční rychlostí. Určete čas, vzdálenost od povrchu Země a rychlosti obou těles v bodě jejich střetu. (0,5 s; 8,75 m; 15 ms^{-1}; 25 ms^{-1})

6. Rychlost pohybu dešťových kapek střední velikosti za úplného bezvětří je 8 ms^{-1}. Určete rychlost větru, když směr pohybu kapek svírá se svislým směrem úhel 40 °. (6,71 ms^{-1})

7. V řece široké 200 m se pohybuje loď z jednoho břehu na druhý. Pod jakým úhlem ke své dráze musí vyrazit, aby se pohybovala kolmo na druhý břeh? Rychlost proudu řeky vzhledem k břehu je 3 ms^{-1}, rychlost lodě vzhledem k vodě je 5 ms^{-1}. Jaký čas potřebuje loď k tomu, aby se dostala na druhý břeh řeky? (36,9 °; 50 s)

8. Určete maximální výšku a délku letu střely, která byla vystřelena počáteční rychlostí 600 ms^{-1} pod elevačním úhlem 40 °. (7440 m; 35,5 km)

9. Jakou počáteční rychlost musí mít signální raketa vystřelená z pistole pod úhlem 45 ° vzhledem k vodorovné rovině, aby vzplanula v nejvyšším bodě své dráhy? Zápalná šňůra hoří 6 s a odpor vzduchu zanedbejte. (84,9 ms^{-1})

10. Z děla byla vystřelena pod úhlem 45 ° koule, která dopadla za 12 s do místa vzdáleného 1 km. Jakou rychlostí byla koule vystřelena? Určete nejvyšší polohu trajektorie koule a dobu, za kterou se do tohoto místa dostala. (118 ms^{-1}; 347 m; 8,33 s)

11. Dokažte, že umístíme-li dělo na skalní útes ve výšce h nad vodorovnou rovinou, vzroste jeho dostřel při elevačním úhlu α o hodnotu

$$\Delta d = \frac{d_0}{2}\left[\sqrt{1+\frac{2gh}{v_0^2\sin^2\alpha}}-1\right],$$

kde d_0 je dostřel děla při témže elevačním úhlu, když se dělo nachází na vodorovné rovině.

12. Kotoučová pila se otáčí rychlostí 20 otáček za sekundu a její průměr je 100 cm. Určete periodu, úhlovou rychlost a řeznou rychlost pily. Řezná rychlost pily se rovná rychlosti bodu na obvodě. $(0{,}05\,\mathrm{s};\ 130\,\mathrm{rads}^{-1};\ 62{,}8\,\mathrm{ms}^{-1})$

13. Vypočtěte obvodovou a úhlovou rychlost kola automobilu, který jede rychlostí $108\,\mathrm{kmh}^{-1}$. Kolik otáček vykonají kola automobilu za 1 s, jestliže při jednom otočení kola ujede automobil vzdálenost 2 m? $(30\,\mathrm{ms}^{-1};\ 94{,}2\,\mathrm{rads}^{-1};\ 15)$

14. Letadlo letí rychlostí $50\,\mathrm{kmh}^{-1}$. Vrtule při jedné otáčce vykoná posuvný pohyb po dráze 4,8 m. Vypočtěte úhlovou rychlost vrtule. $(18{,}2\,\mathrm{rads}^{-1})$

15. Kolo traktoru má průměr 120 cm. Jeho úhlová rychlost je $8{,}5\,\mathrm{rads}^{-1}$. Určete jakou rychlostí vzhledem k zemi se pohybuje nejvyšší a nejnižší bod obvodu kola a jeho střed. $(10{,}2\,\mathrm{ms}^{-1};\ 0\,\mathrm{ms}^{-1};\ 5{,}1\,\mathrm{ms}^{-1})$

16. Hmotný bod se pohybuje po kružnici o poloměru $r = 0,1$ m tak, že jeho úhlová souřadnice (v radiánech) je dána vztahem

$$\varphi(t) = 2 + 4t^3,$$

kde t je čas měřený v sekundách.

(a) Jaké je dostředivé zrychlení a_n tohoto bodu v čase $t = 2$ s? $(230\,\mathrm{ms}^{-2})$

(b) Jaké je jeho tangenciální zrychlení a_t v témže čase? $(4{,}8\,\mathrm{ms}^{-2})$

(c) Při jaké hodnotě φ bude jeho celkové zrychlení svírat s průvodičem úhel 45°? $(\frac{8}{3}\,\mathrm{rad})$

17. Pohyb hmotného bodu je popsán polohovým vektorem

$$r(t) = (3\cos(5t);\ 3\sin(5t);\ 2t),$$

kde r je v metrech a t v sekundách. Určete okamžitou rychlost a zrychlení v libovolném čase t a načrtněte zmíněný pohyb.

18. Hmotný bod koná pohyb po kružnici s poloměrem $R = 20$ cm se stálým úhlovým zrychlením $\varepsilon = 2\,\mathrm{rads}^{-2}$. Vyjádřete závislost polohy bodu a velikosti obvodové rychlosti na čase. Vypočítejte tečné a normálové (tj. dostředivé) zrychlení a polohu bodu na konci 4. sekundy, když na počátku byl hmotný bod v klidu v bodě popsaném úhlovou výchylkou $\varphi = \frac{\pi}{4}\,\mathrm{rad}$. $(0{,}4\,\mathrm{ms}^{-2};\ 12{,}8\,\mathrm{ms}^{-2})$

19. Vypočítejte dráhu, kterou urazí hmotný bod konající rovnoměrně zrychlený pohyb po kružnici o poloměru R za čas t, znáte-li jeho úhlové zrychlení ε a počáteční úhlovou rychlost ω_0.

Dynamika

1. Vlečka traktoru o hmotnosti 2 t se má posunout po vodorovné dráze. Jakého zrychlení dosáhne, když ji posunují 4 dělníci a každý z nich na ni působí silou 500 N? ($1\,\mathrm{ms}^{-2}$)

2. Těleso, na které působí síla 0,02 N a které je na začátku v klidu, urazí za 4 s dráhu dlouhou 3,2 m. Určete hmotnost tělesa, rychlost (po 5 s) a dráhu, kterou urazí za 5 s. (0,05 kg; $2\,\mathrm{ms}^{-1}$; 5 m)

3. Jaká síla mimo tíhovou musí působit na padající těleso o hmotnosti 2 kg, aby se jeho rychlost zvýšila ze $2\,\mathrm{ms}^{-1}$ na $20\,\mathrm{ms}^{-1}$ za čas 1,5 s? Odpor prostředí zanedbejte. (4 N)

4. Na nakloněné rovině s úhlem sklonu α (vzhledem k horizontální rovině) klouže těleso. Součinitel smykového tření mezi tělesem a nakloněnou rovinou je μ. Stanovte zrychlení tělesa.

5. Těleso na konci nakloněné roviny s úhlem sklonu 30° získalo jen poloviční rychlost, než kdyby se pohybovalo po nakloněné rovině bez tření. Určete součinitel smykového tření. (0,433)

6. Jaký je součinitel smykového tření mezi tělesem a vodorovnou rovinou, pokud se těleso o hmotnosti 225 kg, které se pohybovalo počáteční rychlostí $42\,\mathrm{kmh}^{-1}$, zastavilo působením tření na dráze 48 m? (0,145)

7. Těleso klouže dolu po rovině skloněné pod úhlem $\alpha = 45°$ se zrychlením $2{,}4\,\mathrm{ms}^{-2}$. Pod jakým úhlem β musí být nakloněna tatáž rovina, aby těleso na ní klouzalo konstantní rychlostí? (33,2°)

8. Dráha tělesa o hmotnosti 2 kg, které se pohybuje po ose x, je dána vztahem

$$x(t) = 10t^3 - 5t,$$

kde x je měřeno v metrech a t v sekundách. Najděte sílu působící na těleso, která má za následek tento pohyb.

Kmity a vlny

1. Určete amplitudu a fázovou konstantu netlumeného harmonického pohybu hmotného bodu po přímce, jestliže v čase $t_0 = 0\,\mathrm{s}$ se hmotný bod vyznačuje výchylkou $x_0 = 5\,\mathrm{cm}$ a rychlostí $v_0 = 20\,\mathrm{cms}^{-1}$. Frekvence pohybu je $f = 1\,\mathrm{Hz}$. (5,93 cm; 1,00 rad)

2. Těleso kmitá harmonicky s amplitudou $A = 0,12\,\mathrm{m}$ a frekvencí $f = 4\,\mathrm{Hz}$. Určete:

   (a) maximální hodnotu rychlosti a zrychlení. ($3{,}02\,\mathrm{ms}^{-1}$; $75{,}8\,\mathrm{ms}^{-2}$)

   (b) rychlost a zrychlení při výchylce $y = 0,06\,\mathrm{m}$. ($2{,}61\,\mathrm{ms}^{-1}$; $-37{,}9\,\mathrm{ms}^{-2}$)

   (c) směr síly v bodě $y = 0,06\,\mathrm{m}$.

   (d) čas t potřebný k tomu, aby se těleso dostalo z rovnovážné polohy do bodu o souřadnici $y = 0,06\,\mathrm{m}$. (20,8 ms)

3. Bylo pozorováno, že hmotný bod konající harmonický pohyb měl při výchylce 0,04 m rychlost $0{,}03\,\mathrm{ms}^{-1}$ a při výchylce 0,03 m rychlost $0{,}04\,\mathrm{ms}^{-1}$. Najděte amplitudu a úhlovou frekvenci pohybu. (0,05 m; $1\,\mathrm{rads}^{-1}$)

4. Těleso visí na pružině a kmitá s periodou $T = 0,5\,\mathrm{s}$. O kolik se pružina zkrátí, když těleso odstraníme? (6,33 cm)

5. Matematické kyvadlo se skládá z hmotného bodu a nehmotného závěsu. Délka závěsu je $L = 30\,\mathrm{m}$. Je-li hmotnému bodu udělena v rovnovážné poloze rychlost $v_0 = 0,75\,\mathrm{ms}^{-1}$, jak velká bude úhlová amplituda kyvadla? Za kolik sekund urazí hmotný bod prvních 0,75 m? ($2,48^\circ$; 1,07 s)

6. Dva stejnosměrné harmonické pohyby o stejné frekvenci a amplitudách 5 cm a 6 cm se skládají v jeden harmonický pohyb o amplitudě 8 cm. Určete fázový posuv ϕ skládaných kmitů. ($87,1^\circ$)

7. Určete rovnici Lissajousovy křivky vzniklé složením kmitů:

$$x(t) = A\sin(\omega t), \qquad y(t) = 2A\sin(2\omega t).$$

8. Hmotný bod koná lineární harmonický pohyb s frekvencí 500 Hz a amplitudou výchylky 0,02 cm. Stanovte střední hodnotu rychlosti a zrychlení při pohybu z krajní do rovnovážné polohy. Určete rovněž hodnotu maximální rychlosti a maximálního zrychlení. ($-40\,\mathrm{cms}^{-1}$; $-126\,000\,\mathrm{cms}^{-2}$; $62{,}8\,\mathrm{cms}^{-1}$; $197\,000\,\mathrm{cms}^{-2}$)

9. Určete amplitudu, vlnovou délku a rychlost postupné vlny:

   (a) $y(x,t) = 2\sin(10t - 5x)$, (2 m; 1,26 m; $2\,\mathrm{ms}^{-1}$)

   (b) $y(x,t) = 0,4\sin 2\pi(8t - x)$, (0,4 m; 1 m; $8\,\mathrm{ms}^{-1}$)

   (c) $y(x,t) = 5\sin 0,25\pi(t - x/6)$, (5 m; 48 m; $6\,\mathrm{ms}^{-1}$)

   kde x a y je v metrech a t v sekundách.

10. Určete frekvenci vlnění na vodní hladině, je-li délka vlny 2 cm a vlnění se šíří rychlostí $23\,\mathrm{cms}^{-1}$. (11,5 Hz)

11. Vypočtěte vlnovou délku zvukového vlnění o kmitočtu 1 kHz, které se šíří ve vzduchu rychlostí $340\,\mathrm{ms}^{-1}$, ve vodě rychlostí $1440\,\mathrm{ms}^{-1}$ a v hliníku rychlostí $5100\,\mathrm{ms}^{-1}$, v těchto prostředích. (0,34 m; 1,44 m; 5,1 m)

12. Zapište rovnici vlnění, které má frekvenci 1 kHz, amplitudu výchylky 0,3 mm a postupuje rychlostí $340\,\mathrm{ms}^{-1}$. Vektor rychlosti šíření vlnění je orientován nesouhlasně se směrem osy x.

13. Stanovte fázový rozdíl mezi dvěma body ležícími na přímce rovnoběžné se směrem šíření vlnění, je-li jejich vzájemná vzdálenost $x_2 - x_1 = 1,7\,\mathrm{m}$. Rychlost šíření vlnění je $c = 340\,\mathrm{ms}^{-1}$ a perioda $T = 0,002\,\mathrm{s}$. (15,7 rad)

14. Interferencí postupného a odraženého rovinného vlnění se vytvořilo ve skleněné trubici naplněné vzduchem stojaté vlnění. Vzdálenost dvou sousedních uzlů je 7 cm, rychlost šíření vlnění je $c = 340\,\mathrm{ms}^{-1}$. Určete frekvenci vlnění. (2430 Hz)

15. Jakou rychlostí se pohyboval závodní motocykl, jestliže poměr kmitočtu blížícího se vozidla a kmitočtu vzdalujícího se vozidla byl pro stojícího pozorovatele 5/4 (velká tercie)? Rychlost zvuku je $c = 340\,\mathrm{ms}^{-1}$. ($136\,\mathrm{kmh}^{-1}$)

Zákony zachování

1. Signalizační raketa o hmotnosti 60 g vystřelí 6 g plynu v jednom směru a získá tím rychlost 35 ms^{-1}. Jaká je rychlost vystřelených plynů? (315 ms^{-1})

2. Vozík s pískem o hmotnosti 10 kg se pohybuje rovnoměrně přímočaře rychlostí 1 ms^{-1}. Proti němu je vržena koule o hmotnosti 2 kg rychlostí 7 ms^{-1}. Koule uvízne v písku. Jakou rychlostí a jakým směrem se bude pohybovat vozík společně s uvízlou koulí? ($\frac{1}{3}$ ms^{-1})

3. Neutron se čelně srazí s jádrem uhlíku $^{12}_{6}C$, které bylo původně v klidu. Srážka je ideálně pružná a neutron se odrazí od jádra v přesně opačném směru, než byl původní směr jeho rychlosti. Jak se změní jeho kinetická energie po srážce? Určete poměrem energie neutronu po srážce ku energii neutronu před srážkou. ($\frac{121}{169}$)

4. Pohybující se částice o hmotnosti m se srazila s částicí o hmotnosti M, která byla původně v klidu. Částice m se po srážce odchýlila o 90° a částice M o 30° od původního směru pohybu částice m. Jak se změnila kinetická energie soustavy po srážce $\frac{\Delta E_{kin}}{E_{kin}}$, jestliže $\frac{M}{m} = 5$?
(-0,4)

5. Střela o hmotnosti 5 g byla vystřelena vodorovně do kostky dřeva o hmotnosti 3 kg, která ležela na vodorovné rovině. Střela v kostce uvázla a posunula ji po dráze 0.25 m. Určete původní rychlost střely, když součinitel smykového tření mezi kostkou a rovinou byl 0,2.
(601 ms^{-1})

6. Střela o hmotnosti 20 g zasáhne rychlostí $v_0 = 400\,ms^{-1}$ strom. Do jaké hloubky pronikne, jestliže průměrný odpor dřeva je roven $F = 10$ kN? (16 cm)

7. Těleso o hmotnosti 0,8 kg je vymrštěno svisle vzhůru. Ve výšce $h = 10$ m má kinetickou energii $E_{kin} = 200$ J. Jaké maximální výšky dosáhne? (35 m)

8. Jaký je největší možný pracovní výkon vodního mlýnu poháněného vodou, která padá z výšky $h = 10$ m, když za jednu sekundu na něj dopadne 150 l vody? (15 kW)

9. Jaká je hmotnost automobilu, který se pohybuje po vodorovné cestě rychlostí $v = 50\,kmh^{-1}$ při výkonu motoru $P = 7$ kW? Koeficient tření je $\mu = 0.07$. (720 kg)

$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$, $\Delta W = \Delta E_k = E_k = mgh \Rightarrow P = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{\rho V g h}{\Delta t} = 15\,kW$

$m = \rho . V$