

# Metody dálkové detekce

RNDr. Milan Šálek

Český hydrometeorologický ústav

---

[salek@chmi.cz](mailto:salek@chmi.cz)

# Osnova předmětu

- # Úvod
- # Základy fyziky oblaků a srážek
- # Základy fyziky elektromagnetického záření, šíření elmg. vln v atmosféře.
- # Meteorologické družice
- # Radary a jejich použití v meteorologii (detekce a odhad srážek, měření větru)
- # Detekce a identifikace významných povětrnostních jevů
- # Profilová měření z družic
- # Integrace měřících metod

# Předběžný program a místa konání přednášek

- # 27. 9.: Záření v atmosféře
- # 9.3. 12.30: Družicová meteorologie I.  
Systémy, technika, organizace, přenosy, zpracování
- # Opět 9.3. Družicová meteorologie II.  
Základy multispektrální a synoptické interpretace snímků (ČHMÚ) – RNDr. Martin Setvák, CSc.

# Předběžný program a místa konání přednášek

- # 23. 3.: Základy radarové meteorologie (Brandlova)
- # 30. 3.: Základy radarové meteorologie, odhady srážek (ČHMÚ)
  
- # Adresa ČHMÚ, pobočky Brno: Kroftova 43
- # Spojení: Trolejbus 36, případně tram 3, 11, zastávka Sochorova, potom ulicemi Maničky a Navrátilova

# Výukové materiály a používané programy pro cvičení

## # Literatura:

- *Řezáčová a kol., 2007: Fyzika oblaků a srážek, 573 s.*
- *Bednář, J., 1989. Pozoruhodné jevy v atmosféře. Optika, akustika a elektřina atmosféry. Akademia, Praha, 236 s.*
- *Salek, M., et al., 2004. Radar techniques for identifying precipitation type and estimating quantity of precipitation. Document of COST-717, [http://www.smhi.se/cost717/doc/WDF\\_01\\_200407\\_1.pdf](http://www.smhi.se/cost717/doc/WDF_01_200407_1.pdf)*

# Výukové materiály a používané programy pro cvičení (pokr.)

- *Meischner, P. (Ed.) et al., 2003. Weather Radar: Principles and Advanced Applications. Springer monograph series "Physics of Earth and Space Environment", 337 p.*
- *Další materiály (prezentace)*

## ■ Cvičení:

- **gnuplot**, popř. EXCEL nebo jiný tabulkový kalkulátor, může být R, MATLAB, Octave apod.

# Metody dálkové detekce

- # podle *Meteorologického slovníku* jsou podmnožinou sondáže ovzduší (do které patří i aerologická měření)
- # <Definice> Pozorování a měření objektů na zem. povrchu a v atmosféře bez přímého fyzického kontaktu měřících zařízení s nimi.</Definice>
- # Dálkový průzkum Země, angl. termín: *remote sensing*
- # Rozdělení:
  - pasívní (zařízení pouze zpracovává přijatý signál)
  - aktivní (zařízení signál též vysílá)

# Metody dálkové detekce

## # Hlavní využití v meteorologii:

- součást monitoringu ovzduší, významná především v oblastech s nedostatkem staničních měřících systémů
- základní výzkum (fyzika oblaků a srážek)

## # Nejdůležitější výhody metod dálkové detekce:

- aktuálnost měření (dostupnost dat v řádu minut)
- prostorová i časová rozlišovací schopnost měření

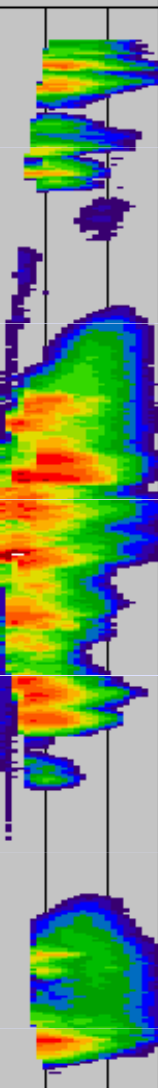
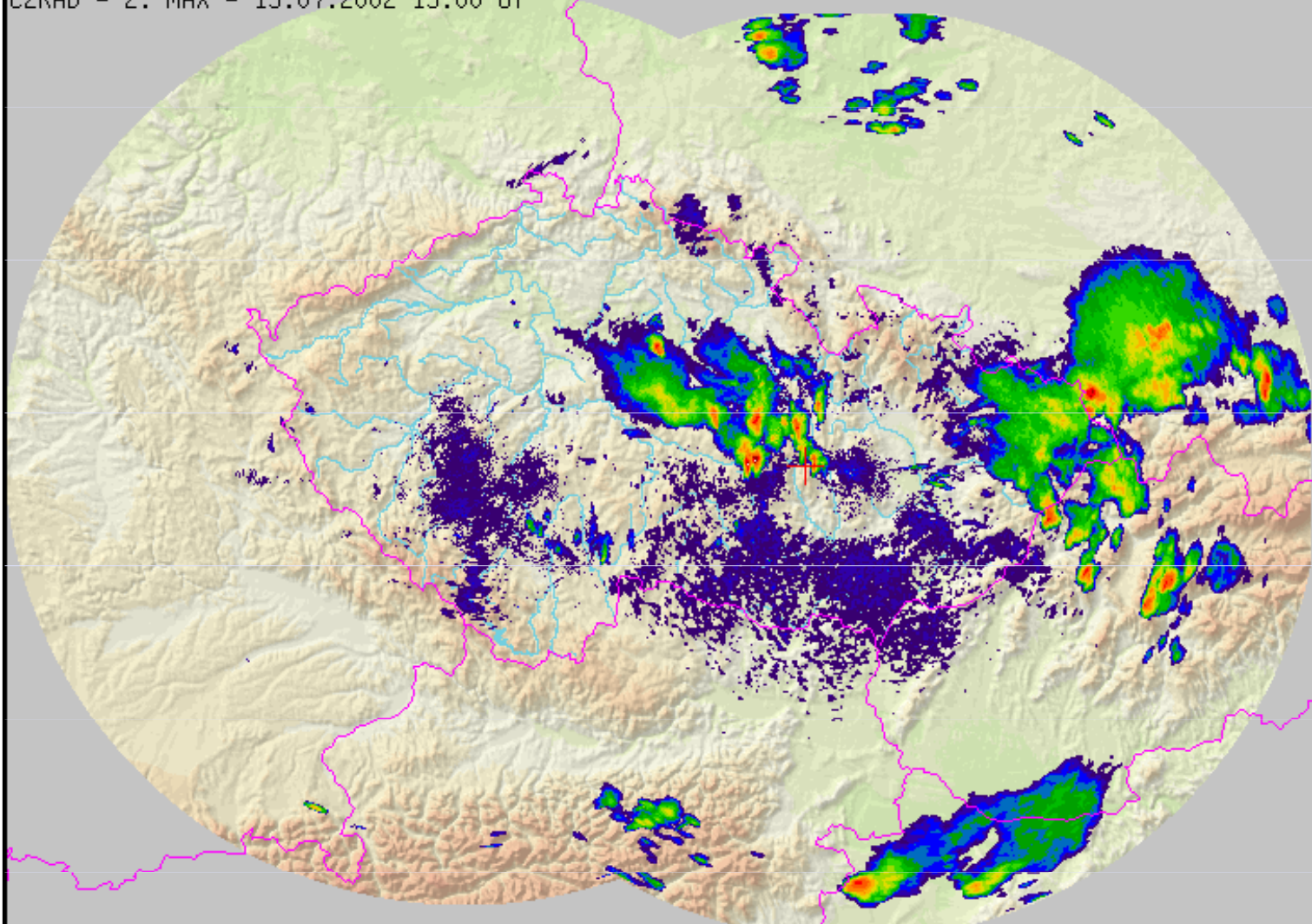


# Vývoj konvektivních bouří z meteorologické družice

CHMI Radar  
Department



CZRAD - Z: MAX - 15.07.2002 15:00 UT



Every

- 15.07.2002 13:50 ▲
- 15.07.2002 13:40
- 15.07.2002 13:30
- 15.07.2002 13:20
- 15.07.2002 13:10
- 15.07.2002 13:00
- 15.07.2002 12:50
- 15.07.2002 12:40
- 15.07.2002 12:30
- 15.07.2002 12:20
- 15.07.2002 12:10
- 15.07.2002 12:00 ▼

LOAD (156 / 156)

dBZ	°C
60.0	-90.0
56.0	-80.0
52.0	-70.0
48.0	-60.0
44.0	-50.0
40.0	-40.0
36.0	-30.0
32.0	-20.0
28.0	-10.0
24.0	0.0

CG neg  
 CG pos  
 CC

ANIM: 1 s/img LAST: +2 s AUTO UPDATE Do not update

ORO col UND riv PDUS  RAD  LIGHTNING  NWP none OVR none

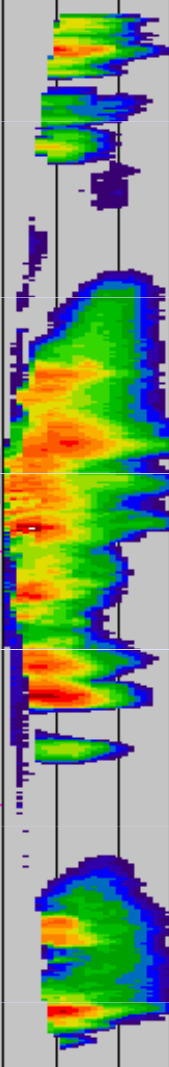
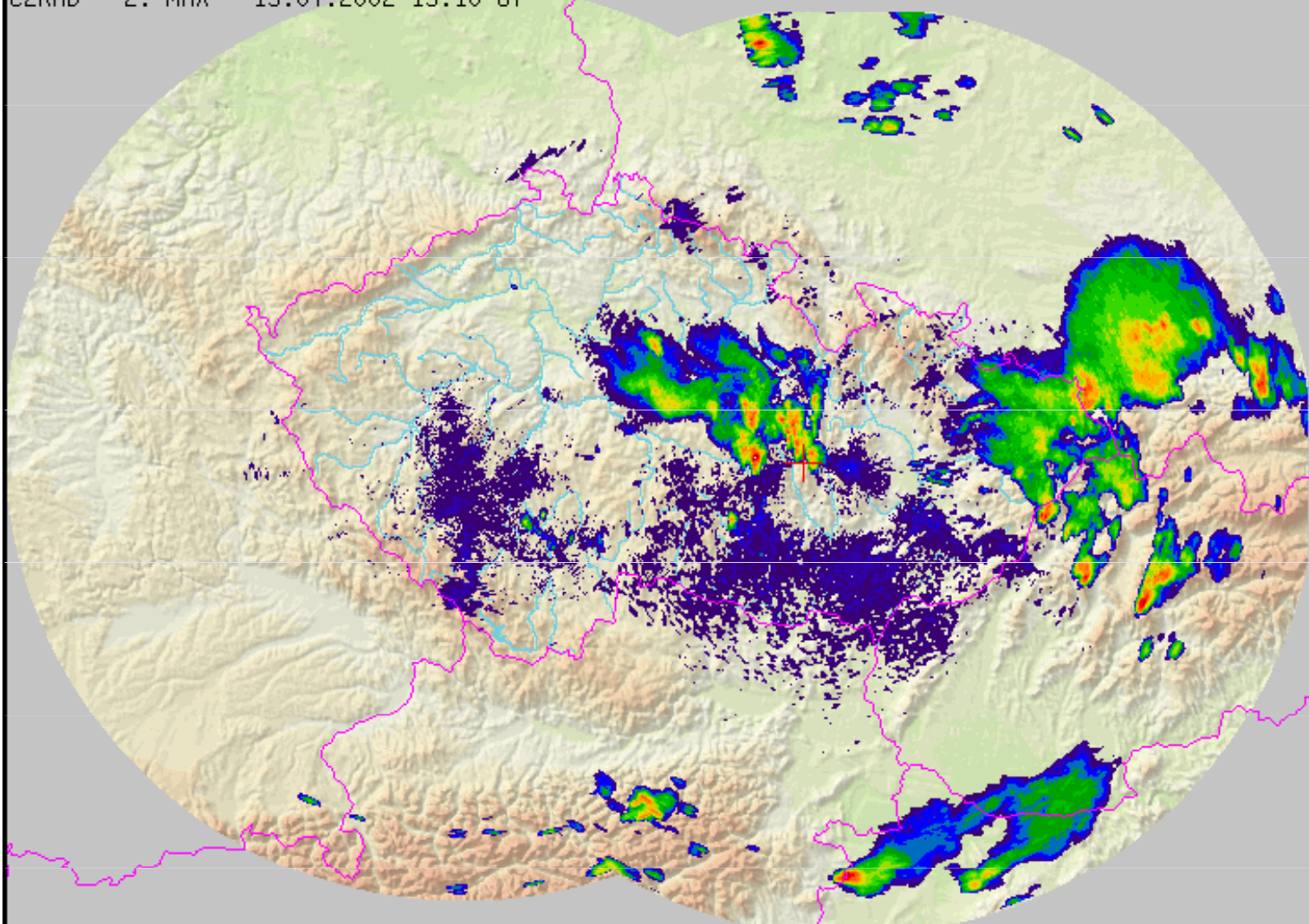
NAVIG. red LON. 16.432 LAT. 49.549 Choose predefined position

12.0 + CG pos  
8.0 | CC

CHMI Radar  
Department



CZRAD - Z: MAX - 15.07.2002 15:10 UT



Every

- 15.07.2002 16:00 ▲
- 15.07.2002 15:50
- 15.07.2002 15:40
- 15.07.2002 15:30
- 15.07.2002 15:20
- 15.07.2002 15:10
- 15.07.2002 15:00
- 15.07.2002 14:50
- 15.07.2002 14:40
- 15.07.2002 14:30
- 15.07.2002 14:20
- 15.07.2002 14:10 ▼

LOAD (99 / 99)

dBZ	°C
60.0	-90.0
56.0	-80.0
52.0	-70.0
48.0	-60.0
44.0	-50.0
40.0	-40.0
36.0	-30.0
32.0	-20.0
28.0	-10.0
24.0	0.0

Navigation controls: < << || >> > > ANIM: 1 s/img LAST: +2 s AUTO UPDATE Do not update

ORO col UND riv PDUS RAD LIGHTNING NWP none OVR none

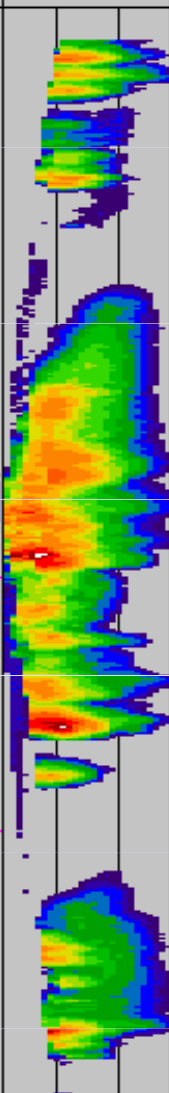
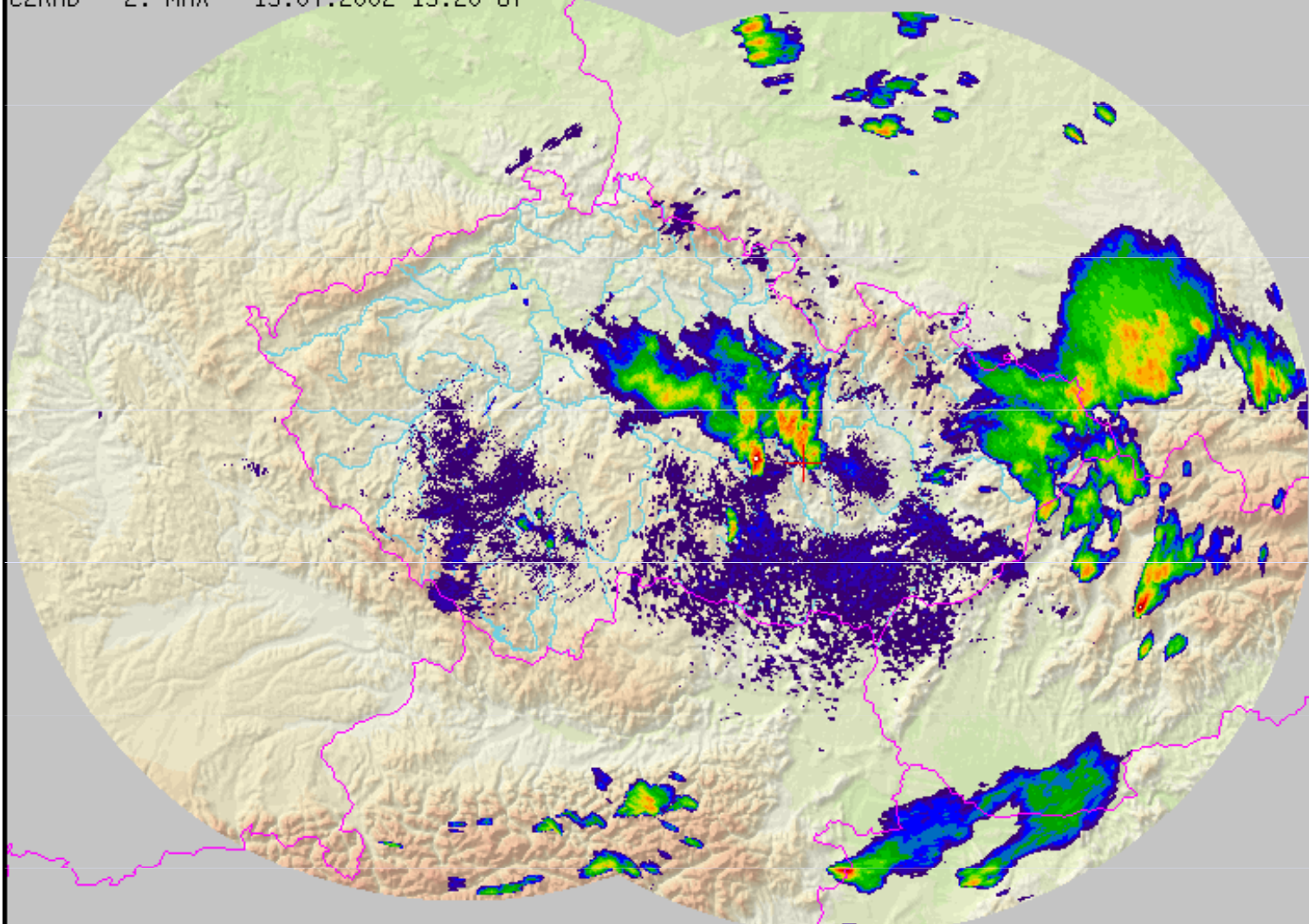
NAVIG. red LON. 16.432 LAT. 49.549 Choose predefined position

CG neg  
+ CG pos  
| CC  
Last update: 4.0.2001

CHMI Radar  
Department



CZRAD - Z: MAX - 15.07.2002 15:20 UT



Every

- 15.07.2002 13:50 ▲
- 15.07.2002 13:40
- 15.07.2002 13:30
- 15.07.2002 13:20
- 15.07.2002 13:10
- 15.07.2002 13:00
- 15.07.2002 12:50
- 15.07.2002 12:40
- 15.07.2002 12:30
- 15.07.2002 12:20
- 15.07.2002 12:10
- 15.07.2002 12:00 ▼

LOAD (156 / 156)

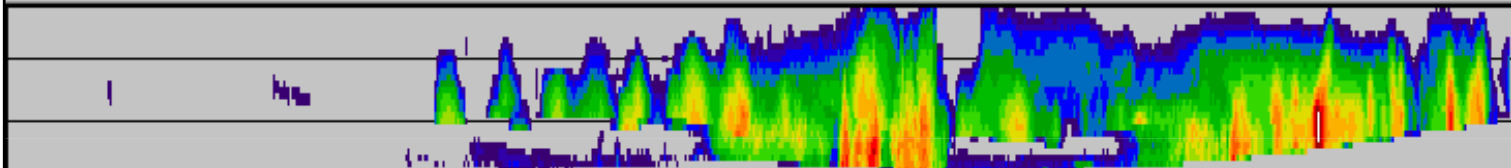
dBZ	°C
60.0	-90.0
56.0	-80.0
52.0	-70.0
48.0	-60.0
44.0	-50.0
40.0	-40.0
36.0	-30.0
32.0	-20.0
28.0	-10.0
24.0	0.0

< < || >> > ANIM: 1 s/img LAST: +2 s AUTO UPDATE Do not update

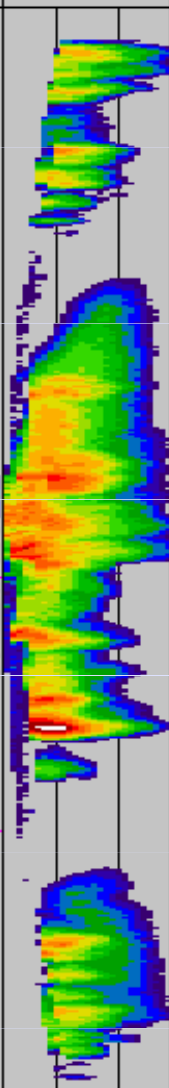
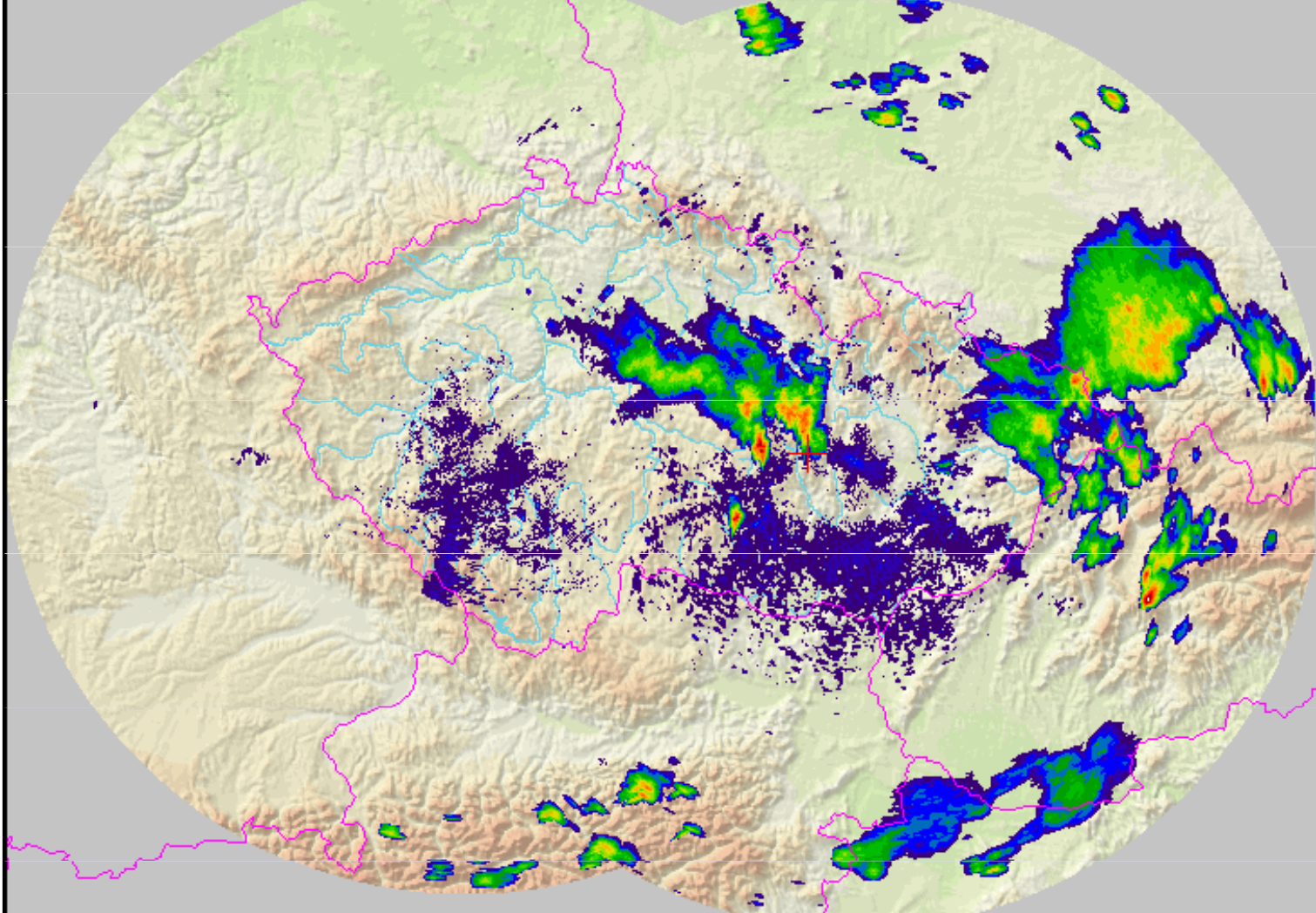
ORO col UND riv PDUS  RAD  LIGHTNING  NWP none OVR none

NAVIG. red LON. 16.432 LAT. 49.549 Choose predefined position

- CG neg  
+ CG pos  
| CC



CZRAD - Z: MAX - 15.07.2002 15:30 UT



Every

- 15.07.2002 13:50 ▲
- 15.07.2002 13:40
- 15.07.2002 13:30
- 15.07.2002 13:20
- 15.07.2002 13:10
- 15.07.2002 13:00
- 15.07.2002 12:50
- 15.07.2002 12:40
- 15.07.2002 12:30
- 15.07.2002 12:20
- 15.07.2002 12:10
- 15.07.2002 12:00 ▼

LOAD (156 / 156)

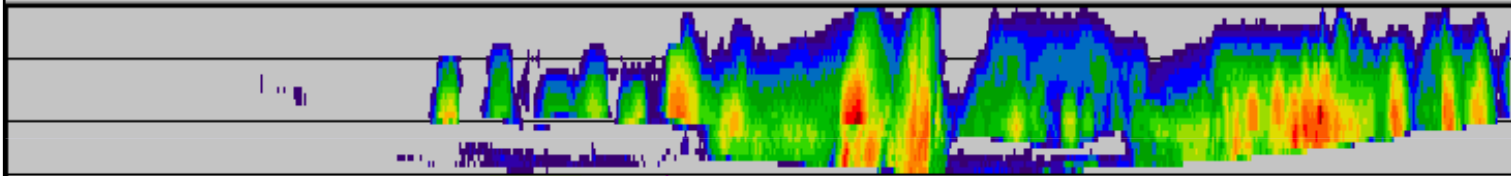
dBZ	°C
60.0	-90.0
56.0	-80.0
52.0	-70.0
48.0	-60.0
44.0	-50.0
40.0	-40.0
36.0	-30.0
32.0	-20.0
28.0	-10.0
24.0	0.0

ANIM:  LAST:  AUTO UPDATE

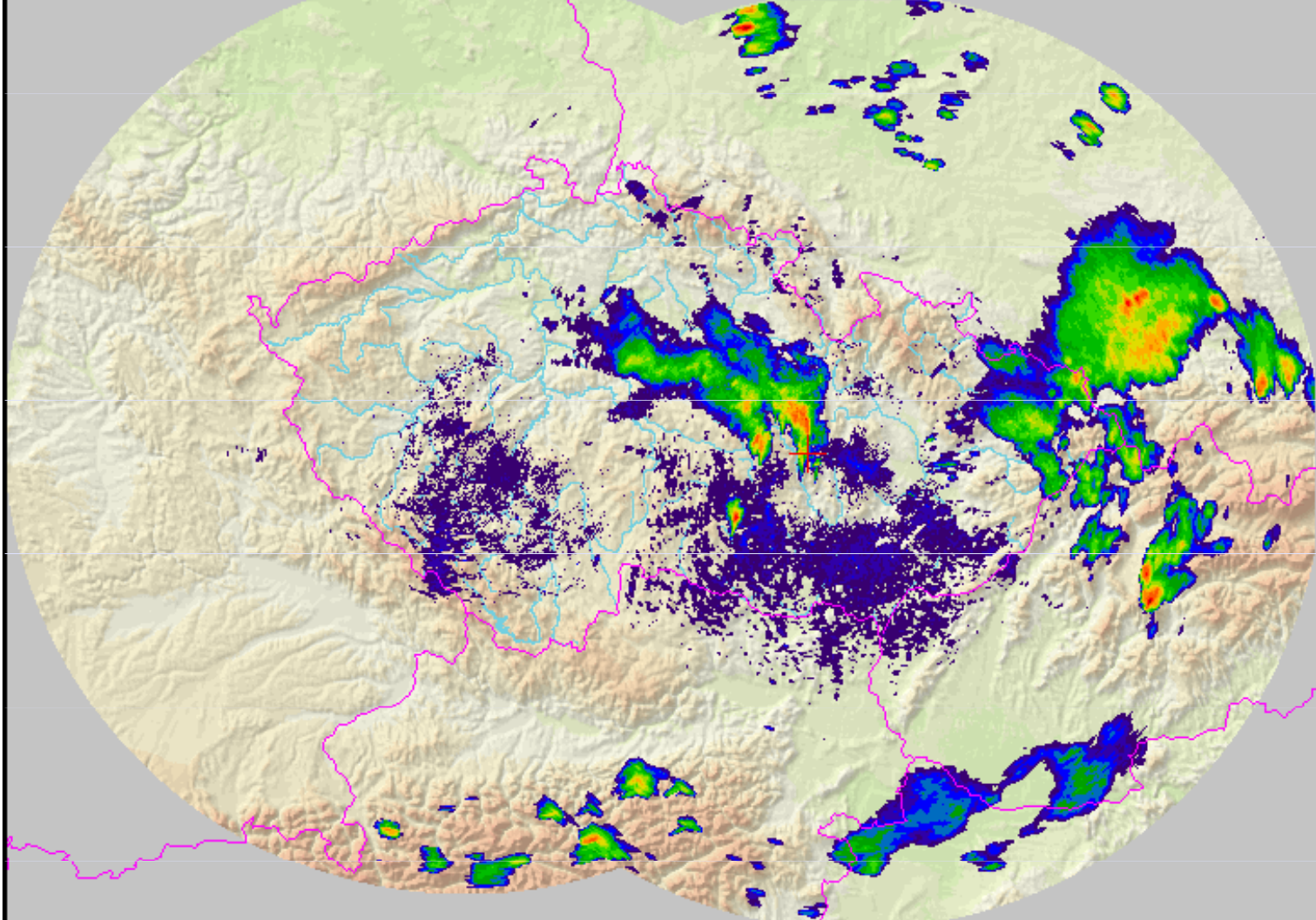
ORO  UND  PDUS  RAD  LIGHTNING  NWP  OVR

NAVIG.  LON.  LAT.  Choose predefined position

- CG neg  
 + CG pos  
 | CC



CZRAD - Z: MAX - 15.07.2002 15:40 UT



CHMI Radar Department



Every

- 15.07.2002 13:50 ▲
- 15.07.2002 13:40
- 15.07.2002 13:30
- 15.07.2002 13:20
- 15.07.2002 13:10
- 15.07.2002 13:00
- 15.07.2002 12:50
- 15.07.2002 12:40
- 15.07.2002 12:30
- 15.07.2002 12:20
- 15.07.2002 12:10
- 15.07.2002 12:00 ▼

LOAD (156 / 156)

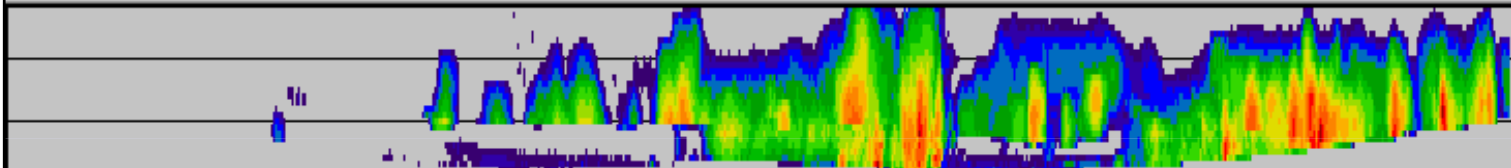
dBZ	°C
60.0	-90.0
56.0	-80.0
52.0	-70.0
48.0	-60.0
44.0	-50.0
40.0	-40.0
36.0	-30.0
32.0	-20.0
28.0	-10.0
24.0	0.0

Navigation controls: < << || >> > ANIM: 1 s/img LAST: +2 s AUTO UPDATE Do not update

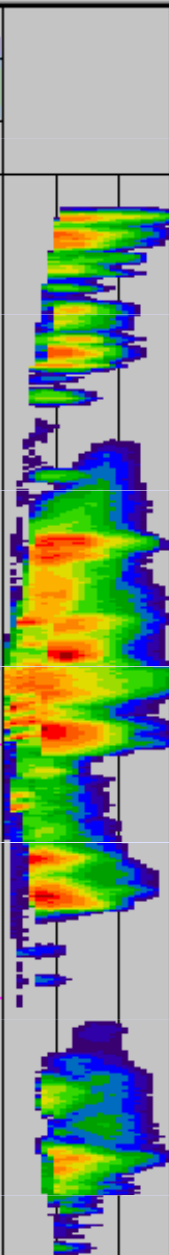
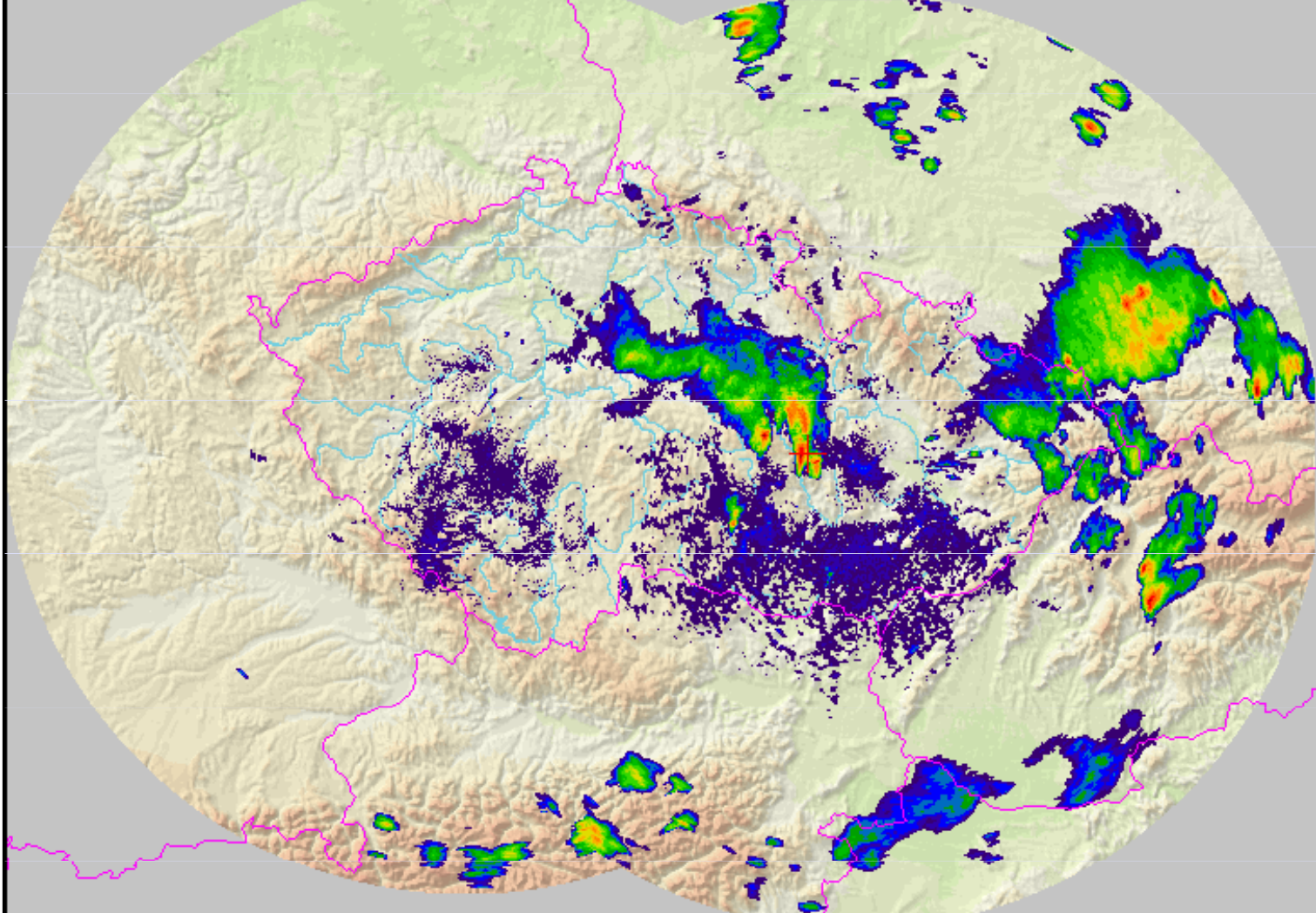
ORO col UND riv PDUS RAD LIGHTNING NWP none OVR none

NAVIG. red LON. 16.432 LAT. 49.549 Choose predefined position

CG neg  
+ CG pos  
CC



CZRAD - Z: MAX - 15.07.2002 15:50 UT



CHMI Radar Department



Every 6th 3rd

- 15.07.2002 13:50
- 15.07.2002 13:40
- 15.07.2002 13:30
- 15.07.2002 13:20
- 15.07.2002 13:10
- 15.07.2002 13:00
- 15.07.2002 12:50
- 15.07.2002 12:40
- 15.07.2002 12:30
- 15.07.2002 12:20
- 15.07.2002 12:10
- 15.07.2002 12:00

LOAD (156 / 156)

dBZ	°C
60.0	-90.0
56.0	-80.0
52.0	-70.0
48.0	-60.0
44.0	-50.0
40.0	-40.0
36.0	-30.0
32.0	-20.0
28.0	-10.0
24.0	0.0

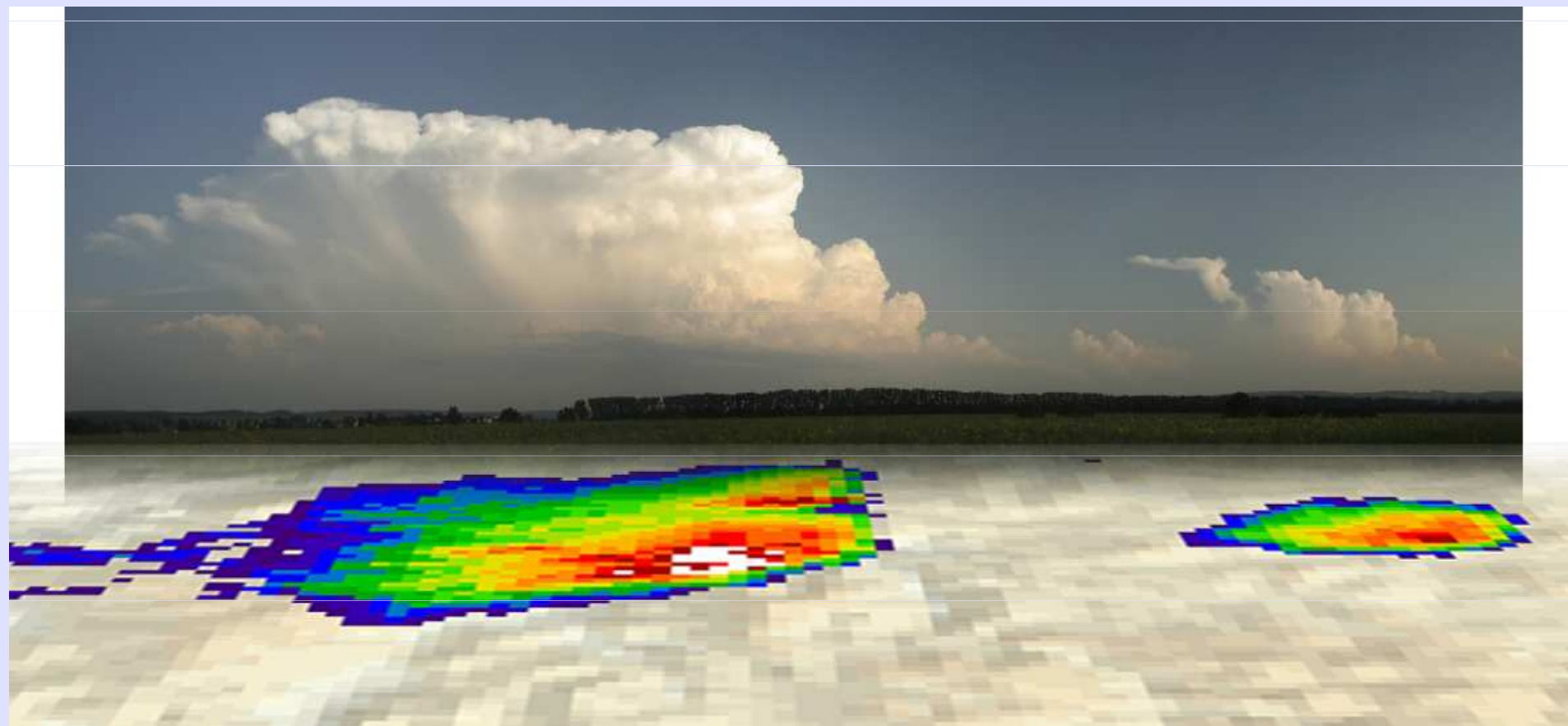
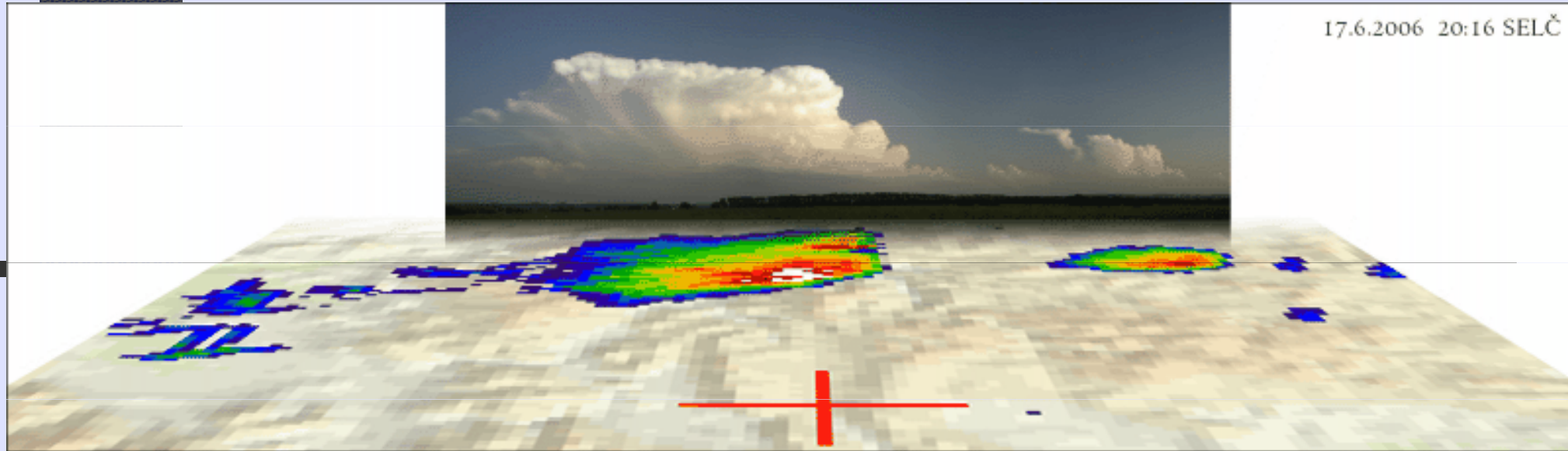
Navigation controls: back, forward, stop, play, animation speed (1 s/img), last frame (+2 s), auto update (Do not update)

Display options: ORO (col), UND (riv), PDUS, RAD, LIGHTNING, NWP (none), OVR (none)

NAVIG. (red), LON. (16.432), LAT. (49.549), Choose predefined position

CG neg, + CG pos, CC

17.6.2006 20:16 SELČ





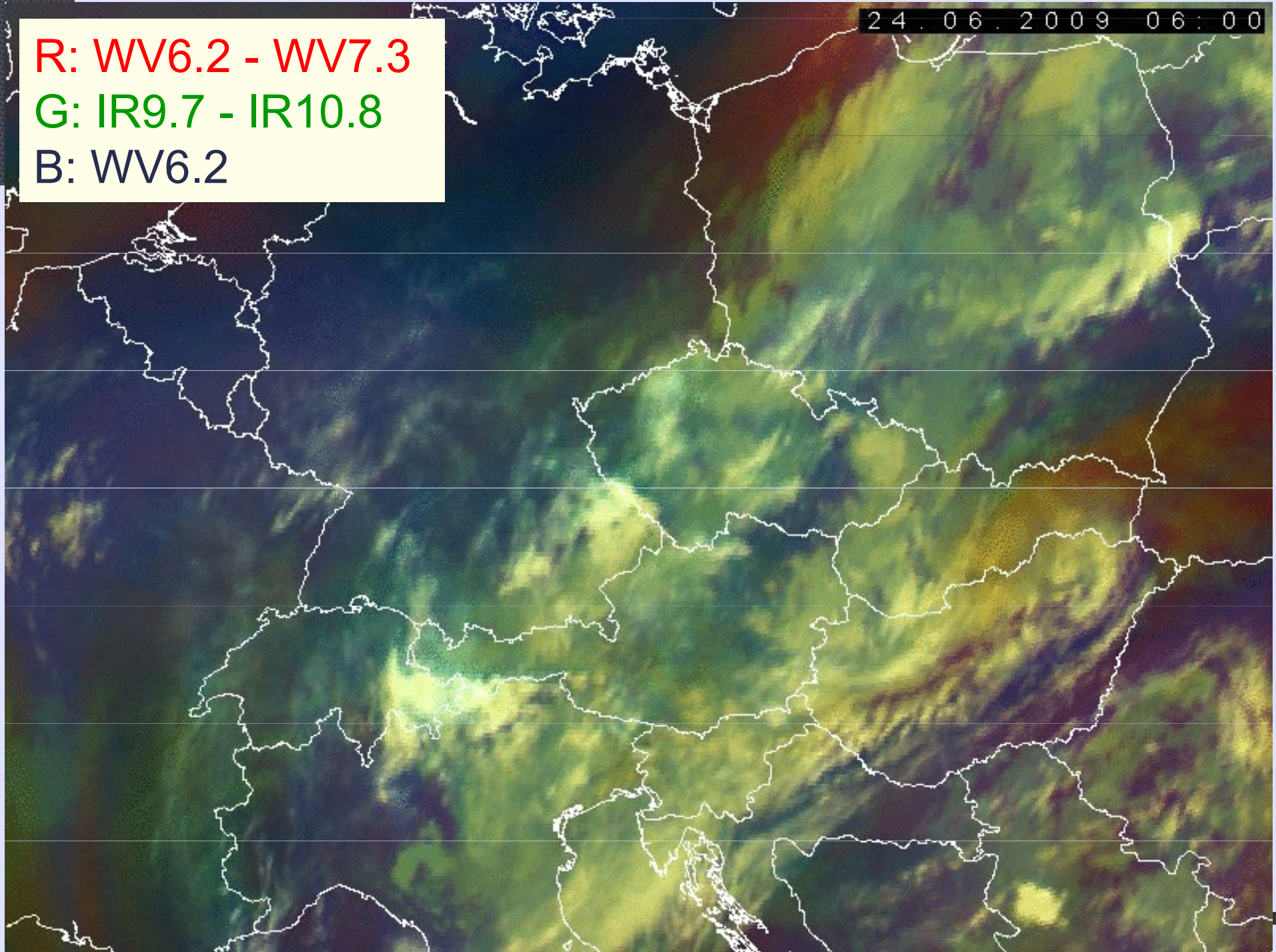
# Meteosat 9, SEVIRI, Airmass

R: WV6.2 - WV7.3

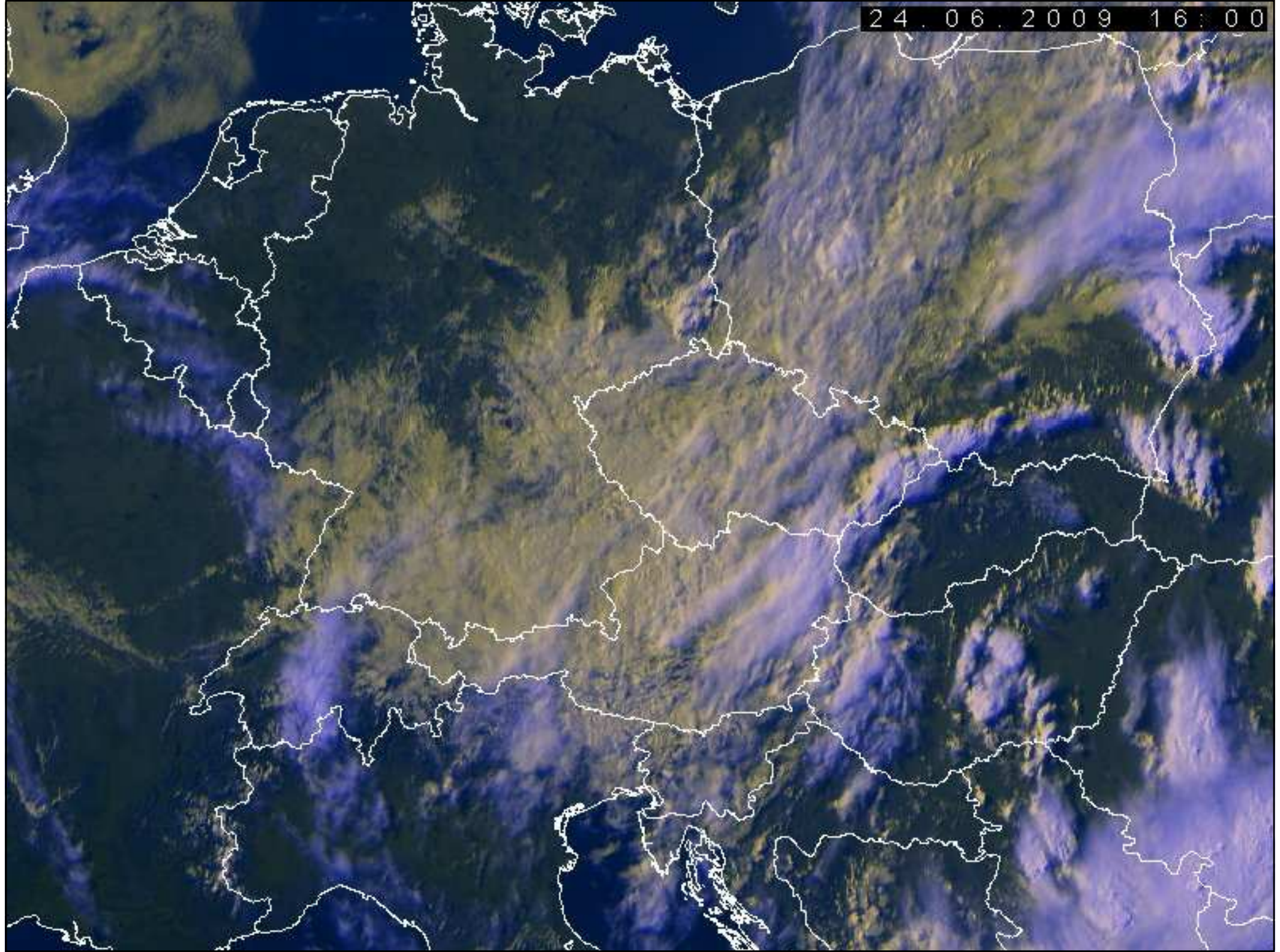
G: IR9.7 - IR10.8

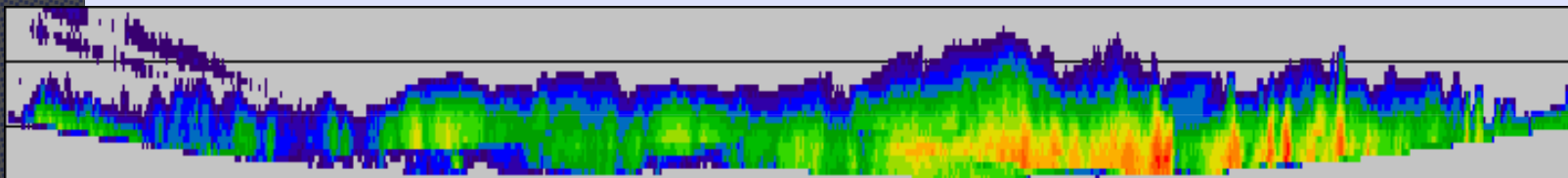
B: WV6.2

24.06.2009 06:00



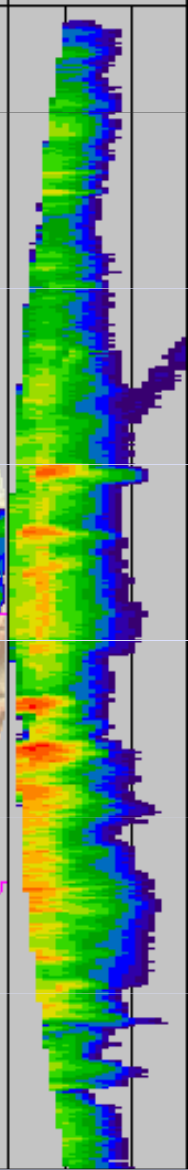
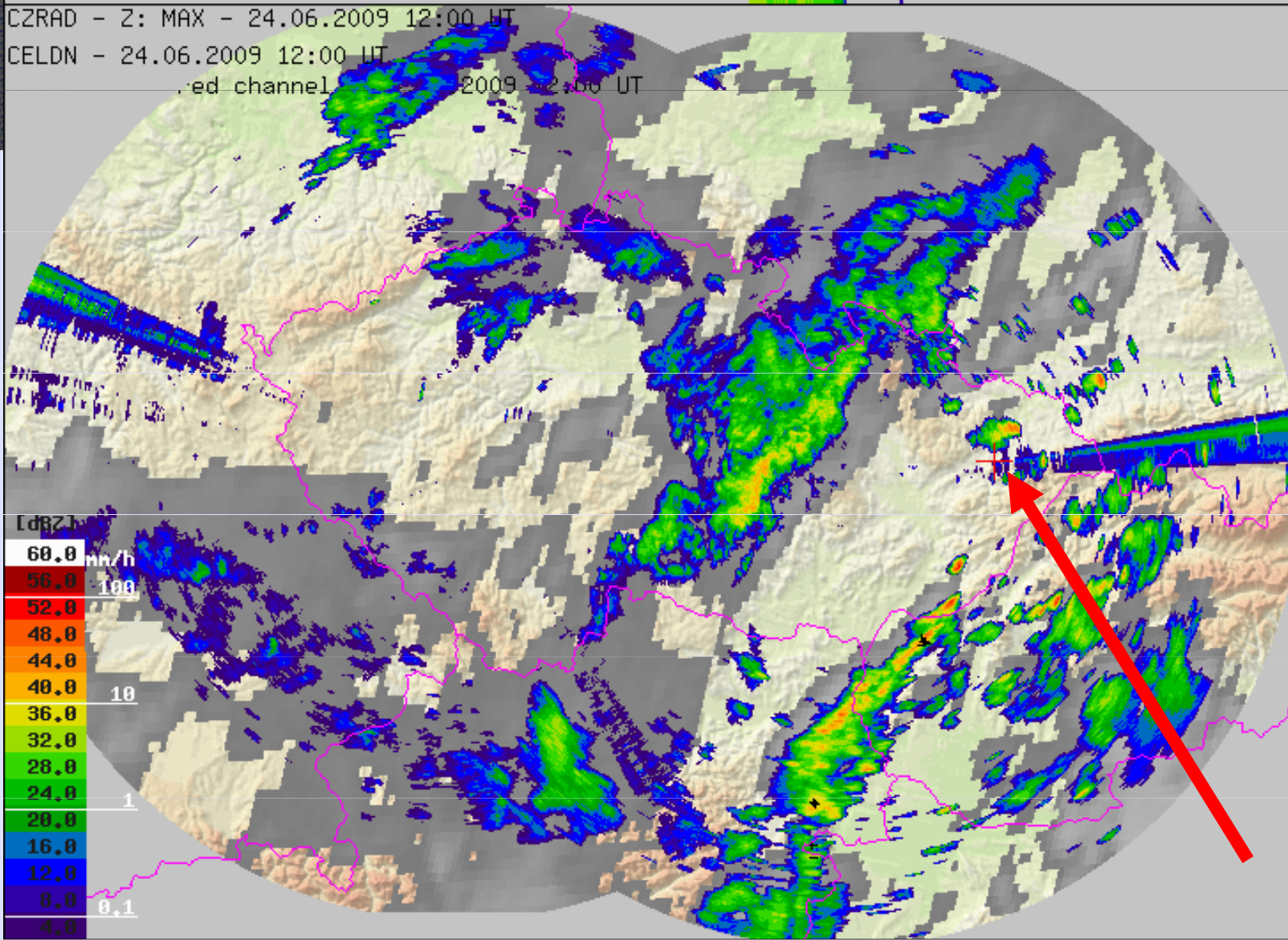
24.06.2009 16:00





CG+	3
CG-	5
CC	3
SUM	11

CZRAD - Z: MAX - 24.06.2009 12:00 UT  
 CELDN - 24.06.2009 12:00 UT  
 red channel - 24.06.2009 12:00 UT



[dBZ]

60.0	mm/h
56.0	100
52.0	
48.0	
44.0	
40.0	10
36.0	
32.0	
28.0	1
24.0	
20.0	
16.0	
12.0	
8.0	0.1
4.0	

# Radar precipitation estimate without correction - 24h accumulation

CZRAD - radar\_orig\_24h - 25.06.2009 06:00 UT

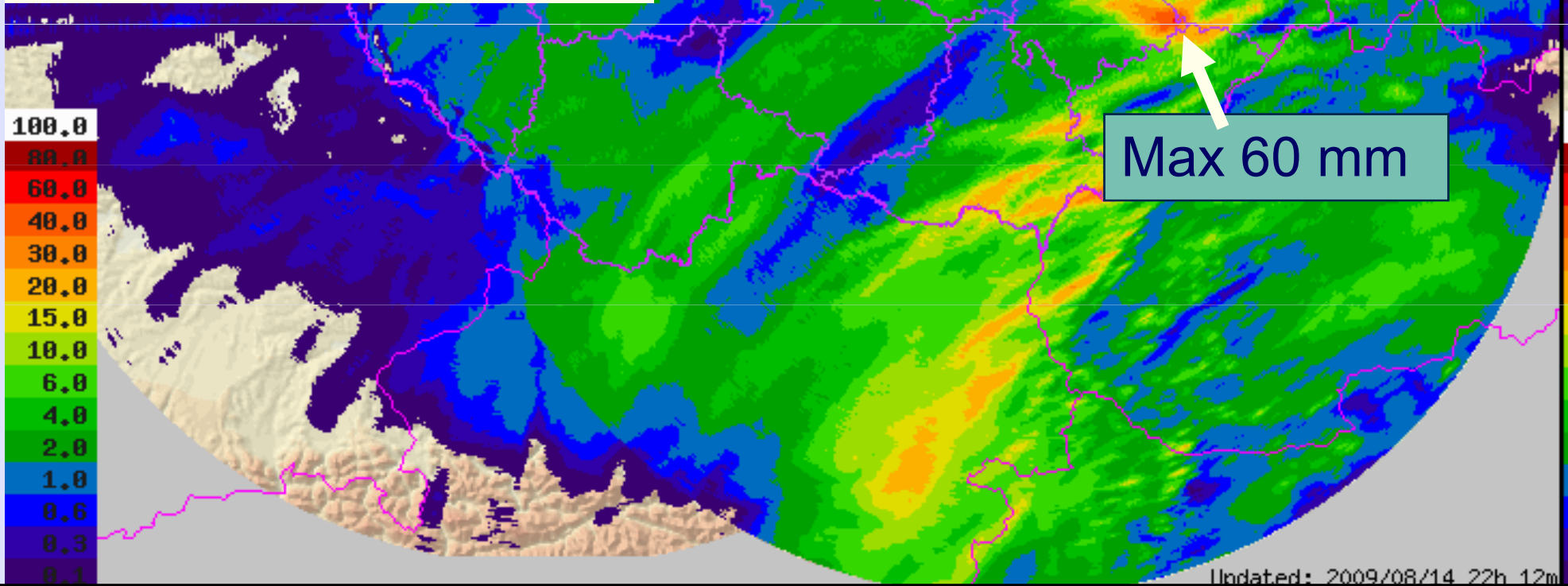
SK:100.0%  
BR:100.0%

[mm]

Z-R relationship

$$Z=200R^{1.6}$$

5 minute data, C band



Max 60 mm

Updated: 2009/08/14 22h 12m

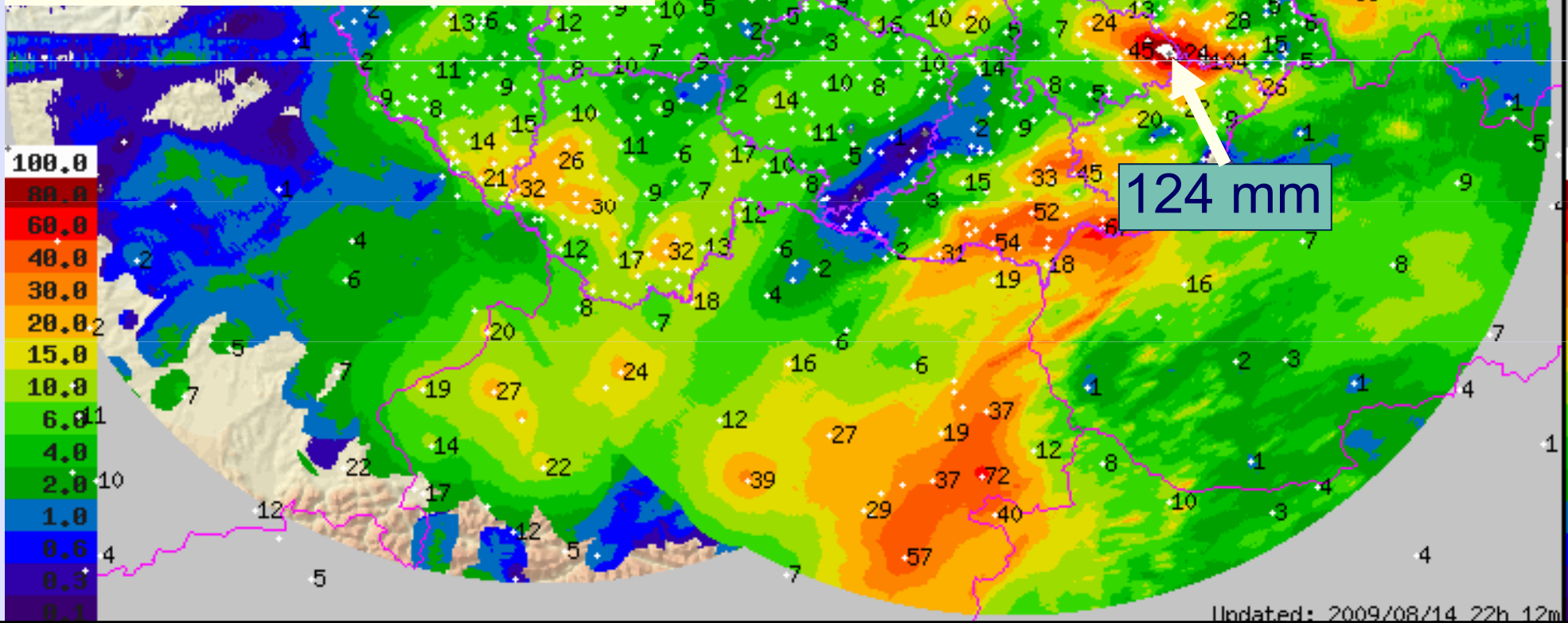
# Radar precip estimate merged with raingauges - 24h totals

CZRAD - merge\_24h - 25.06.2009 06:00 UT

[mm]

Merging algorithm

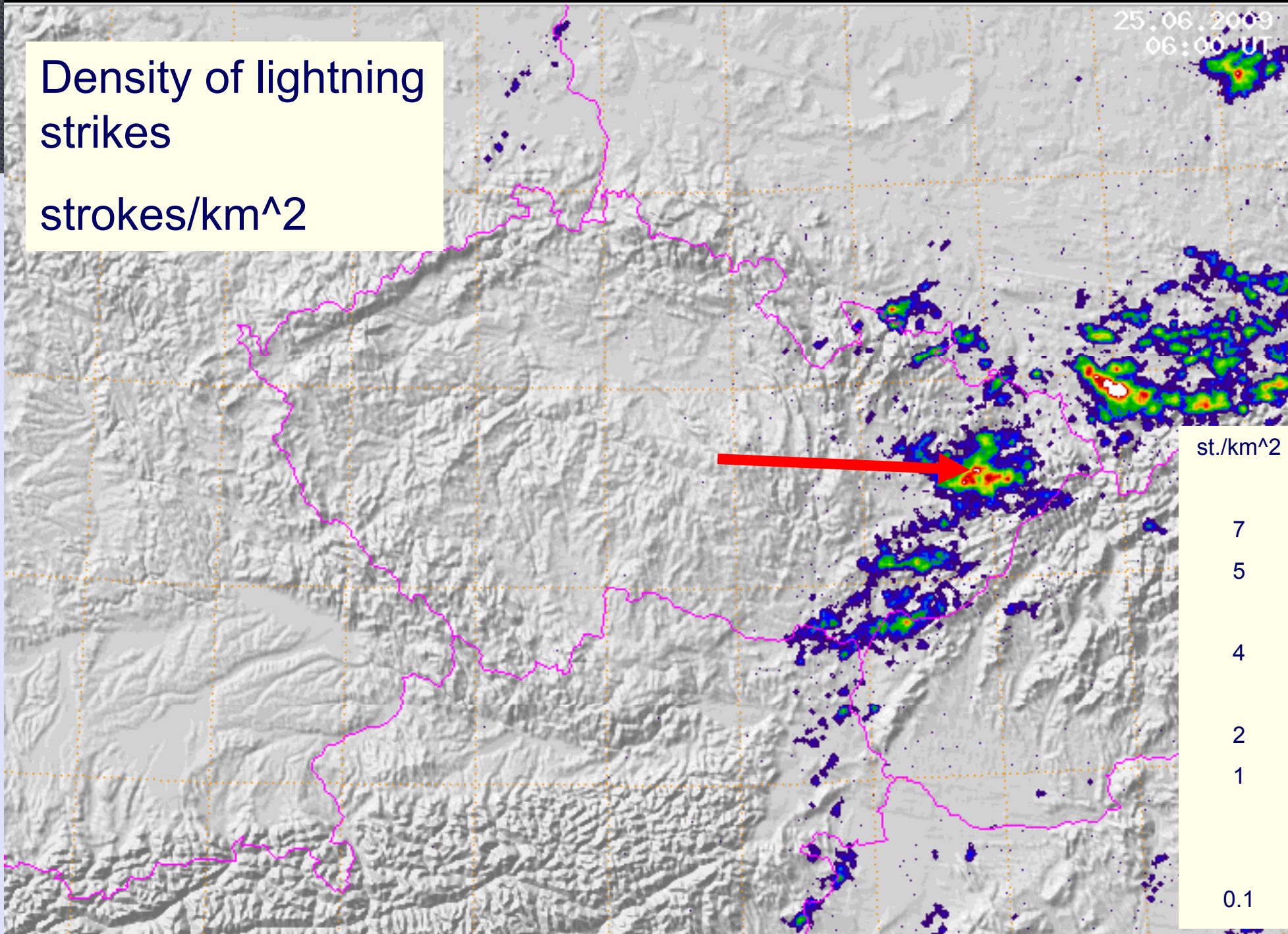
A modified version of  
D-J Seo, 1998



R

Density of lightning  
strikes  
strokes/km<sup>2</sup>

25.06.2009  
06:00 UT



st./km<sup>2</sup>

7

5

4

2

1

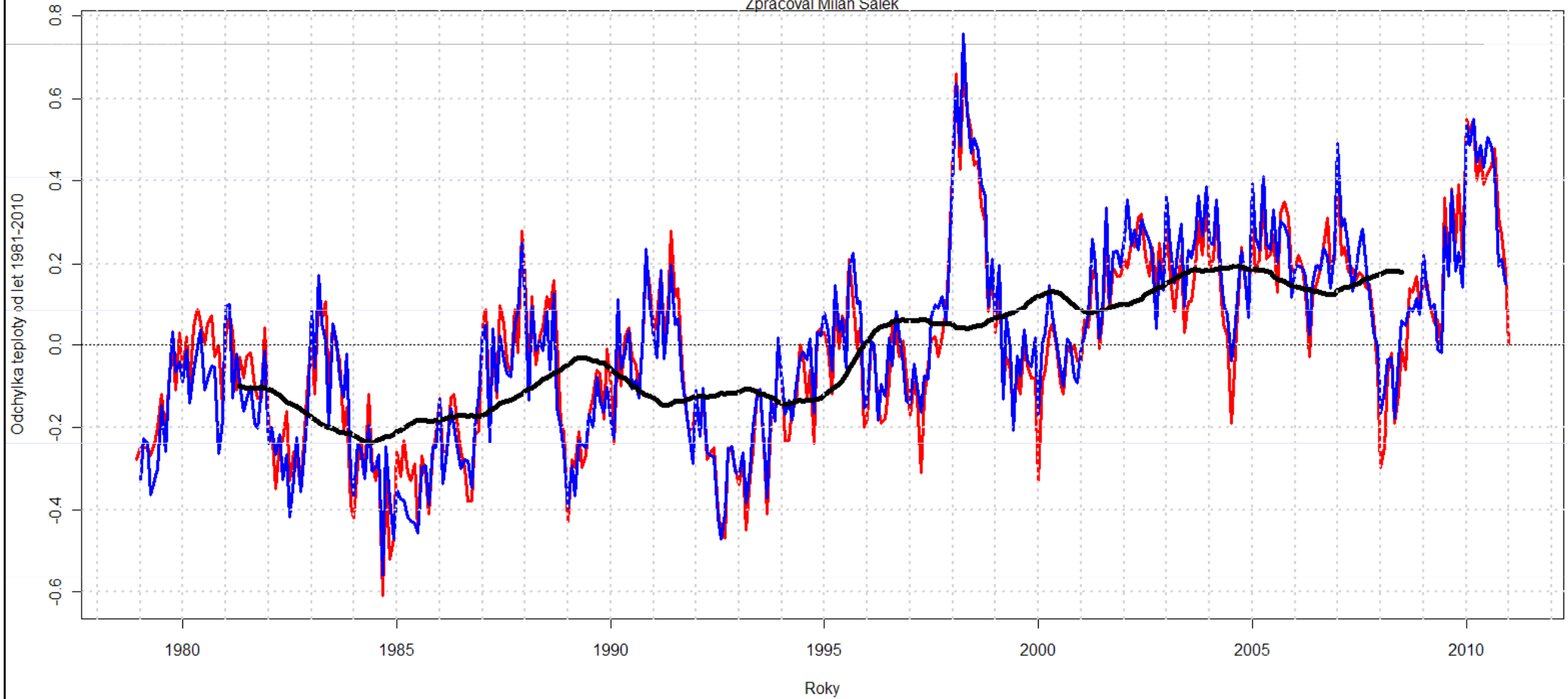
0.1

strol

# Studium změn klimatu

Odchylky teploty spodní troposféry od průměru let 1981-2010 z družic NOAA/MSU, algoritmus UAH (červeně) a RSS (modře), od roku 1979 s 5letým klouzavým průměrem údajů UAH

Zpracoval Milan Šálek



# Historická zmínka

- # poměrně mladý obor – počátek v polovině 20. století
- # první meteorologické družice – 60. léta, první met. radary – 50. léta, u nás 60.-70. léta
- # vývoj těchto metod svázán s celkovým rozvojem techniky, fyziky a matematiky
- # v posledních 20. letech je významný vliv informačních technologií => vyšší používání v praxi, dostupné aplikace pro veřejnost (<http://radar.bourky.cz>)



# Kapitoly z fyziky atmosféry

## Vlhkost vzduchu

- # Parametry:
- # (parciální) tlak (napětí) vodní páry  $e$
- # Tlak nasycené vodní páry  $E$
- # relativní vlhkost:  $r=e/E$
- # spec. vlhkost:  $q=0.622e/(p-e)$
- # poměr směsi:  $w=0.622e/(p-0.378.e)$
- # Tlak nasycené vodní páry nad vodou  $E_{wv}$ :
  - tlak vodní páry, která je ve stavu termodynamické rovnováhy s rovným povrchem čisté vody za dané teploty a tlaku vzduchu.

# Vlhkost vzduchu (pokr.)

## # Tlak nasycené vodní páry nad ledem $E_{iv}$ :

- tlak vodní páry, která je ve stavu termodynamické rovnováhy s rovným povrchem čistého ledu za dané teploty a tlaku vzduchu
- přibližné vztahy:

$$E_{wv} = E_{wv}^0 10^{\frac{8.5t}{273.16+t}}$$

$$E_{iv} = E_{iv}^0 10^{\frac{9.7t}{273.16+t}}$$

$$E_{wv}^0 = E_{iv}^0 = 6.11 [hPa]$$

# Základy fyziky oblaků a srážek (viz Bednář, 1989)

## # Srážky:

- Usazené (horizontální)
- *Padající (vertikální)*

## # Vznik vertikálních srážek:

- dosažení stavu nasycení, případně přesycení vzduchu vodní parou ochlazením vzduchu na (a pod) teplotu rosného bodu
  - (zřejmě okrajový) vliv mísení vzduchových hmot

## # Příčina ochlazení vzduchu

- izobarické ochlazení (většinou vyzařování)
- **výstupné pohyby**
  - velkoprostorové
  - konvektivní



# Oblačnost vznikající izobarickým ochlazením

- # vznik podinverzní, případně inverzní oblačnosti (St, mlha), která se během dne může rozpustit
- # většinou není příčinou významných srážek

# Vazba typu výstupných pohybů na druh oblačnosti

- # velkoprostorové výstupné pohyby: především Ci, Cs, As, Ns
- # konvekce (výsledek archimedovských vztlačových sil v atmosféře): Cu, Cb
- # poznámka: Termodynamické rozdělení srážek nemusí být vždy jednoznačné

# Kondenzace vodní páry, kondenzační jádra

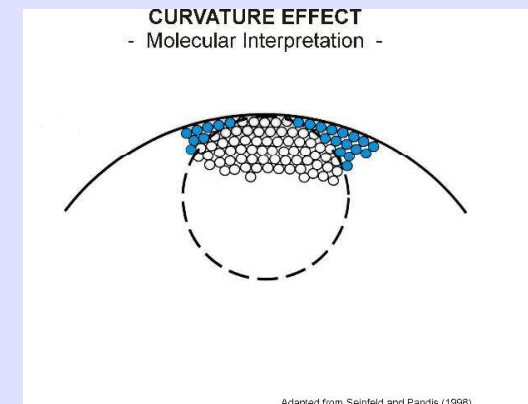
- # vznik kapiček vody spontánním spojováním molekul v. páry je statisticky nepravděpodobné
- # v reálné atmosféře: kondenzace okamžitě po dosažení nasycení
- # klíčový význam kondenzačních jader
  - velikost  $10^{-8} - 10^{-6}$  m

$$e_{sr} = e_{s\infty} \exp\left(\frac{A}{r}\right)$$

A konst.

$e_{sr}$  tlak nasyc. v. páry nad kapičkou o poloměru  $r$

$e_{s\infty}$  tlak nas. v. páry nad rovinným vodním povrchem



# Kondenzace vodní páry, kondenzační jádra (pokr.)

- # mnohé aerosolové částice jsou tvořeny rozpustnými látkami (především mořské soli)
- # kapičky jsou roztokem určité látky
- # Raoultův zákon pro disoc. roztoky:

$$e'_s = e_s \left( \frac{n}{n + in^*} \right)$$

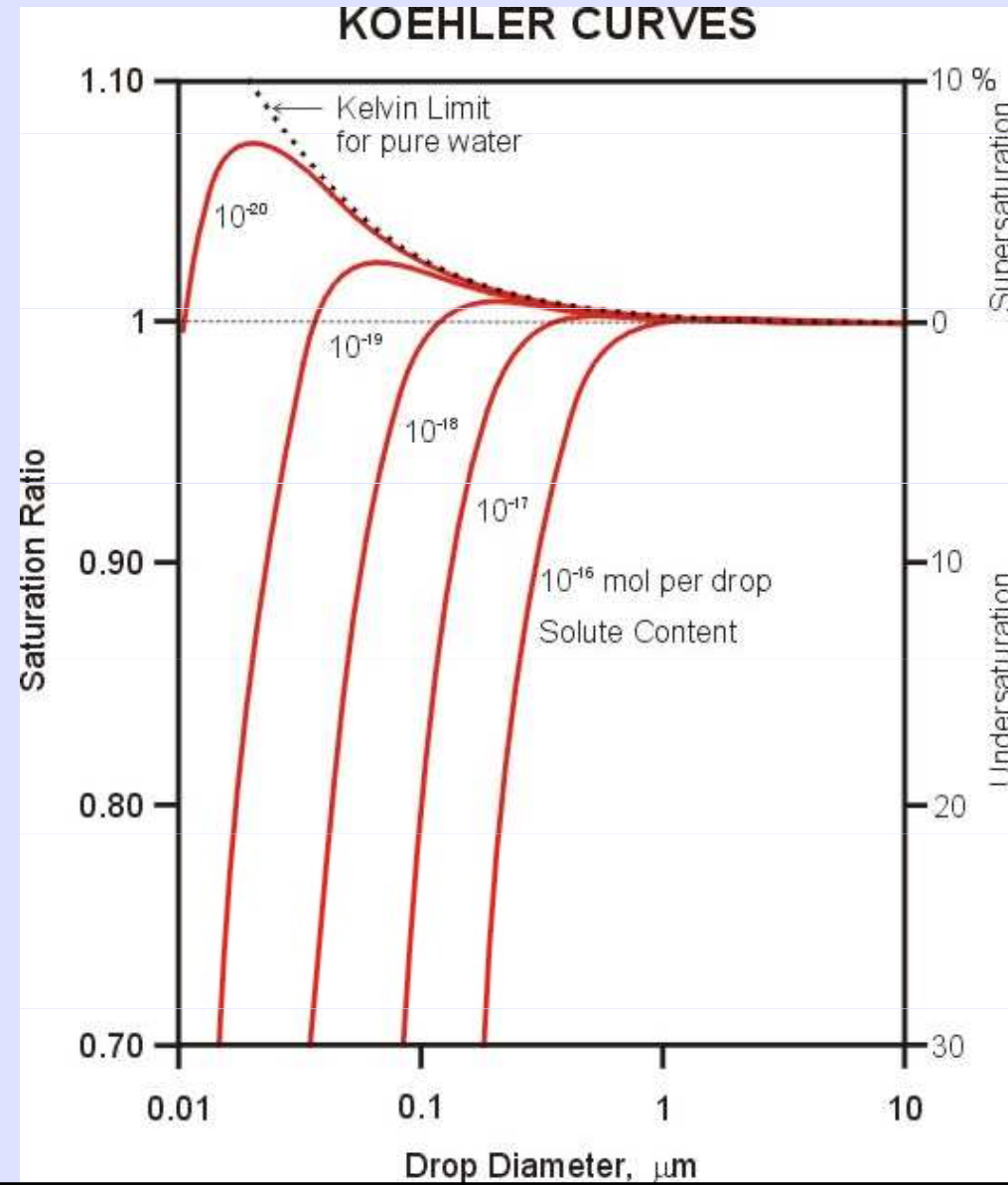
- #  $e_s$  tlak nasyc. v. páry nad čistou vodou
- #  $e'_s$  tlak nasyc. v. páry nad roztokem, obsahujícím v  $n$  kilogrammmolekulách vody  $n'$  kilogrammmolekul rozpuštěné látky
- #  $i$  van't Hoffův faktor závislý mj. na disoc. látce: pro NaCl,  $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$  je  $i=2$
- #  $n, n^*$  počet molekul vody, resp. rozpuštěné látky

# Kondenzace vodní páry, kondenzační jádra (pokr.)

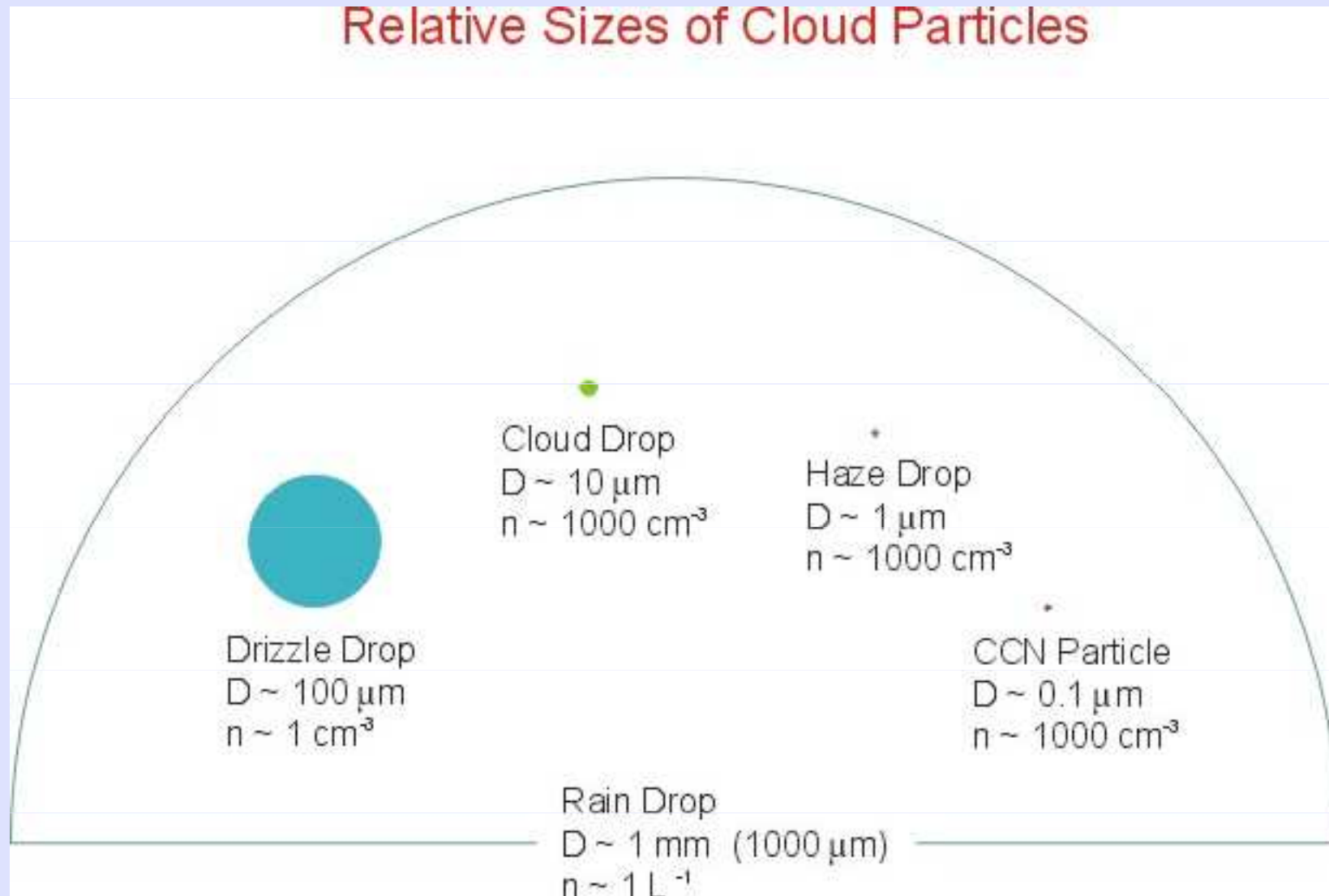
- # vliv elektrického náboje (snižuje napětí nasycení v. páry především u kapiček do  $r=10^{-6}$  m)
- # vznik el. náboje: absorbování částice s el. nábojem, vznik el. nábojů zejm. v bouřkových oblacích



# Nasycení/přesycení v. páry nad kapičkou roztoku v závislosti na velikosti kapičky a obsahu rozp. látek



# Velikosti aerosolů



# Koalescence v oblacích

## # Narůstání v. kapek:

- kondenzace
- koalescence (splývání)

## # Koalescence:

- spontánní (Brownův pohyb) - nevýznamná
- **gravitační** (při dostatečném „rozdružení“ velikosti kapek)
- elektrostatická
- turbulentní
- hydrodynamická (zhuštění proudnic u souhlasně se pohybujících kapek)

# Vznik ledových částic v oblacích

## # Mrznutí vodních kapiček:

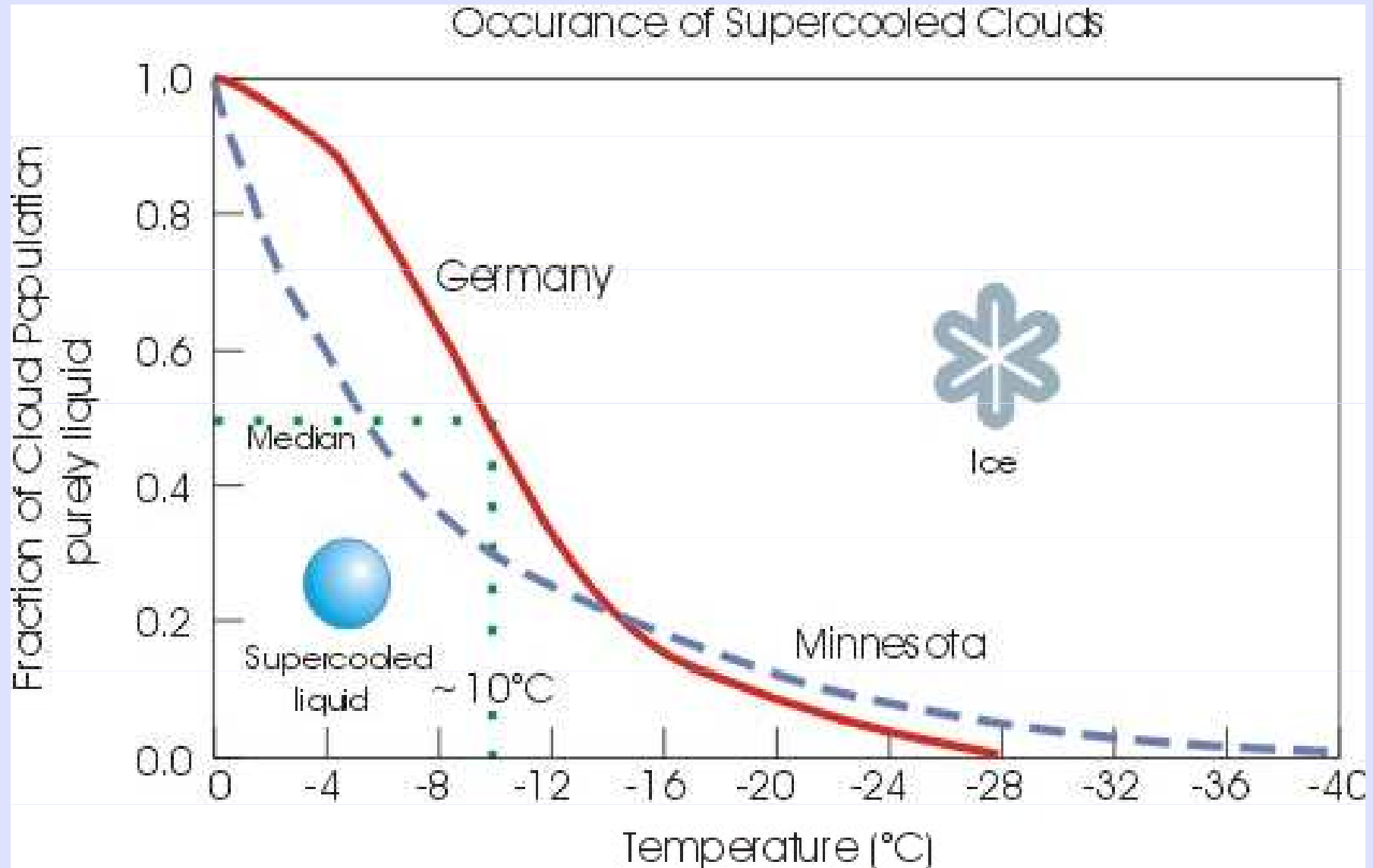
- vodní kapičky zůstávají v kapalně fázi při až do -42 st. C.
- úloha krystalizačních (ledových) jader

## # Ledové částice v oblacích:

- jednotlivé led. částice: -5°C
- vzrůst s poklesem teploty, avšak počet kapiček je několikařádově vyšší až do teplot -30 až -40°C

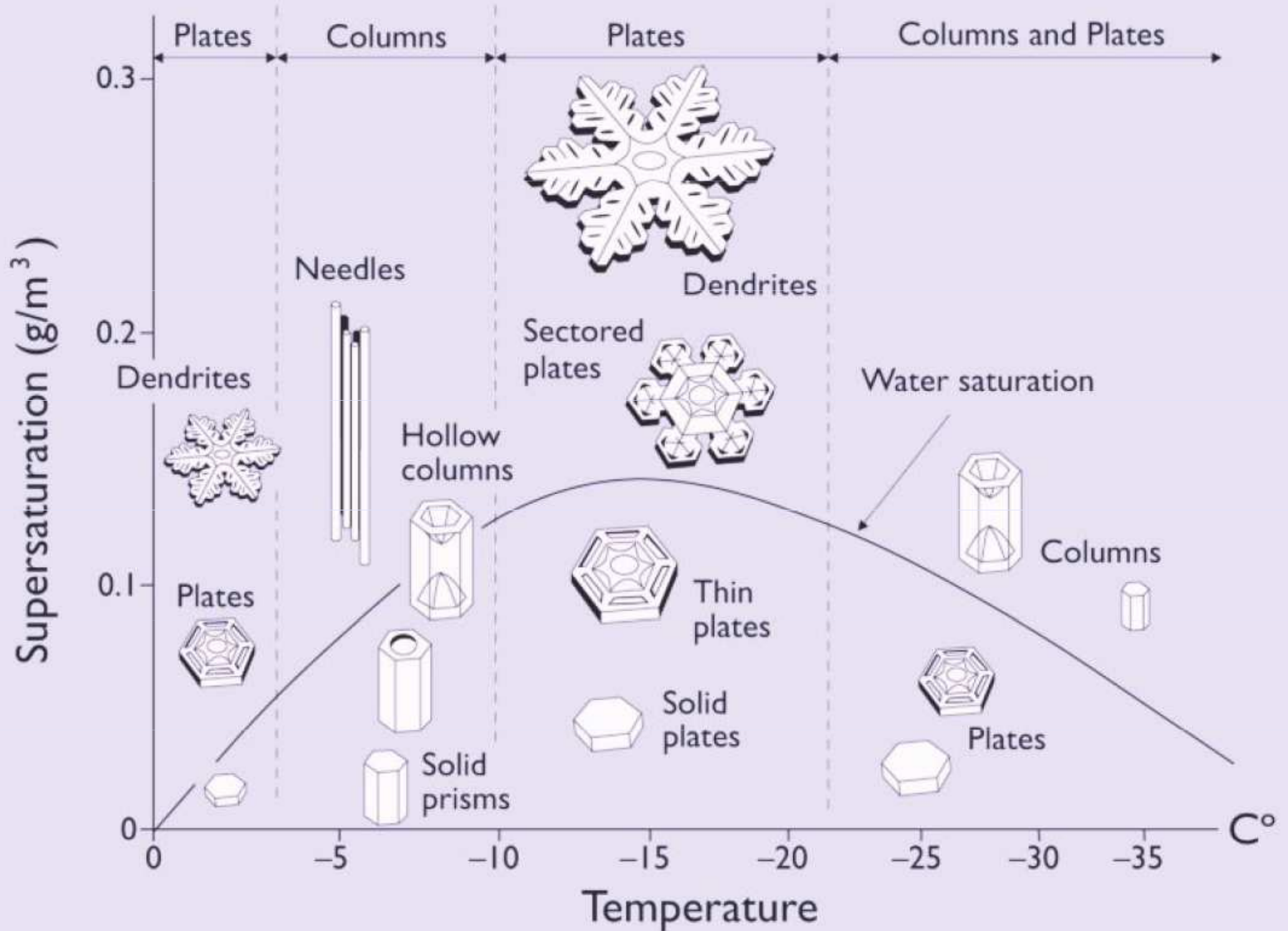
# *Přímá sublimace (depozice) v atmosféře je krajně nepravděpodobnou příčinou vzniku ledových částic (nikoliv narůstání)*

# Podíl oblaků složených pouze z přechlazených vodních kapiček



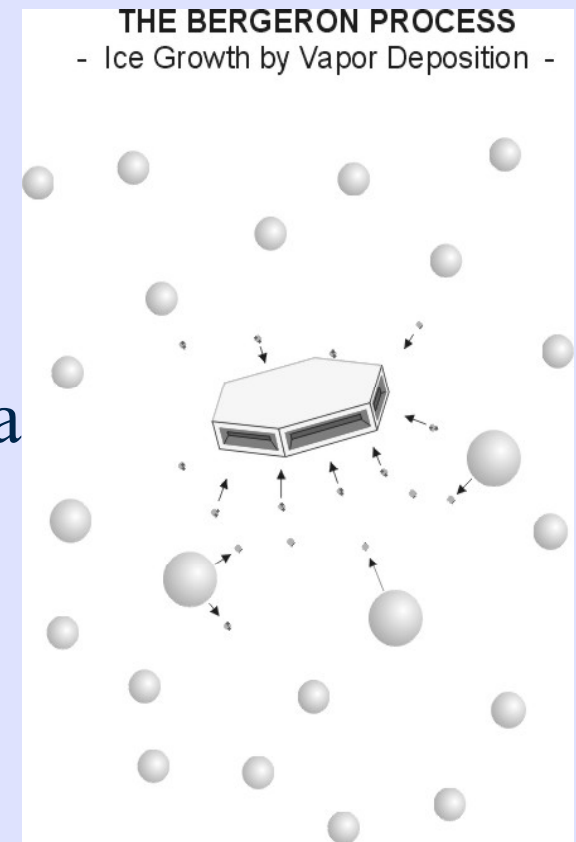
# Tvary ledových krystalků

- # sloupek
- # destička
- # dendrit
- # Závislost na teplotě:
  - 0 až  $-5^{\circ}\text{C}$ : převládají segmenty šestibokých destiček, dendrity
  - $-5$  až  $-10^{\circ}\text{C}$ : sloupky, tenké jehlice
  - $-10$  až  $-25^{\circ}\text{C}$ : šestiboké destičky
  - kolem  $-14^{\circ}\text{C}$ : dendrity
  - $-25$  až  $-40^{\circ}\text{C}$ : sloupky, složitější agregáty



# Teorie vzniku srážek

- # spontánní koalescence je nepravděpodobnou příčinou vzniku srážek
- # Bergeronova-Findeisenova teorie:
  - tlak nasycené vodní páry nad ledem je nižší => narůstání ledových krystalků na úkor ledových kapiček, příp. mrznutí kapiček ledu na krystalcích ledu (*angl. riming*)
  - tento mechanismus vysvětluje vznik vert. srážek v mírných šířkách
  - předpokladem je tzv. *koloidní nestabilita*





# Bergeronova-Findeisenova teorie

## EFFECT OF PHASE DIFFERENCE

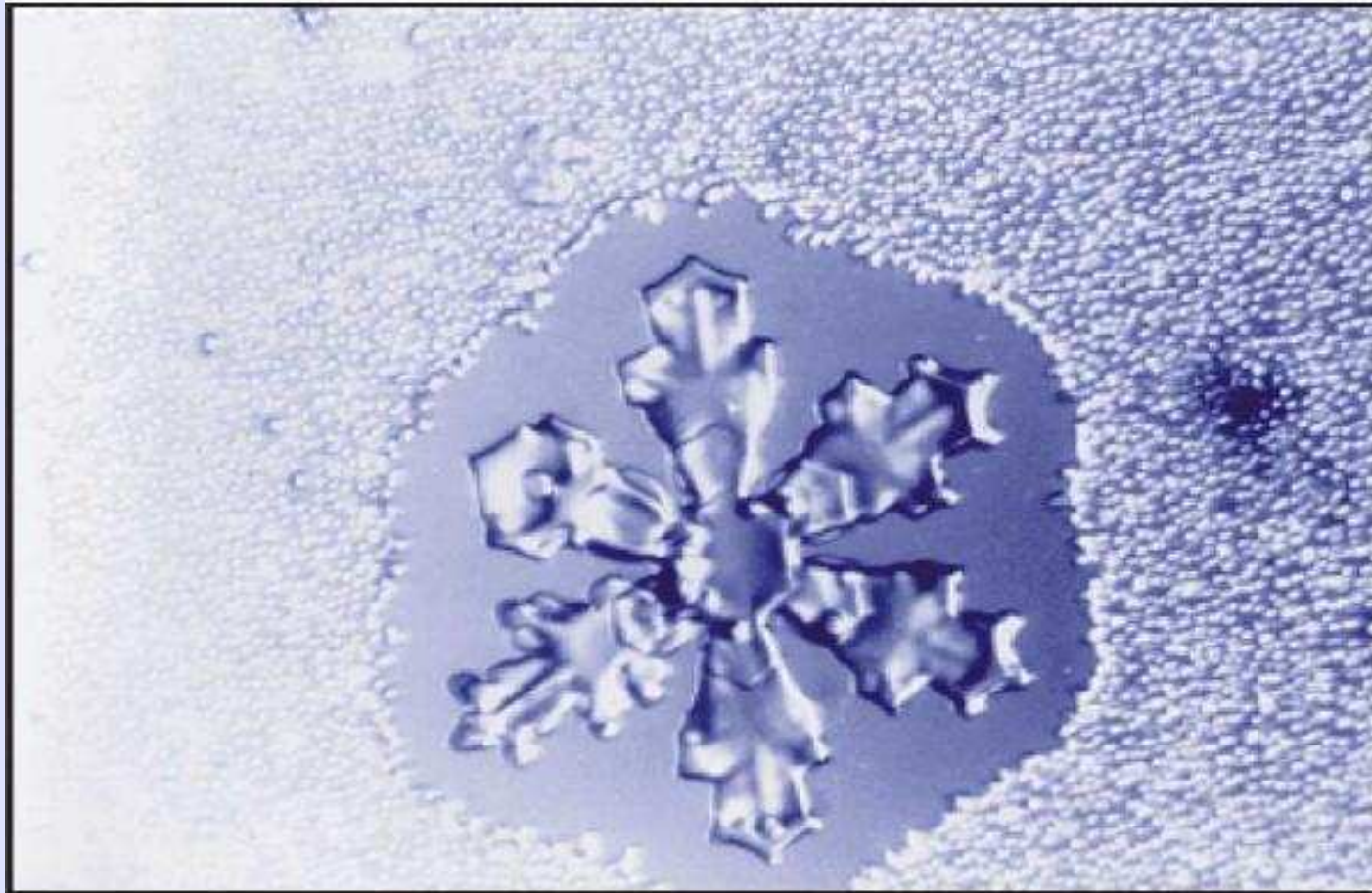
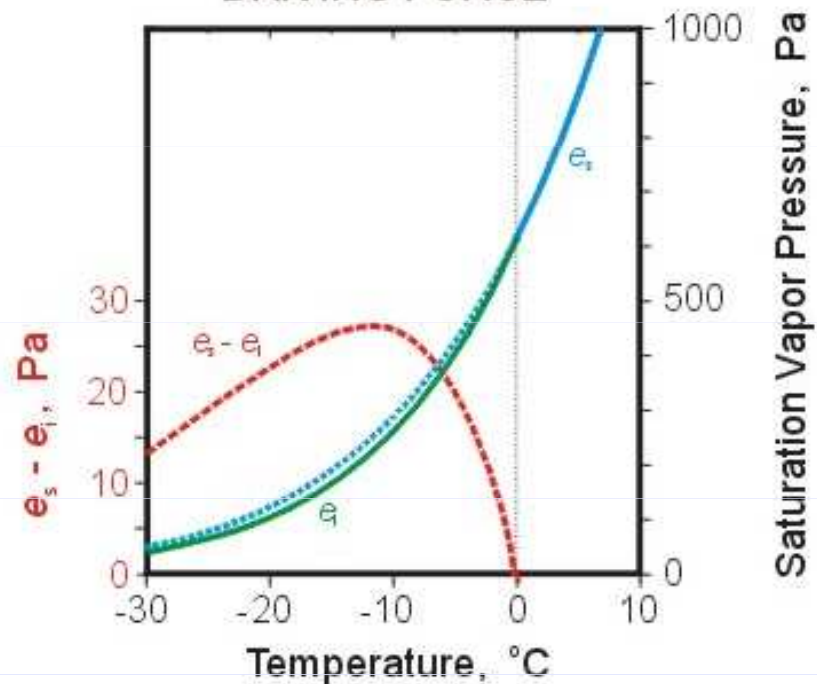
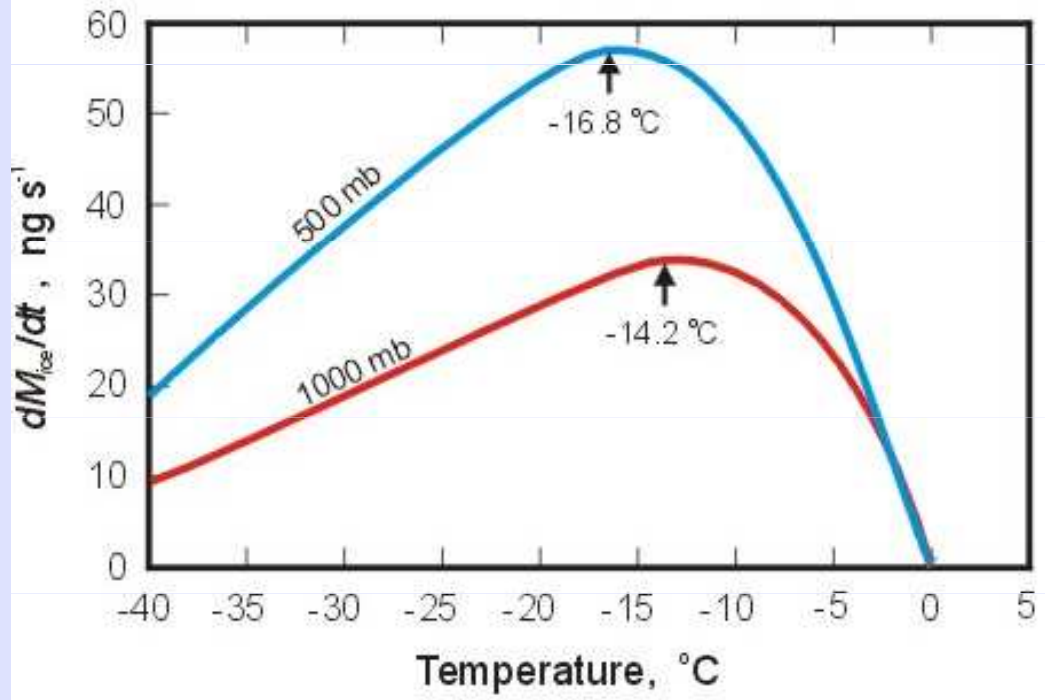


Photo by R. Pitter

### DRIVING FORCE



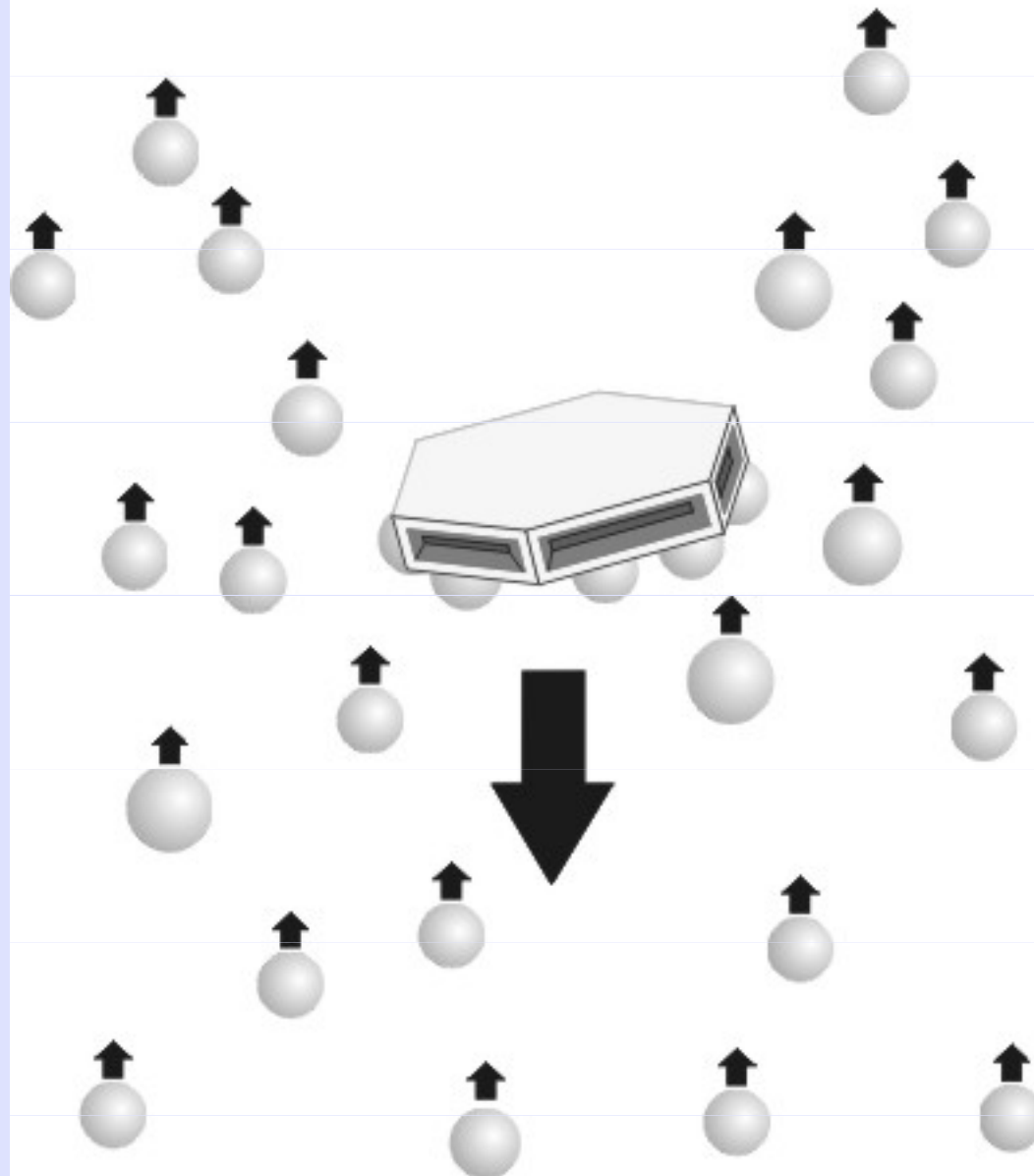
### ICE GROWTH RATES AT LIQUID WATER SATURATION



Adapted from Byers (1965)

# RIMING

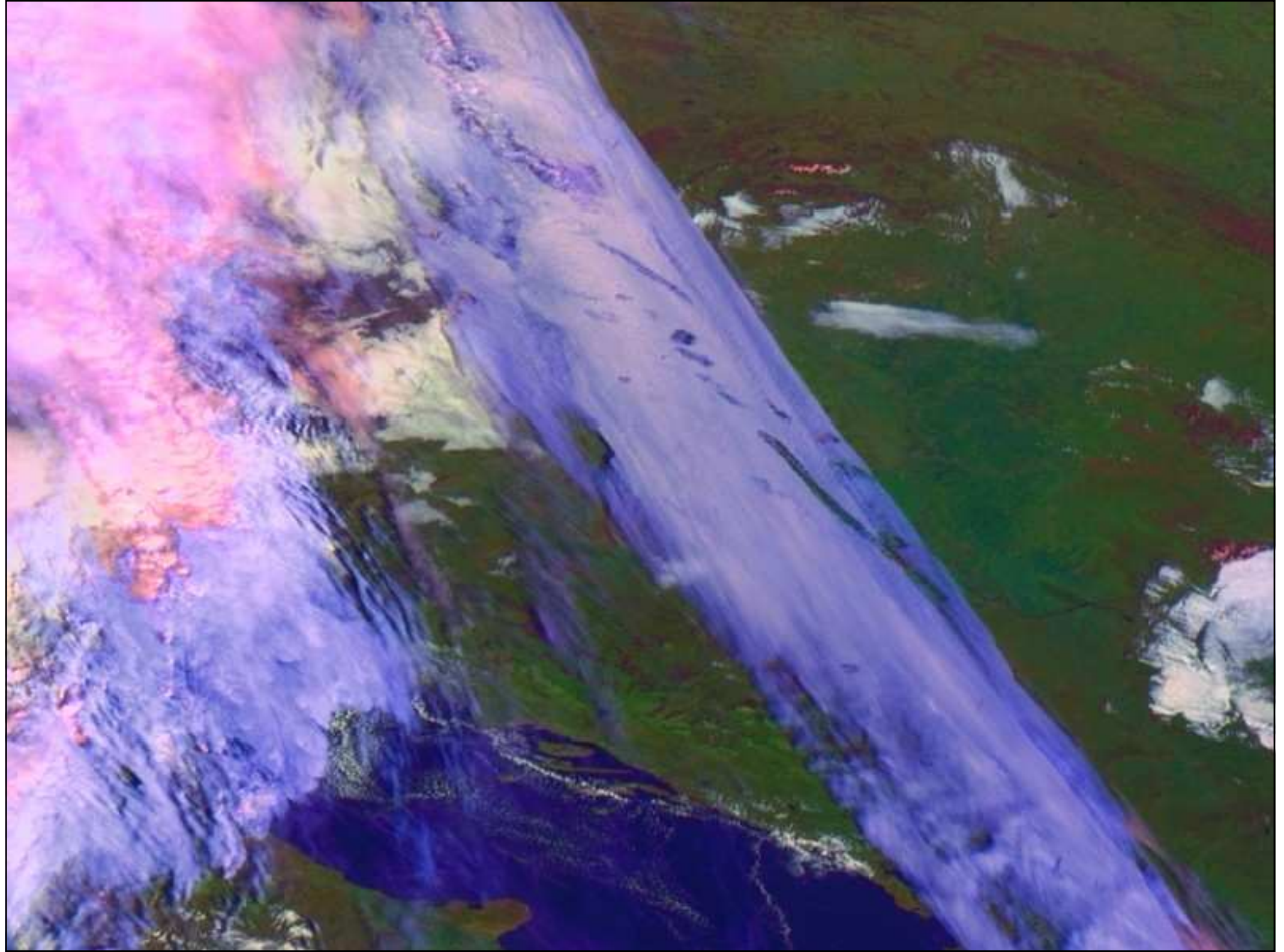
- Ice Growth by Collection -



# 'Hole-punch' – neobvyklý důsledek koloidní nestability







# Teorie vzniku srážek (pokr.)

- # v tropech: intenzivní srážky z „teplých“ konvekčních oblaků (oblaka bez podstatné ledové fáze)
- # koalescenční teorie srážek:
  - obří kond. jádra ( $10^{-6}$ m a větší), zřejmě tvořené mořskými solemi => kapičky „větší než obvyklé“, tudíž začíná „pracovat“ gravitační koalescence
  - kapičky padají dolů, narůstají a rozpadávají se, mohou být dále unášeny nahoru výstupnými pohyby (v tropech jsou konvektivní bouře symetričtější)
  - oslabení výstupného proudu – vypadávání srážek

# Teorie vzniku srážek (pokr.)

- # další koalescenční teorie vzniku srážek z „teplých“ vodních oblaků je založena na předpokladu, že vtahování okolního suššího vzduchu na vrcholu Cb i po stranách výstupného proudu umožňuje „zploštění“ spektra kapiček a vytvoření „obřích“ kapek
- # Tyto procesy se mohou objevit i mimo tropické šířky

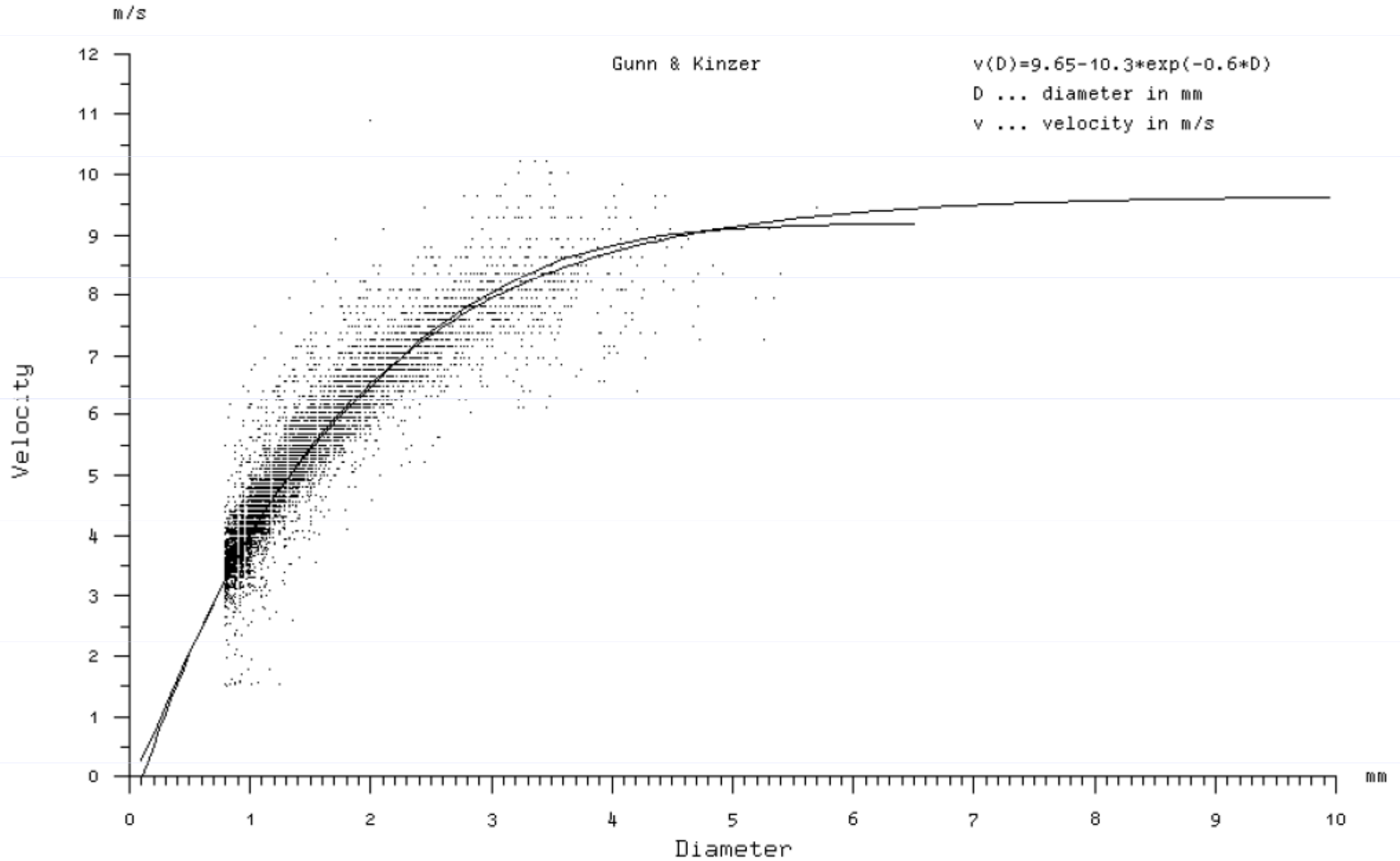


# Pádová rychlost srážkových elementů

- # Závislá na fázi a velikosti částic a tlaku vzduchu
- # Déšť: při zemi do cca 9 m/s, typicky kolem 4-5 m/s (při průměru kapky cca 1-1.5 mm)
- # Sníh: při zemi do cca 2 m/s

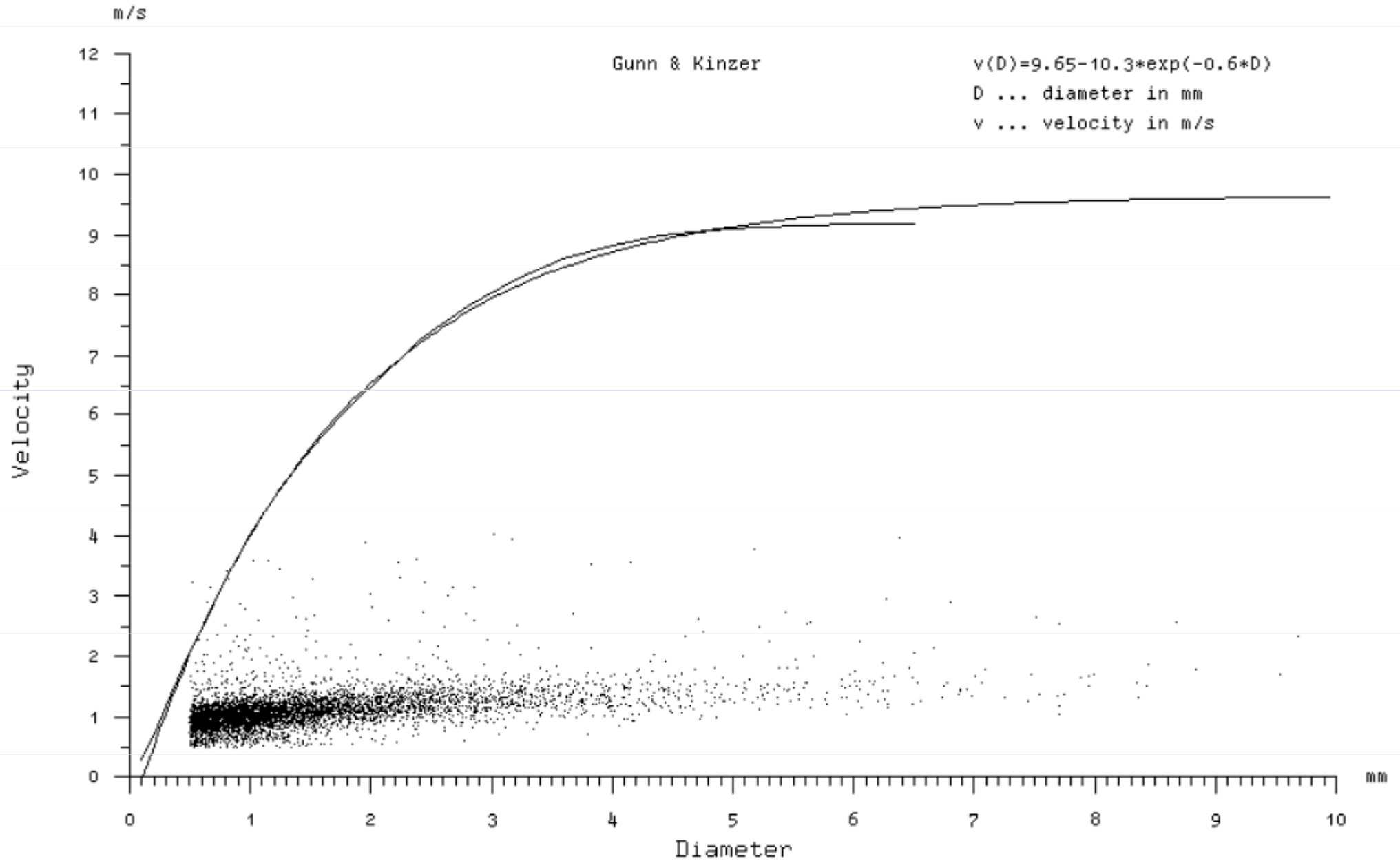
# Dešťové kapky

Vertical velocity versus Diameter



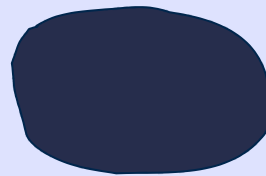
# Sněhové srážky

Vertical velocity versus Diameter



# Tvar dešťových kapiček

---



# Tvar kapky deště při pádu

Beard and Chuang (1987)

Equilibrium Axis Ratios (computed)

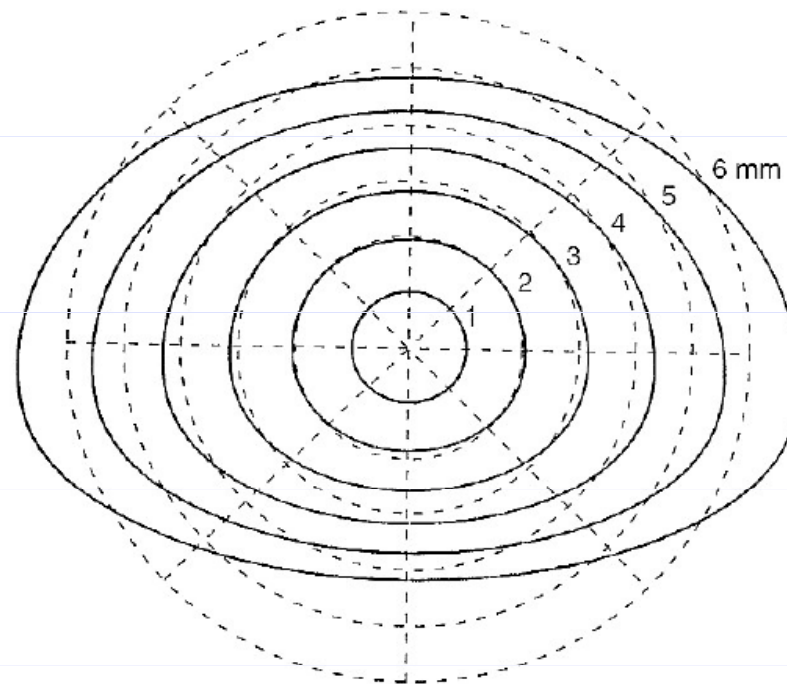


Fig. 7.1. Equilibrium drop shapes for drop diameters of 1–6 mm. From Beard and Chuang (1987).

BC2001

Dashed=  $D_{eq}$

Solid=  $D$

Kapka dosahuje maximálního průměru kolem 5 mm; při dosažení či překročení tohoto průměru se rozpadá

## Deformation of Water Drops In the Air

Electro-static forces within the molecule are able to maintain the spherical shape against external forces.

Drop Size  
.14 mm

Characteristic Shape

Actual Movement



click at right for more on electro-static forces in a water molecule.

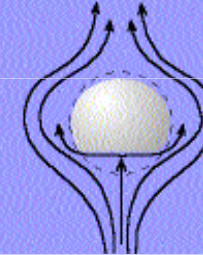
.50 mm

A very slight shortening of the vertical axis and the drop is an "oblate spheroid", the vertical axis is about 98% of the horizontal axis.

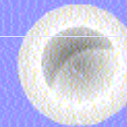


Flattening of bases begins

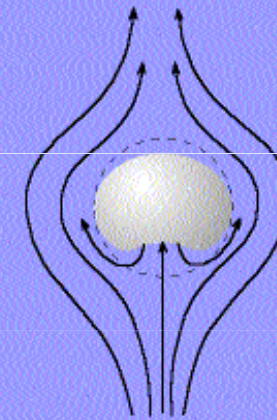
1.4 mm



Concavity of the flattened base begins.

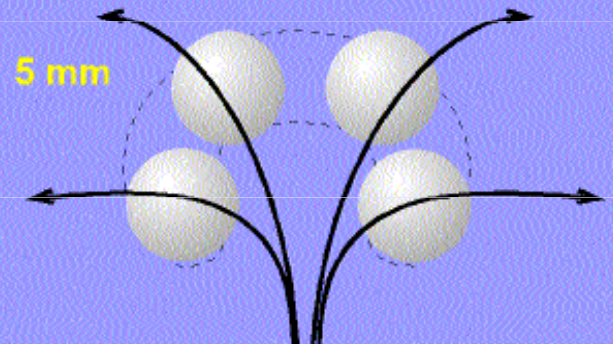


2 mm



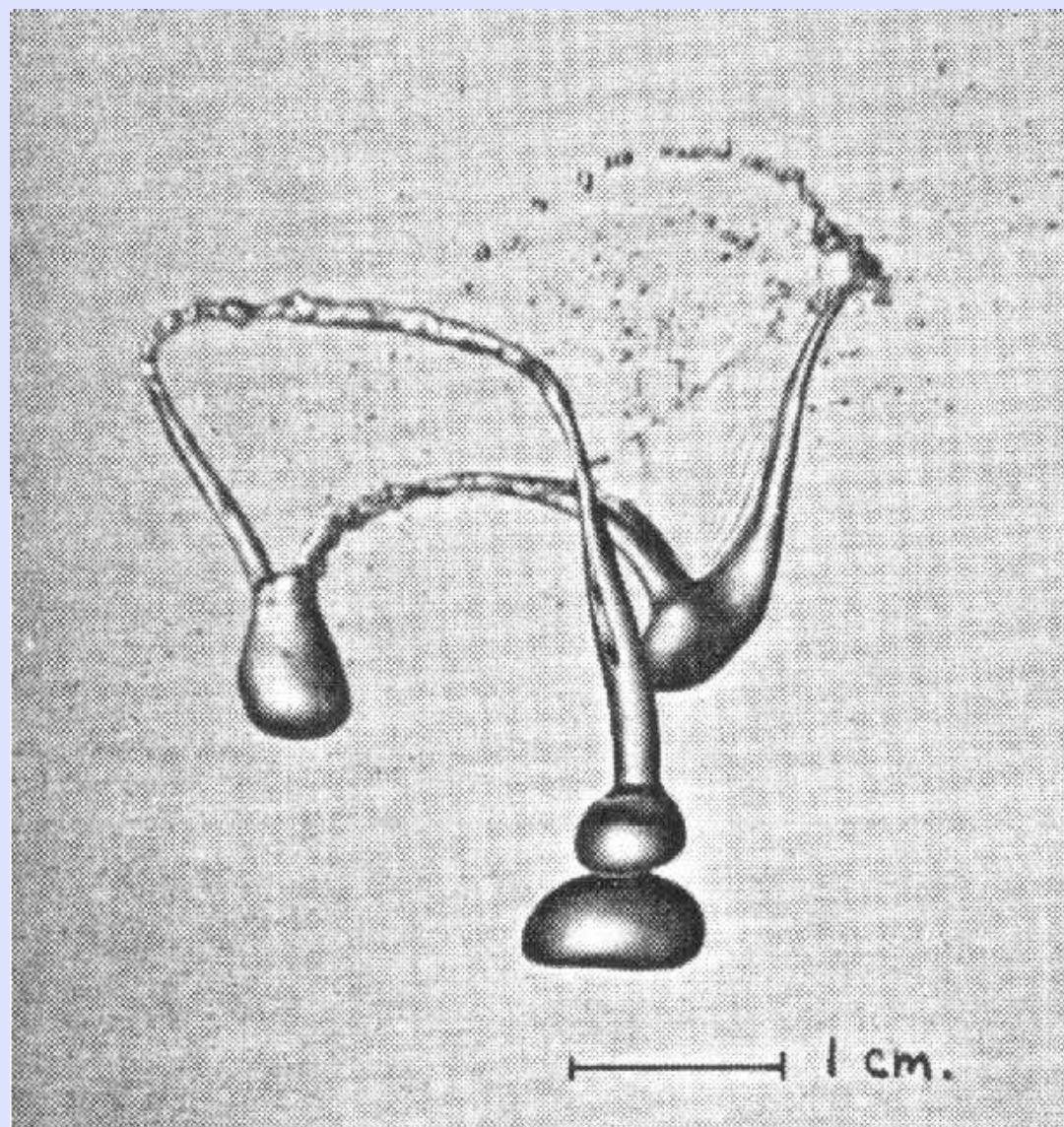
At 5mm the force of the air through which it is falling causes the drop to break up.

5 mm



Arrow Length Proportional to Rate of Fall

# Rozpad kapky při pádu



# Ovlivňování srážek

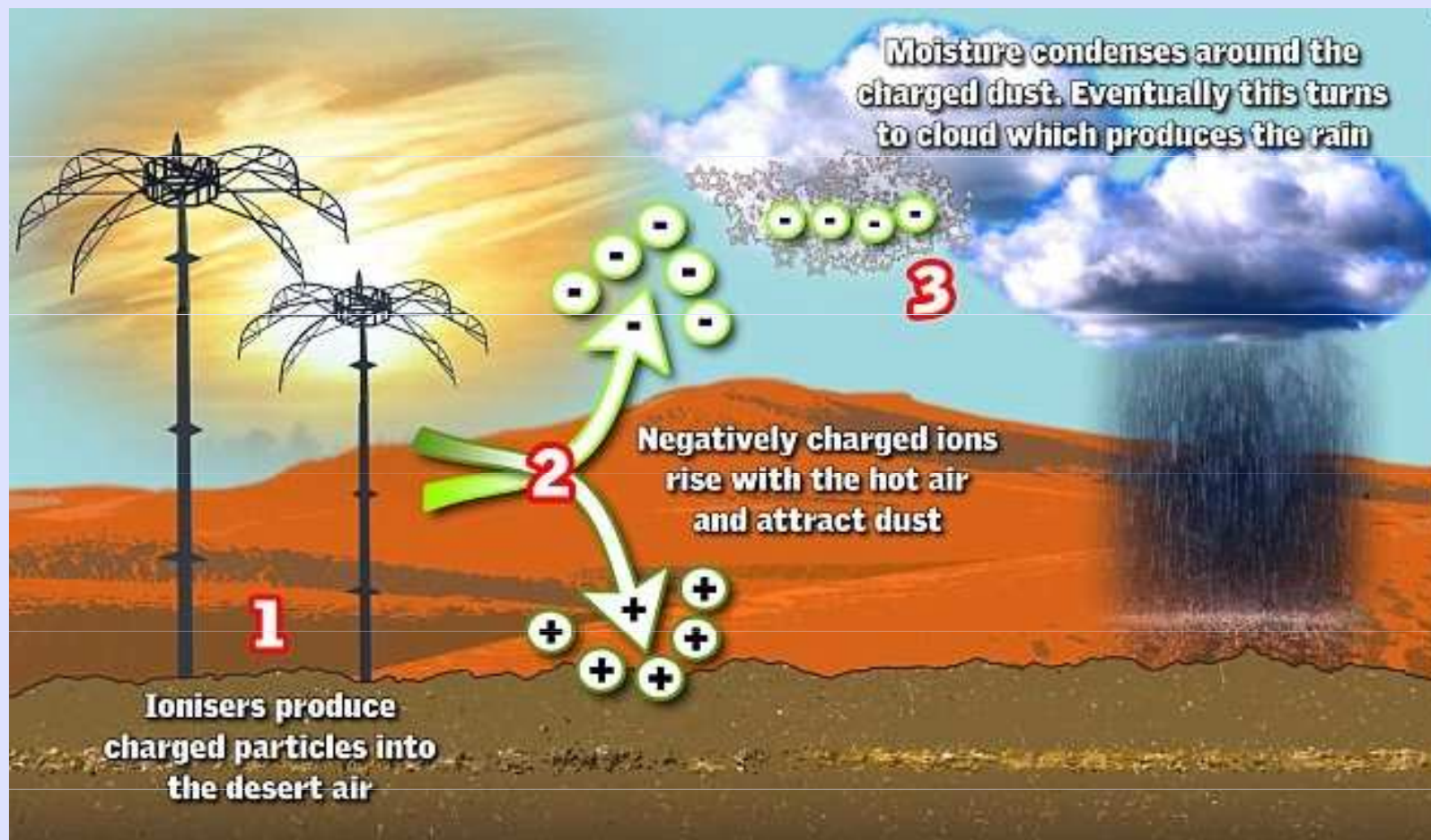
- # umělé srážky:
- # infikování oblaku kondenzačními a krystalizačními jádry
- # aplikace AgI
- # V současné době: potlačování ničivých krupobití (obřích krup)
  - Předpoklad: aplikací AgI do vtoku vzduchu do Cb vede k urychlení vzniku většího počtu menších krup
  - V praxi: Francie, Chorvatsko, USA, Řecko ...



# Příklad umělé infekce oblačnosti



# Lijáky v Abú Zabí - ?



# Konvektivní (konvekční) oblačnost

## # Příčina:

- archimedovské vztlakové síly
- podmíněná (příp. potenciální) instabilita

## # Tvar konvekční oblačnosti:

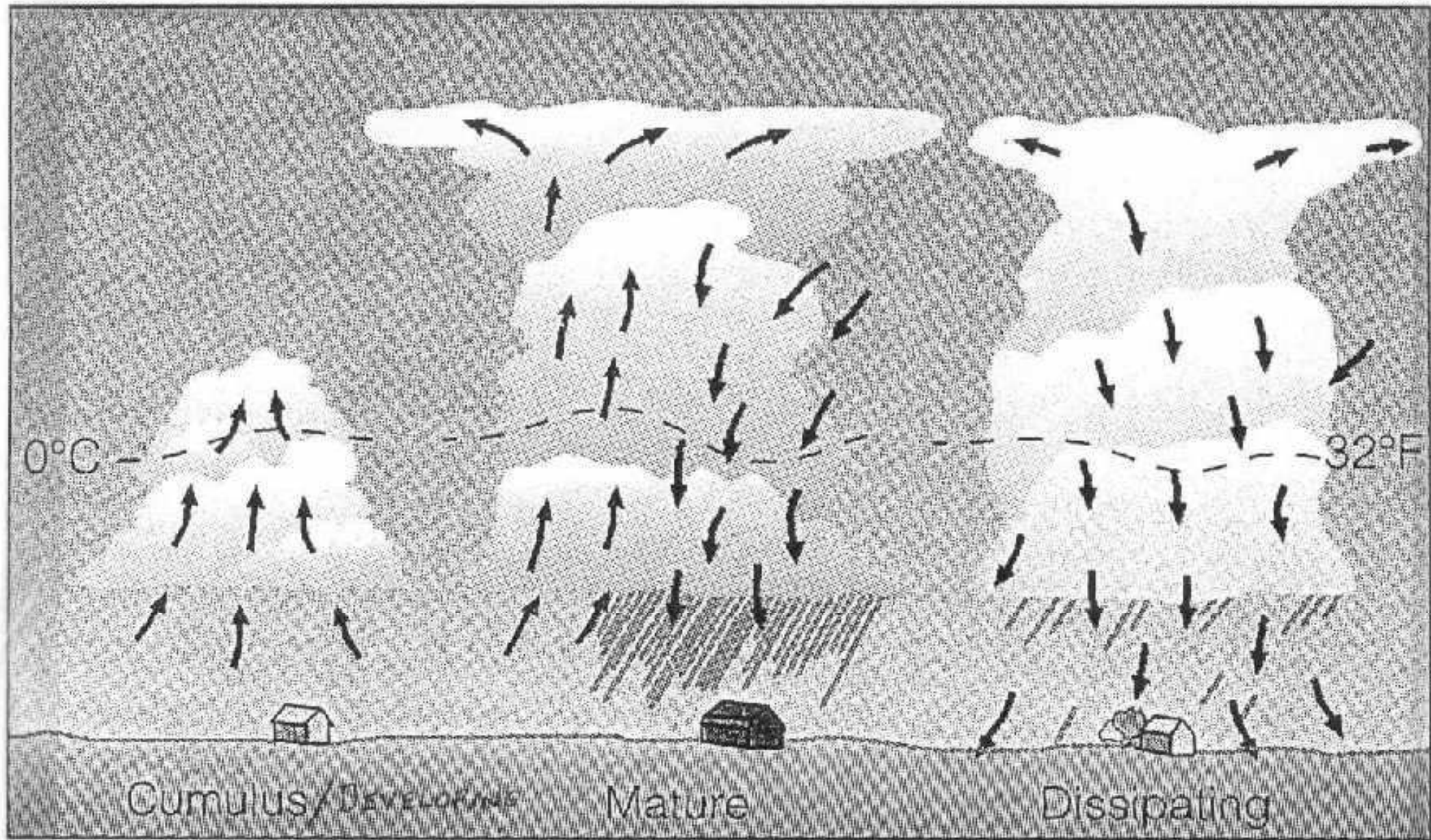
- za ideálních podmínek symetrický tvar (šestiúhelníkové Bénardovy buňky)
- v reálné atmosféře vlivem stříhu větru asymetrický tvar+proces

# Vznik a vývoj konvekční buňky

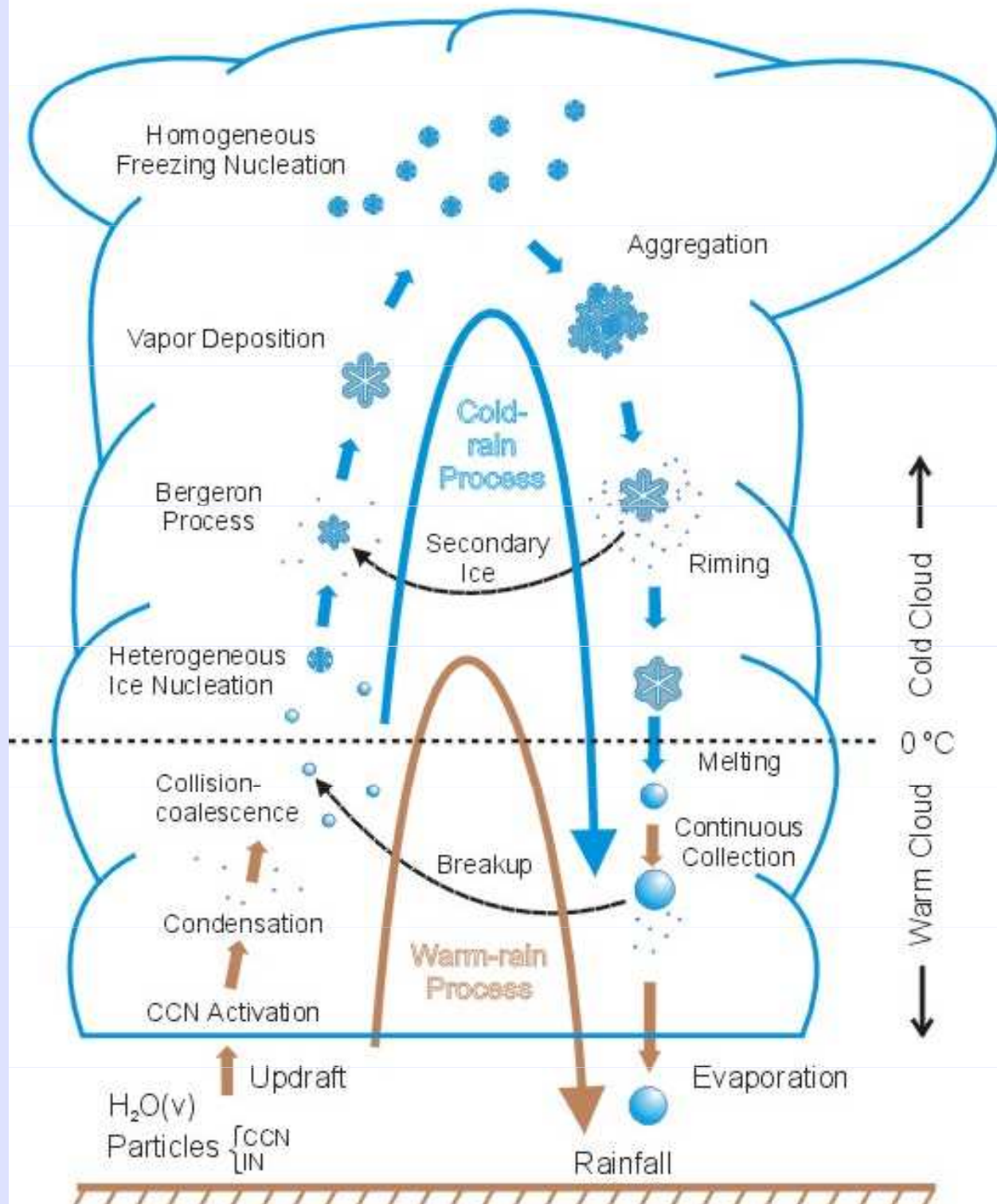
- # Symetrická buňka (nepatrný vliv stříhu větru)
- # Fáze 1
- # Fáze 2
- # Fáze 3
- # Fáze 4

# Vznik a vývoj konvekční buňky

- # Asymetrická buňka (patrný vliv stříhu větru)
- # Vliv stříhu větru
- # Vývoj



# PRECIPITATION MECHANISMS



# Úkoly pro cvičení

- # Úkol č. 1. Nakreslete závislost tlaku nasycené vodní páry na teplotě vzduchu v rozmezí  $-40$  až  $0$  st. C. nad ledem a nad vodou a vhodně znázorněte jejich rozdíl. Při jakých teplotách je rozdíl nejvyšší? Použijte Magnusův vzorec.

$$E_{wv} = E_{wv}^0 10^{\frac{8.5t}{273.16+t}}$$

$$E_{iv} = E_{iv}^0 10^{\frac{9.7t}{273.16+t}}$$

$$E_{wv}^0 = E_{iv}^0 = 6.11[hPa]$$



# Úkoly pro cvičení

---

- # Úkol č. 2. Nakreslete závislost teploty nasyceného vzduchu (tj. teploty rosného bodu) na tlaku nasycené vodní páry v rozmezí 0.2 až 6.11 hPa nad ledem a nad vodou a vhodně znázorněte jejich rozdíl. Použijte opět Magnusův vzorec. Odvod'te z něj závislost  $t_{\text{nasys}}=f(E)$ .