

# АЛГЕБРА

предмет алгебры :: формулы сокращённого умножения :: действия с корнями :: действия со степенями :: квадратные уравнения :: биквадратные уравнения

## Квадратные уравнения

Уравнение вида

$$ax^2+bx+c=0 \quad (1)$$

где,  $a, b, c$  - действительные числа, причем  $a \neq 0$ , называют *квадратным уравнением*. Если  $a = 1$ , то квадратное уравнение называют *приведённым*; если  $a \neq 1$ , - то *неприведённым*. Числа  $a, b, c$  носят следующие названия  $a$  - *первый коэффициент*,  $b$  - *второй коэффициент*,  $c$  - *свободный член*.

Корни уравнения  $ax^2+bx+c=0$  находят по формуле

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (2)$$

Выражение  $D = b^2 - 4ac$  называют *дискриминантом* квадратного уравнения. Если  $D < 0$ , то уравнение не имеет действительных корней; если  $D = 0$ , то уравнение имеет один действительный корень; если  $D > 0$ , то уравнение имеет два действительных корня.

В случае, когда  $D = 0$ , иногда говорят, что квадратное уравнение имеет два одинаковых корня.

Используя обозначение  $D = b^2 - 4ac$ , можно переписать формулу (2) в виде

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Если  $b = 2k$ , то формула (2) принимает вид:

$$x = \frac{-2k \pm \sqrt{4k^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2k \pm 2\sqrt{k^2 - ac}}{2a} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}.$$

Итак,

$$x = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}.$$

где  $k = b/2$ .

Последняя формула особенно удобна в тех случаях, когда  $b/2$  - целое число, т.е. коэффициент  $b$  - чётное число.

**Пример 1:** Решить уравнение  $2x^2 - 5x + 2 = 0$ . Здесь  $a = 2, b = -5, c = 2$ . Имеем  $D = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9$ . Так как  $D > 0$ , то уравнение имеет два корня. Найдём их по формуле (2)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{4} = \frac{5 \pm 3}{4}$$

Итак  $x_1 = (5 + 3)/4 = 2, x_2 = (5 - 3)/4 = 1/2$ ,

то есть  $x_1 = 2$  и  $x_2 = 1/2$  - корни заданного уравнения.

**Пример 2:** Решить уравнение  $2x^2 - 3x + 5 = 0$ . Здесь  $a = 2, b = -3, c = 5$ . Находим дискриминант  $D = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5 = -31$ . Так как  $D < 0$ , то уравнение не имеет действительных корней.

**Неполные квадратные уравнения.** Если в квадратном уравнении  $ax^2+bx+c=0$  второй коэффициент  $b$  или свободный член  $c$  равен нулю, то квадратное уравнение называется *неполным*. Неполные уравнения выделяют потому, что для отыскания их корней можно не пользоваться формулой корней квадратного уравнения - проще решить уравнение методом разложения его левой части на множители.

**Пример 1:** решить уравнение  $2x^2 - 5x = 0$ .

Имеем  $x(2x - 5) = 0$ . Значит либо  $x = 0$ , либо  $2x - 5 = 0$ , то есть  $x = 2.5$ . Итак, уравнение имеет два корня: **0** и **2.5**

**Пример 2:** решить уравнение  $3x^2 - 27 = 0$ .

Имеем  $3x^2 = 27$ . Следовательно корни данного уравнения - **3** и **-3**.

**Теорема Виета.** Если приведённое квадратное уравнение  $x^2+px+q=0$  имеет действительные корни, то их сумма равна  $-p$ , а произведение равно  $q$ , то есть

$$x_1 + x_2 = -p,$$

$$x_1 x_2 = q$$

(сумма корней приведённого квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену).

<http://mathem.h1.ru/algebra3.html>

приведённое уравнение redukováná rovnice  
свободный член absolutní člen  
действительное число reálné číslo  
чётное число sudé číslo  
решить по формуле řešit podle vzorce  
можно не пользоваться чем není nutné použít  
противоположный знак opačné znaménko  
произведение součin; dílo (umělecké)