

def. 1 Matrice přechodu

\mathcal{V} dvě lineární matice lineárně nezávislé vektorů $U = V$ a $\varphi = \text{id}$

$$\text{id} : U \longrightarrow U$$

$\mathcal{V} U$ máme dvě báze $\alpha = (u_1, u_2, \dots, u_n)$, $\beta = (v_1, v_2, \dots, v_n)$.

Matrice přechodu $(\text{id})_{\beta, \alpha}$ je matice lineárně nezávislé $\text{id} : U \rightarrow U$ v bázi α, β

$$(\text{id})_{\beta, \alpha} = \left((u_1)_{\beta} \quad (u_2)_{\beta} \quad \dots \quad (u_n)_{\beta} \right)$$

Pro matice přechodu bude platit

$$(u)_{\beta} = (\text{id})_{\beta, \alpha} (u)_{\alpha}$$

$$(\text{id})_{\beta, \alpha} (u_{\alpha}) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{7}{2} \end{pmatrix} = (u)_{\beta}$$

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{7}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}_{\beta} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{7}{2} \end{pmatrix}$$

$$(u)_{\beta} = (\text{id})_{\beta, \alpha} (u)_{\alpha}$$

Věta U vekt. prost. s bázelemi α, β, γ

$$(1) \quad (\text{id})_{\alpha, \alpha} = E$$

$$(2) \quad (\text{id})_{\gamma, \alpha} = (\text{id})_{\gamma, \beta} \underbrace{(\text{id})_{\beta, \alpha}}$$

$$\begin{array}{c} \text{Zad 5} \\ (3) \end{array} \quad \begin{array}{ccccc} & \alpha & & \beta & & \alpha \\ & U & \xrightarrow{\text{id}} & U & \xrightarrow{\text{id}} & U \\ & & & \text{id} & & \end{array}$$

Podle (2) $(\text{id})_{\alpha, \alpha} = (\text{id})_{\alpha, \beta} \cdot (\text{id})_{\beta, \alpha}$
 " podle 1)
 \in podle 1)

$$\Rightarrow (\text{id})_{\alpha, \beta} = (\text{id})_{\beta, \alpha}^{-1}$$

Příklad na aplikaci (3)

$$U = \mathbb{R}^3 \quad \varepsilon = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \quad \beta = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \right)$$

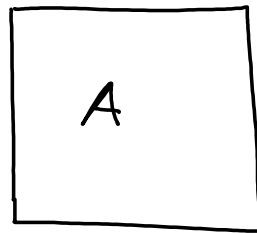
Máme například $(\text{id})_{\beta, \varepsilon} = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{\beta} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}_{\beta} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_{\beta} \right)$

Tylo romice sapirime ve kram p di me romice

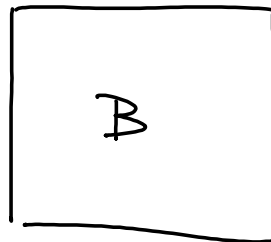
$$\begin{pmatrix} \mu_1 & \mu_2 & \dots & \mu_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_1 & \dots & \nu_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\mu_1)_B & (\mu_2)_B & \dots & (\mu_n)_B \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \mu_1, \dots, \mu_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_1, \dots, \nu_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} id \end{pmatrix}_{B, \alpha}$$

$U = \mathbb{K}^m$ vellej pirime jaha shapicly



=



$$\begin{pmatrix} id \end{pmatrix}_{B, \alpha} \Rightarrow \begin{pmatrix} id \end{pmatrix}_{B, \alpha} = B^{-1} A$$

vellej kare α
saprane' de shapicly

vellej kare B
saprane' de shapicly

2 piikkilad $\mathbb{R}^+ = (0, \infty)$ o quacii ma'roberni

$$(a \cdot b) \cdot c = \frac{a}{a} \cdot (b \cdot c)$$

$$\exists 1 \in \mathbb{R}^+ \quad a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$$

$$\forall a \in \mathbb{R}^+ \exists a^{-1} \in \mathbb{R}^+ \quad a \cdot a^{-1} = a^{-1} \cdot a = 1$$

U nell. pender n sätkä'mim +
 $(u+v)+w = u+(v+w)$

$$\exists \vec{0} \in U \quad u + \vec{0} = \vec{0} + u$$

$$\forall u \in U \exists (-u) \quad u + (-u) = (-u) + u = \vec{0}$$

man c

$$a \cdot b = b \cdot a$$

man c

$$u+v = v+u$$

du. 11

Definicija: Grupa je neprazdan minimalna grupoidna s operacijom

$$\circ : G \times G \rightarrow G \quad (a, b) \mapsto a \circ b$$

koja ima navedene sljedeće osobine:

(1) asociativita $\forall a, b, c \in G$

$$(a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c)$$

(2) existence neut. prvku $e \in G$

$$a \circ e = e \circ a = a$$

(3) za svaki prvak postoji inverz

$$a \circ a^{-1} = a^{-1} \circ a = e$$

se maximi homomorfismus grupp.
 (\circ operace na G , \bullet operace na H)

Pro homomorfismus grupp platí (laodohat se navíc platí)

$$f(e_G) = e_H$$

$$f(x^{-1}) = (f(x))^{-1}$$

Dikar:

$$\frac{e_H \cdot f(x)}{e_H \cdot f(x)} = f(x) = f(e_G \cdot x) = \frac{f(e_G) \cdot f(x)}{f(e_G) \cdot f(x)} \quad / \cdot (f(x))^{-1}$$

$$(e_H \cdot f(x)) (f(x))^{-1} = (f(e_G) \cdot f(x)) (f(x))^{-1}$$

$$e_H \cdot (f(x) \cdot f(x)^{-1}) = f(e_G) \cdot (f(x) \cdot f(x)^{-1})$$

Permutace

 $\{1, 2, 3, \dots, n\}$

permutace je obyčile ne jako pořadí jednoho prvku

 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

My tudeme permutace chápat jako listence

 $(6 \ 3 \ 4 \ 1 \ 5 \ 2)$
 \uparrow
 $\{1, 2, \dots, n\} \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$

Tato permutace představuje listenci

 $1 \rightarrow 6$
 $2 \rightarrow 3$
 $3 \rightarrow 4$
 $4 \rightarrow 1$
 $5 \rightarrow 5$
 $6 \rightarrow 2$

x	1	2	3	4	5	6
$\pi(x)$	6	3	4	1	5	2

Permutace π

Składani i asocjatywność

ZÁVĚR Mnożina n -permutacji S_n o operacji składani i grupą

Poznámka Istnieje n grupę płaski komutatywna mierzono α

komutatywni lub abelowej grupie Permutace S_n dla $n \geq 3$

nie jest komutatywna grupą.

$\mathbb{Z}_2 = \{1, -1\}$ o operacji mnożeni i komutatywni grupą.

Chcemy definiować obrazem

$\text{sgn} : S_n \rightarrow \mathbb{Z}_2$,
 będą i homomorfizmem grup.

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & \underline{3} & \underline{1} & 5 & \underline{2} \end{pmatrix}$$

počet transpozicí

$$\text{sign } \sigma = (-1)$$

transpozice i, j $i < j$ ale $\sigma(i) > \sigma(j)$

transpozice mění pořadí znamének v řádku
čemu se říká i -táleli a definice

$$3 + 4 + 2 + 0 + 1$$

počet transpozicí

$$= 10$$

$$\text{sign } \sigma = (-1)^{10} = 1$$

permute se znaménkem 1

řada'

-1

řada'

