Příklady z Fyziky plazmatu

6 Interakce částic v plazmatu

6.1 Příklad (1b.)

Nechť je známa velikost vzájemné rychlosti g a úhel rozptylu χ v souřadné soustavě spojené s těžištěm. Vyjádřete velikost změny rychlosti molekuly A $|\Delta v_i^{\mathrm{A}}|$ při srážce s molekulou B. Napište složky Δv_i^{A} v těžišťové soustavě souřadnic.

6.2 Příklad (3b.)

Uvažujte srážku mezi molekulami A a B, kdy molekula B byla původně v klidu. Úhel odchýlení (v systému spojeném s těžištěm) je χ.
(a) V laboratorním systému souřadnic (spojen s pozorovatelem v klidu) ukažte, že úhel χ_{L} udávající úhel, o který je molekula A odchýlena při pozorování pozorovatelem v klidu, je dán vztahem

$$\tan\chi_{\mathrm{L}} = \frac{\sin\chi}{\cos\chi + m_{\mathrm{A}}/m_{\mathrm{B}}} \ .$$

(b) Ukažte, že vztah mezi diferenciálním účinným průřezem v laboratorním systému souřadnic $\sigma_{\mathrm{L}}(\chi_{\mathrm{L}})$ a v souřadné soustavě spojené s těžištem $\sigma(\chi)$ je

$$\sigma_{\mathrm{L}}(\chi_{\mathrm{L}}) = \sigma(\chi)\frac{\left[1 + 2(m_{\mathrm{A}}/m_{\mathrm{B}})\cos\chi + (m_{\mathrm{A}}/m_{\mathrm{B}})^2)\right]^{3/2}}{1 + (m_{\mathrm{A}}/m_{\mathrm{B}})\cos\chi} \ .$$

Všimněte si, že když je $m_{\mathrm{B}} = \infty$, dostaneme $\chi_{\mathrm{L}} = \chi$ a $\sigma_{\mathrm{L}}(\chi_{\mathrm{L}}) = \sigma(\chi)$.
(c) Dokažte, že když $m_{\mathrm{A}} = m_{\mathrm{B}}$, dostaneme $\chi_{\mathrm{L}} = \chi/2$ a $\sigma_{\mathrm{L}}(\chi_{\mathrm{L}}) = 4\cos(\chi/2)\sigma(\chi)$.

6.3 Příklad (2b.)

Nechť se částice o hmotnosti m^{A} srazí z částicí s m^{B}, která byla původně v klidu. Jestliže známe úhel θ, který svírá původní rychlost částice A, $\mathbf{v}^{\mathrm{A}}$, se směrem daným spojnicí částic, kdy jsou si nejblíže, vyjádřete poměr kinetických energií částic po srážce. Dále vyjádřete poměrnou ztrátu energie částice A.

6.4 Příklad (2b.)

Pro difernciální rozptylový srážkový průřez s úhlovou závislostí, který je dán vztahem:

$$\sigma(\chi) = \frac{1}{2}\sigma_0(3\cos^2\chi + 1) \ ,$$

kde σ_0 je konstanta, spočítejte celkový účinný průřez a účinný průřez pro přenos hybnosti.

6.5 Příklad (1b.)

Ukažte postup vyjádření rozptylového úhlu χ pro Coulombovskou srážku pomocí obecného vztahu (1), pro centrální sílu definovanou potenciální energií $U(r)$

$$\chi(b,g) = \pi - 2\int_{r_{\mathrm{m}}}^{\infty} \frac{b}{r^2}\left[1 - \frac{b^2}{r^2} - \frac{2U(r)}{\mu g^2}\right]^{-\frac{1}{2}} dr \qquad (1)$$

6.6 Příklad (4b.)

Mějme dvě částice, jejichž interakci lze popsat pomocí následující potenciálové jámy:

$$\begin{aligned} U(r) &= -U_0 \quad \text{pro } r \leq a \ , \\ U(r) &= 0 \quad \text{pro } r > a \ . \end{aligned}$$

(a) Spočítejte diferenciální rozptylový účinný průřez $\sigma(\chi)$ a ukažte, že za předpokladu $b < a$, je dán vztahem:

$$\sigma(\chi) = \frac{p^2 a^2 \left[p\cos(\chi/2) - 1\right] \left[p - \cos(\chi/2)\right]}{4\cos(\chi/2)[1 - 2p\cos(\chi/2) + p^2]^2} \ ,$$

kde

$$p = \sqrt{1 + \frac{2U_0}{\mu g^2}} \ .$$

(b) Ukažte, že pro celkový rozptylový účinný průřez platí vztah:

$$\sigma_t = 2\pi \int_0^a b \mathrm{d}b = \pi a^2 \ .$$