Příklad 1

Uvažujte systém částic rovnoměrně rozložených v prostoru s hustotou n_0 a charakterizovaný rozdělovací funkcí rychlosti

$$\begin{aligned} f(v) &= K_0 \text{ pro } v_i \leq v_0 \quad i = \{x, y, z\} \\ f(v) &= 0 \text{ jinak.} \end{aligned}$$

kde K_0 je nenulová konstanta. Určete hodnotu K_0 z definice rozdělovací funkce.

Příklad 2

Uvažujme jednorozměrný prostor v němž se nacházejí částice pohybující se v potenciálu $\Phi(x)$. A rozdělovací funkce rychlosti má tvar

$$f(v) = \text{funkcí} \left(\frac{1}{2} m v^2 + q\Phi(x) \right)$$

Ukažte, že funkce je řešením BKR.

Příklad 3

Odvoďte tvar časového vývoje rozdělovací funkce rychlostí f z BKR za předpokladu absence vnějších sil a prostorových gradientů a se srážkovým členem definovaným jako

$$\left(\frac{\delta f}{\delta t} \right)_{col} = \frac{f - f_0}{\tau}$$

kde f_0 je rozdělovací fce. pro stav rovnováhy a τ je relaxační doba srážek částic.

Příklad 4

Určete konstanty v Maxwellově rozdělovací fci. zapsané ve tvaru

$$f(\vec{v}) = c_1 \exp \left[-\frac{1}{2} m (\vec{v})^2 \cdot c_2 \right]$$

k tomu využijte definice

$$n = \int_v f d^3 v$$

a

$$\frac{1}{2} n m < \vec{v}^2 >= \frac{1}{2} m \int_v f \ \vec{v}^2 \ d^3 v = \frac{3}{2} n k T$$

kde n značí hustotu částic, k Boltzmanovu konstantu a T teplotu. Dosaďte.

Příklad 5

Obecně lze zapsat Maxwellovu rozdělovací fci. jako

$$f(\vec{v}) = c_1 \exp\left[-\frac{1}{2}m(\vec{v} + \vec{v_0})^2 \cdot c_2\right]$$

kde konstanty c_1 a c_2 známe z předchozího příkladu. Dokažte, že konstanta $\vec{v_0}$ je rovna střední (driftové) rychlosti částic.

Příklad 6

Pro Maxwellovo rozdělení určete

- střední rychlost částic
- střední kvadratickou rychlost částic
- nejpravděpodobnější rychlost částic

Příklad 7

Transformujte Maxwellovu rozdělovací funkci pro rychlosti na rozdělovací fci. podle energie. Uvažujte

$$E = \frac{1}{2}mv^2$$