Domácí úloha z 29. listopadu 2012 (odevzdává se 6. prosince)

Nechť n je přirozené číslo. Pevně zvolme permutaci $\varphi \in \mathbb{S}_n$ a pro každé $k = 1, \ldots, n$ označme r_k počet cyklů délky k v rozkladu permutace φ na složení nezávislých cyklů (platí tedy $\sum_{k=1}^{n} k \cdot r_k = n$).

Výše zvolená permutace φ nám dává na množině $\{1, \ldots, n\}$ strukturu Ω-algebry pro $\Omega = \{'\}$, kde $'$ je unární operační symbol, a to takto: pro každé $a \in \{1, \ldots, n\}$ definujeme $a' = \varphi(a)$.

Určete (a svůj výpočet vhodně zdůvodněte), kolik tato Ω-algebra má

1. podalgeber;

2. automorfismů (tj. izomorfizmů z ní do ní).

[Rada pro řešení: Pokud Vám není úloha jasná ihned, můžete nejprve zkusit speciální případy, třeba když je φ cyklus délky n nebo když je φ složením několika transpozic a podobně. Jistě při tom objevíte, jak spočítat obecný případ.]