Osnovy základních matematických přenášek

Ilustrativní rozpis osnovy všech základních i rozšířených kurzů po jednotlivých přednáškách/týdnech. Skutečná realizace bude samozřejmě závislá na konkrétním vyučujícím, počtu týdnů v daném semestru, apod.

V případě prvního semestru je rozšíření popsáno jako dodatečné dvouhodinové přednášky k dvouhodinovým přednáškám základním, v ostatních případech jsou kurzy popsány zcela odděleně (a jedna položka pak představuje 4 hod. přednášek).

Popis prvních dvou semestrů je vcelku důkladně ověřený prací z výuky, další dva semestry zahrnují změny oproti stávající výuce, které se ještě budou usazovat.

MB101 - Lineární modely	Všechny přednášky jsou zaměřeny na řešení konkrétních příkladů, resp. vytváření matematických modelů reálných praktických problémů
Rozcvička	
1. Skaláry a funkce	počítání s reálnými a komplexními čísly, elementární kombinatorika, diferenční rovnice prvního řádu
2. Pravděpodobnost	množinová algebra, jevy a jejich pravděpodobnost, klasická pravděpodobnost, geometrická pravděpodobnost
3. Geometrie v rovině	analytické vyjádření bodů a přímek v souřadnicích, využití matic pro zápis podobností v rovině, vzdálenost, odchylka
4. Formalizace matematiky	relace, uspořádání, ekvivalence
Vektory a matice	
5. Vektory a matice	vektory jako *n*-tice skalárů, matice jako nástroj na počítání s vektory, Gaussova eliminace systémů lineárních rovnic, inverzní matice, determinanty,
6. Báze a souřadnice	generování podprostorů, báze, skalární součin, velikost a kolmost vektorů, ortogonalizace
7. Lineární zobrazení	matice zobrazení, hodnost, vlastní čísla, vlastní vektory
Lineární modely	
8. Modely založené na lineárních rovnicích	systémy lineárních rovnic a nerovnic, problém lineárního programování
9. Lineární diferenční rovnice	homogenní a nehomogenní diferenční rovnice, rovnice s konstantními koeficienty
10. Iterované procesy	Leslieho populační modely, pravděpodobnostní matice, diskrétní Markovovy řetězce
Analytická geometrie	
11. Afinní geometrie	přímka, rovina, (pod)prostor, konvexní množiny, afinní souřadnice, afinní zobrazení
12. Euklidovská geometrie	vzdálenost, odchylka, objem, viditelnost, kvadriky
MB201 - Lineární modely B	Dodatečné přednášky k základní verzi kurzu rozšiřují teorii potřebnou pro efektivní budování modelů
Rozcvička	

1. Skaláry a funkce	axiomatika skalárů, vlastnosti komplexních čísel, iracionální a imaginární kořeny polynomů, principy formálních důkazů a důkazy kombinatorických tvrzení
2. Konečná pravděpodobnost	důsledná formalizace pravděpodobnosti, princip inkluze a exkluze, závislost jevů, podmíněná pravděpodobnost
3. Geometrie v rovině	transformace souřadnic, užití maticového počtu pro studium podobností v rovině
4. Formalizace matematiky	rozklad na třídy ekvivalence, formální konstrukce přirozených, celých a racionálních čísel, počítání v okruzích zbytkových tříd
Vektory a matice	
5. Determinanty	abstraktní pohled na Gaussovu eliminaci a její důsledky, Cauchyova a Laplaceova věta o determinantech, algebraicky adjungované matice
6. Báze a dimenze	abstraktní vektorové prostory, existence báze, dimenze podprostorů, unitární prostory
7. Lineární zobrazení	matice zobrazení, transformace souřadnic, speciální zobrazení (ortogonální, unitární, samoadjungované, projekce apod.)
Lineární modely	
8. Modely založené na lineárních rovnicích	lineární formy, dualita v lineárním programování, důkaz základní věty o existenci řešení
9. Nezáporné matice, spektrální teorie	Perronova-Frobeniova věta pro nezáporné matice, důsledky pro iterované procesy, diagonalizace unitárních a samoadjungovaných zobrazení
10. Rozklady matic	kanonické tvary matic, rozklady, pseudoinverze
Analytická geometrie	
11. Afinní a euklidovská geometrie	afinní kombinace bodů, transformace souřadnic, poměry, euklidovská klasifikace kvadrik
12. Projektivní geometrie a kvadriky	kvadratické formy, projektivní rozšíření afinních prostorů, afinní klasifikace kvadrik

MB102 - Diferenciální a integrální počet	Přednášky přibližují základní postupy diferencování a integrování a snaží se zároveň ukazovat související matematické modely reálných praktických problémů; výklad bude zaměřen na osvojení praktických dovedností, včetně schopnosti formulovat příslušný model.
Zřízení ZOO	
1. Polynomy a spliny	interpolace dat polynomy, Lagrangeův problém, derivace polynomu, Hermiteův interpolační problém, kubické spliny
2. Posloupnosti a limity	přehled vlastností reálných a komplexních čísel, hromadné body posloupností, limity
3. Limity funkcí, spojitost a derivace	limita funkcí, spojitost, derivace, základní vlastnosti spojitých a diferencovatelných funkcí
4. Mocninné řady, elementární funkce	mocninné řady, poloměr konvergence, přehled elementárních funkcí
Diferenciální a integrální počet	
5. Taylorův rozvoj a průběh funkce	derivace vyšších řádů, Taylorův polynom, kritické body, extrémy a asymptoty funkcí
6. Integrace	primitivní funkce, Riemannův integrál, základní vlastnosti

7. Délka, obsah, objem	délka křivek, obsah a objem útvarů, nevlastní integrály
8. Posloupnosti a řady funkcí	stejnoměrná konvergence posloupnosti a řad funkcí, důsledky pro limitní procesy
9. Numerická derivace a integrace	jednoduchá numerická schémata pro diference a numerickou integraci
Spojité modely	
10. Aproximace funkcí	Využití integrace pro definici vzdálenosti funkcí, ortogonální systémy funkcí, aproximace
11. Fourierovy řady	Fourierovy řady a jejich diskrétní forma
12. Konvoluce	konvoluce funkcí, diskrétní konvoluce

MB202 - Diferenciální a integrální počet B	Přednášky podávají teoretický i praktický výklad diferencování a integrování; snaží se zároveň poukazovat na související matematické modely reálných praktických problémů; absolventi by měli získat teoretické i praktické dovednosti, včetně schopnosti navrhovat příslušné modely.
Zřízení ZOO	
1. Polynomy a spliny, axiomatika reálných a komplexních čísel	interpolace dat polynomy, Lagrangeův problém, derivace polynomu, Hermiteův interpolační problém, kubické spliny; axiomatika a konstrukce reálných a komplexních čísel, hromadné body posloupností, Cauchyovské posloupnosti, uspořádání, suprema a infima
2. Topologie reálných a komplexních čísel, posloupnosti a limity	intervaly, otevřené, uzavřené a kompaktní množiny, limity posloupností a funkcí, rozšířená reálná osa, základní vlastnosti limit
3. Spojitost a derivace	spojitost, derivace, základní vlastnosti spojitých a diferencovatelných funkcí
4. Mocninné řady, elementární funkce	definice mocninných a exponenciálních funkcí (vycházející ze spojitosti), mocninné řady, komplexní exponenciála a goniometrické funkce, poloměr konvergence
Diferenciální a integrální počet	
5. Taylorův rozvoj a průběh funkce	derivace vyšších řádů, Taylorův polynom, kritické body, extrémy a asymptoty funkcí, diferenciál, křivost křivky, analytické a hladké funkce
6. Integrace	primitivní funkce, vztah Newtonova a Riemannova integrálu, základní vlastnosti integrace
7. Délka, obsah, objem	délka křivek, obsah a objem útvarů, měřitelnost množin, nevlastní integrály
8. Posloupnosti a řady funkcí	stejnoměrná konvergence posloupnosti a řad, důsledky pro limitní procesy, Laurantovy řady v komplexní proměnné, silnější koncepty integrace
9. Numerická derivace a integrace	jednoduchá numerická schémata pro diference a numerickou integraci, včetně odhadů chyb
Spojité modely	
10. Aproximace funkcí	Využití integrace pro definici vzdálenosti funkcí, ortogonální systémy funkcí, aproximace pomocí ortogonálních projekcí

11. Fourierovy řady	Abstraktní Fourierovy řady a jejich diskrétní formy, poznámky k waveletům
12. Konvoluce a Fourierova transformace	konvoluce funkcí, odvození Fourierovy transformace pro Riemannovsky integrovatelné funkce, dekonvoluce, diskrétní transformace, konvoluce a dekonvoluce.

MB103 - Spojité modely a statistika	Přednášky rozšiřují postupy diferencování a integrování na problémy s více parametry, včetně problematiky diferenciálních rovnic; druhá polovina semestru je věnována statistice a pravděpodobnosti; výklad se v obou částech omezí na elementární aspekty a snaží se zároveň průběžně ukazovat související matematické modely reálných praktických problémů; výklad bude zaměřen na osvojení praktických dovedností, včetně schopnosti formulovat příslušný model.
Diferenciální a integrální počet více proměnných	
1. Funkce více proměnných, diferenciál	parciální derivace, diferenciál funkce, parciální derivace vyšších řádů,
2. Derivace zobrazení, Taylorův polynom	Taylorova věta pro funkce více proměnných, geometrický význam derivace zobrazení (Jacobiho matice), implicitní funkce
3. Extrémy a vázané extrémy funkcí	kritické body, Hessián, extrémy funkcí více proměnných, vázané extrémy
4. Násobné integrály	integrace funkcí více proměnných (Riemannův integrál), násobné integrály, záměna mezí integrace (Fubiniho věta)
Diferenciální rovnice	
5. Obyčejné diferenciální rovnice (ODE)	řešení obyčejných diferenciálních rovnic, rovnice se separovanými proměnnými, homogenní a nehomogenní lineární ODE (algoritmus pro rovnice s konstantními koeficienty)
6. Numerické metody pro řešení ODE	přehled základních numerických metod pro řešení ODE
Popisná statistika	
7. Statistika dat	základní číselné charakteristiky (průměr, medián, percentil, rozptyl), příklady prezentace a analýzy dat (krabicové diagramy)
Pravděpodobnost	
8. Náhodné jevy a veličiny	přehled základních rozdělení náhodných veličin (diskrétní i spojité),
9. Číselné charakteristiky rozdělení, korelace náhodných veličin	náhodné vektory, střední hodnota, rozptyl, korelace, matice kovariance, nezávislost veličin
10. limitní přechody	srovnání spojitých a diskrétních veličin (praktické úlohy a náznak centrální limitní věty)
Statistika	
11. Výběry a nestranné odhady	výběr z populace, číselné charakteristiky a jejich nestranné odhady
12. Odhady parametrů a testování hypotéz	kvantilové funkce a kritické hodnoty, příklady testování hypotéz

MB203 - Spojité modely a statistika B	Přednášky rozšiřují postupy diferencování a integrování na problémy s více parametry, včetně problematiky diferenciálních rovnic a poznámek k variačnímu počtu; druhá polovina semestru je věnována statistice a pravděpodobnosti a jejich teoretickým souvislostem; snaží se zároveň průběžně ukazovat související matematické modely reálných praktických problémů; výklad bude zaměřen na osvojení praktických dovedností, včetně schopnosti formulovat příslušný model.
Diferenciální a integrální počet více proměnných	
1. Funkce více proměnných, diferenciál	parciální derivace, diferenciál funkce, parciální derivace vyšších řádů, souvislosti s lineární algebrou
2. Derivace zobrazení, Taylorův polynom	Taylova věta pro zobrazení, geometrický význam derivace zobrazení (Jacobiho matice), věta o inverzním zobrazení, věta o implicitní funkci
3. Extrémy a vázané extrémy funkcí	kritické body, Hessián, extrémy funkcí více proměnných, vázané extrémy
4. Násobné integrály	integrace funkcí více proměnných (Riemannův integrál), násobné integrály, záměna mezí integrace (Fubiniho věta)
Diferenciální rovnice a variační počet	
5. Diferenciální rovnice	existence a jednoznačnost řešení systémů obyčejných diferenciálních rovnic, rovnice se separovanými proměnnými, homogenní a nehomogenní lineární ODE (algoritmus pro rovnice s konstantními koeficienty), poznámky k parciálním diferenciálním rovnicím, přehled elementárních numerických metod pro řešení obyčejných i parciálních diferenciálních rovnic
6. Variační počet	elementární úvod do variačního počtu, řešené příklady
Popisná statistika	
7. Statistika dat	základní číselné charakteristiky (průměr, medián, percentil, rozptyl), příklady prezentace a analýzy dat (krabicové diagramy), náznak souvislostí s pravděpodobností
Pravděpodobnost	
8. Náhodné jevy a veličiny	přehled základních rozdělení náhodných veličin (diskrétní i spojité), distribuční funkce, transformace veličin
9. Číselné charakteristiky rozdělení, korelace náhodných veličin	náhodné vektory, střední hodnota, rozptyl, korelace, matice kovariance, nezávislost veličin
10. limitní přechody	srovnání spojitých a diskrétních veličin, centrální limitní věty, příklady
Statistika	
11. Výběry a nestranné odhady	výběr z populace, číselné charakteristiky a jejich nestranné odhady
12. Odhady parametrů a testování hypotéz	kvantilové funkce a kritické hodnoty, příklady testování hypotéz

MB104 – Diskrétní matematika	Přednášky poskytnou základní nástroje teorie čísel a elementární kombinatoriky spolu s využitím některých nástrojů matematické analýzy pro řešení praktických úloh diskrétní matematiky. Teoretické poznatky budou demonstrovány na konkrétních aplikačních úlohách.
Teorie čísel	
1. Dělitelnost	gcd, rozšířený Euklidův algoritmus (Bezout); počítání s velkými čísly (zejména gcd, modulární umocňování)
2. Prvočísla	vlastnosti, základní věta aritmetiky, faktorizace, testování prvočíselnosti a složenosti (Rabin-Miller, Mersenneho prvočísla);
3. Kongruence	základní vlastnosti; Malá Fermatova věta; Eulerova věta, řád čísla
4. Řešení kongruencí	řešení lineárních kongruencí a jejich soustav, čínská zbytková věta
5. Kongruence vyšších řádů	binomické kongruence a primitivní kořeny, problém diskrétního logaritmu
Aplikace teorie čísel	
6. Úvod do asymetrické kryptografie	RSA, DH, ElGamal, DSA
7. Základy teorie kódování	lineární a polynomiální kódy
Kombinatorické výpočty	
8. Základy kombinatoriky	binomická věta a zobecněná binomická věta; základní kombinatorické identity a jejich odvozování
9. Odvozování kombinatorických identit	základní způsoby řešení kombinatorických úloh, Catalanova čísla
10. Vytvořující funkce	algebra formálních mocninných řad; (obyčejné) vytvořující funkce; exponenciální vytvořující funkce; pravděpodobnostní vytvořující funkce; řešení kombinatorických úloh pomocí vytvořujících funkcí
11. Řešení základních rekurencí	Fibonacciho čísla, Cayleyho formule a další
12. Určování složitosti rekurentního algoritmu	využití vytvořujících funkcí, asymptotické odhady

MB204 – Diskrétní matematika B	Přednášky poskytnou základní nástroje abstraktní algebry, teorie čísel a elementární kombinatoriky spolu s využitím některých nástrojů matematické analýzy pro řešení praktických úloh diskrétní matematiky. Teoretické poznatky budou demonstrovány na konkrétních aplikačních úlohách.
Úvod do počítačové algebry	
1. Grupy	permutace, symetrie, modulární grupy, homomorfismy a faktorgrupy, akce grupy – Burnsideovo lemma
2. Okruhy a tělesa	polynomy a jejich kořeny, dělitelnost v oborech integrity, zejména dělitelnost v Z a v okruhu polynomů (nad tělesem), ideály.
3. Algebra v computer science	Konečná tělesa a jejich základní vlastnosti, využití v computer science. Polynomy více proměnných – Gröbnerova báze.
Teorie čísel	
4. Dělitelnost	gcd, rozšířený Euklidův algoritmus (Bezout); počítání s velkými čísly (zejména gcd, modulární umocňování); prvočísla - vlastnosti, základní věta aritmetiky, faktorizace, testování prvočíselnosti a složenosti (Rabin-Miller, Mersenneho prvočísla);

5. Kongruence	kongruence - základní vlastnosti, Malá Fermatova věta; Eulerova věta; řešení lineárních kongruencí a jejich soustav;
6. Kongruence vyšších řádů	binomické kongruence a primitivní kořeny; diskrétní logaritmus; kvadratické kongruence - Legendreův symbol a zákon kvadratické reciprocity
7. testování prvočíselnosti a faktorizace	testování prvočíselnosti až po AKS, hledání dělitele, eliptické křivky (úvod);
Aplikace teorie čísel	
8. Kryptografie a kódování	stručný úvod do asymetrické kryptografie (RSA, DH, ElGamal, DSA, ECC); základy teorie kódování - lineární a polynomiální kódy; aplikace Fourierovy transformace pro rychlé výpočty (např. Schönhage-Strassen)
Kombinatorické výpočty	
9. Základy kombinatoriky	binomická věta a zobecněná binomická věta; základní kombinatorické identity a jejich odvozování; základní způsoby řešení kombinatorických úloh, Catalanova čísla
10. Vytvořující funkce	algebra formálních mocninných řad; (obyčejné) vytvořující funkce; exponenciální vytvořující funkce; pravděpodobnostní vytvořující funkce; řešení kombinatorických úloh pomocí vytvořujících funkcí
11. Řešení základních rekurencí	Fibonacciho čísla, Cayleyho formule a další; určování složitosti rekurentního algoritmu
12. Kombinatorické úlohy computer science	grafové aplikace, složitost, analýza hashování