

Úvod do fyziky, seminář - příklady

P. Klang, R. Štoudek, Ústav fyziky kondenzovaných látek, PřF MU Brno

Kinematika

1. Ze dvou míst vzdálených od sebe 48 km vyjeli proti sobě současně auto a motorka. Auto se pohybovalo rychlostí 70 kmh^{-1} a motorka rychlostí 50 kmh^{-1} . Kdy a kde se potkají?
(24 min; 28 km od A)
2. Auto má počáteční rychlost 6 ms^{-1} a za prvních 5 s ujede dráhu 40 m. Jak velké má zrychlení, pokud se pohybuje rovnoměrně zrychleným pohybem?
($0,8 \text{ ms}^{-2}$)
3. Kámen padá volným pádem z výšky 100 m. Určete za jak dlouho a jakou rychlostí dopadne na zem.
(4,47 s; $44,7 \text{ ms}^{-1}$)
4. Při vjezdu do nádraží snížil rychlík svoji rychlost rovnoměrně z 90 kmh^{-1} na 36 kmh^{-1} na dráze 300 m. Určete jeho zpomalení a dobu brzdění.
($0,875 \text{ ms}^{-2}$; 17,1 s)
5. Těleso bylo vrženo svisle nahoru počáteční rychlostí 20 ms^{-1} . Současně z výšky, kterou toto těleso maximálně dosáhne, začne padat svisle dolů druhé těleso se stejnou počáteční rychlostí. Určete čas, vzdálenost od povrchu Země a rychlosti obou těles v bodě jejich střetu.
(0,5 s; 8,75 m; 15 ms^{-1} ; 25 ms^{-1})
6. Rychlost pohybu dešťových kapek střední velikosti za úplného bezvětří je 8 ms^{-1} . Určete rychlost větru, když směr pohybu kapek svírá se svislým směrem úhel 40° .
($6,71 \text{ ms}^{-1}$)
7. V řece široké 200 m se pohybuje loď z jednoho břehu na druhý. Pod jakým úhlem ke své dráze musí vyrazit, aby se pohybovala kolmo na druhý břeh? Rychlost proudu řeky vzhledem k břehu je 3 ms^{-1} , rychlost loď vzhledem k vodě je 5 ms^{-1} . Jaký čas potřebuje loď k tomu, aby se dostala na druhý břeh řeky?
($36,9^\circ$; 50 s)
8. Určete maximální výšku a délku letu střely, která byla vystřelena počáteční rychlostí 600 ms^{-1} pod elevačním úhlem 40° .
(7440 m; 35,5 km)
9. Jakou počáteční rychlost musí mít signální raketa vystřelená z pistole pod úhlem 45° vzhledem k vodorovné rovině, aby vzplanula v nejvyšším bodě své dráhy? Zápalná šňůra hoří 6 s a odpor vzduchu zanedbejte.
($84,9 \text{ ms}^{-1}$)
10. Z děla byla vystřelena pod úhlem 45° koule, která dopadla za 12 s do místa vzdáleného 1 km. Jakou rychlostí byla koule vystřelena? Určete nejvyšší polohu trajektorie koule a dobu, za kterou se do tohoto místa dostala.
(118 ms^{-1} ; 347 m; 8,33 s)
11. Dokažte, že umístíme-li dělo na skalní útes ve výšce h nad vodorovnou rovinou, vzroste jeho dostřel při elevačním úhlu α o hodnotu

$$\Delta d = \frac{d_0}{2} \left[\sqrt{1 + \frac{2gh}{v_0^2 \sin^2 \alpha}} - 1 \right],$$

kde d_0 je dostřel děla při témže elevačním úhlu, když se dělo nachází na vodorovné rovině.

12. Kotoučová pila se otáčí rychlostí 20 otáček za sekundu a její průměr je 100 cm. Určete periodu, úhlovou rychlost a řeznou rychlost pily. Řezná rychlost pily se rovná rychlosti bodů na obvodě. (0,05 s; 130 rads⁻¹; 62,8 ms⁻¹)
13. Vypočtete obvodovou a úhlovou rychlost kola automobilu, který jede rychlostí 108 kmh⁻¹. Kolik otáček vykonají kola automobilu za 1 s, jestliže při jednom otočení kola ujede automobil vzdálenost 2 m? (30 ms⁻¹; 94,2 rads⁻¹; 15)
14. Letadlo letí rychlostí 50 kmh⁻¹. Vrtule při jedné otáčce vykoná posuvný pohyb po dráze 4,8 m. Vypočtete úhlovou rychlost vrtule. (18,2 rads⁻¹)
15. Kolo traktoru má průměr 120 cm. Jeho úhlová rychlost je 8,5 rads⁻¹. Určete jakou rychlostí vzhledem k zemi se pohybuje nejvyšší a nejnižší bod obvodu kola a jeho střed. (10,2 ms⁻¹; 0 ms⁻¹; 5,1 ms⁻¹)
16. Hmotný bod se pohybuje po kružnici o poloměru $r = 0,1$ m tak, že jeho úhlová souřadnice (v radiánech) je dána vztahem

$$\varphi(t) = 2 + 4t^3,$$

kde t je čas měřený v sekundách.

- (a) Jaké je dostředivé zrychlení a_n tohoto bodu v čase $t = 2$ s? (230 ms⁻²)
- (b) Jaké je jeho tangenciální zrychlení a_t v témže čase? (4,8 ms⁻²)
- (c) Při jaké hodnotě φ bude jeho celkové zrychlení svírat s průvodičem úhel 45°? ($\frac{8}{3}$ rad)
17. Pohyb hmotného bodu je popsán polohovým vektorem

$$r(t) = (3 \cos(5t); 3 \sin(5t); 2t),$$

kde r je v metrech a t v sekundách. Určete okamžitou rychlost a zrychlení v libovolném čase t a načrtněte zmíněný pohyb.

18. Hmotný bod koná pohyb po kružnici s poloměrem $R = 20$ cm se stálým úhlovým zrychlením $\varepsilon = 2$ rads⁻². Vyjádřete závislost polohy bodu a velikosti obvodové rychlosti na čase. Vypočítejte tečné a normálové (tj. dostředivé) zrychlení a polohu bodu na konci 4. sekundy, když na počátku byl hmotný bod v klidu v bodě popsaném úhlovou výchylkou $\varphi = \frac{\pi}{4}$ rad. (0,4 ms⁻²; 12,8 ms⁻²)
19. Vypočítejte dráhu, kterou urazí hmotný bod konající rovnoměrně zrychlený pohyb po kružnici o poloměru R za čas t , znáte-li jeho úhlové zrychlení ε a počáteční úhlovou rychlost ω_0 .

Dynamika

1. Vlečka traktoru o hmotnosti 2 t se má posunout po vodorovné dráze. Jakého zrychlení dosáhne, když ji posunují 4 dělníci a každý z nich na ni působí silou 500 N? (1 ms^{-2})
2. Těleso, na které působí síla 0,02 N a které je na začátku v klidu, urazí za 4 s dráhu dlouhou 3,2 m. Určete hmotnost tělesa, rychlost (po 5 s) a dráhu, kterou urazí za 5 s. $(0,05 \text{ kg}; 2 \text{ ms}^{-1}; 5 \text{ m})$
3. Jaká síla mimo tíhovou musí působit na padající těleso o hmotnosti 2 kg, aby se jeho rychlost zvýšila ze 2 ms^{-1} na 20 ms^{-1} za čas 1,5 s? Odpor prostředí zanedbejte. (4 N)
4. Na nakloněné rovině s úhlem sklonu α (vzhledem k horizontální rovině) klouže těleso. Součinitel smykového tření mezi tělesem a nakloněnou rovinou je μ . Stanovte zrychlení tělesa.
5. Těleso na konci nakloněné roviny s úhlem sklonu 30° získalo jen poloviční rychlost, než kdyby se pohybovalo po nakloněné rovině bez tření. Určete součinitel smykového tření. $(0,433)$
6. Jaký je součinitel smykového tření mezi tělesem a vodorovnou rovinou, pokud se těleso o hmotnosti 225 kg, které se pohybovalo počáteční rychlostí 42 kmh^{-1} , zastavilo působením tření na dráze 48 m? $(0,145)$
7. Těleso klouže dolů po rovině skloněné pod úhlem $\alpha = 45^\circ$ se zrychlením $2,4 \text{ ms}^{-2}$. Pod jakým úhlem β musí být nakloněna tatáž rovina, aby těleso na ní klouzalo konstantní rychlostí? $(33,2^\circ)$
8. Dráha tělesa o hmotnosti 2 kg, které se pohybuje po ose x , je dána vztahem

$$x(t) = 10t^3 - 5t,$$

kde x je měřeno v metrech a t v sekundách. Najděte sílu působící na těleso, která má za následek tento pohyb.

Kmity a vlny

1. Určete amplitudu a fázovou konstantu netlumeného harmonického pohybu hmotného bodu po přímce, jestliže v čase $t_0 = 0$ s se hmotný bod vyznačuje výchylkou $x_0 = 5$ cm a rychlostí $v_0 = 20$ cms⁻¹. Frekvence pohybu je $f = 1$ Hz. (5,93 cm; 1,00 rad)
2. Těleso kmitá harmonicky s amplitudou $A = 0,12$ m a frekvencí $f = 4$ Hz. Určete:
 - (a) maximální hodnotu rychlosti a zrychlení, (3,02 ms⁻¹; 75,8 ms⁻²)
 - (b) rychlost a zrychlení při výchylce $y = 0,06$ m, (2,61 ms⁻¹; -37,9 ms⁻²)
 - (c) směr síly v bodě $y = 0,06$ m,
 - (d) čas t potřebný k tomu, aby se těleso dostalo z rovnovážné polohy do bodu o souřadnici $y = 0,06$ m. (20,8 ms)
3. Bylo pozorováno, že hmotný bod konající harmonický pohyb měl při výchylce 0,04 m rychlost 0,03 ms⁻¹ a při výchylce 0,03 m rychlost 0,04 ms⁻¹. Najděte amplitudu a úhlovou frekvenci pohybu. (0,05 m; 1 rads⁻¹)
4. Těleso visí na pružině a kmitá s periodou $T = 0,5$ s. O kolik se pružina zkrátí, když těleso odstraníme? (6,33 cm)
5. Matematické kyvadlo se skládá z hmotného bodu a nehmotného závěsu. Délka závěsu je $L = 30$ m. Je-li hmotnému bodu udělena v rovnovážné poloze rychlost $v_0 = 0,75$ ms⁻¹, jak velká bude úhlová amplituda kyvadla? Za kolik sekund urazí hmotný bod prvních 0,75 m? (2,48 °; 1,07 s)
6. Dva stejnosměrné harmonické pohyby o stejné frekvenci a amplitudách 5 cm a 6 cm se skládají v jeden harmonický pohyb o amplitudě 8 cm. Určete fázový posuv ϕ skládaných kmitů. (87,1 °)
7. Určete rovnici Lissajousovy křivky vzniklé složením kmitů:

$$x(t) = A \sin(\omega t), \quad y(t) = 2A \sin(2\omega t).$$

8. Hmotný bod koná lineární harmonický pohyb s frekvencí 500 Hz a amplitudou výchylky 0,02 cm. Stanovte střední hodnotu rychlosti a zrychlení při pohybu z krajní do rovnovážné polohy. Určete rovněž hodnotu maximální rychlosti a maximálního zrychlení. (-40 cms⁻¹; -126 000 cms⁻²; 62,8 cms⁻¹; 197 000 cms⁻²)
9. Určete amplitudu, vlnovou délku a rychlost postupné vlny:
 - (a) $y(x, t) = 2 \sin(10t - 5x)$, (2 m; 1,26 m; 2 ms⁻¹)
 - (b) $y(x, t) = 0,4 \sin 2\pi(8t - x)$, (0,4 m; 1 m; 8 ms⁻¹)
 - (c) $y(x, t) = 5 \sin 0,25\pi(t - x/6)$, (5 m; 48 m; 6 ms⁻¹)
 kde x a y je v metrech a t v sekundách.
10. Určete frekvenci vlnění na vodní hladině, je-li délka vlny 2 cm a vlnění se šíří rychlostí 23 cms⁻¹. (11,5 Hz)
11. Vypočtete vlnovou délku zvukového vlnění o kmitočtu 1 kHz, které se šíří ve vzduchu rychlostí 340 ms⁻¹, ve vodě rychlostí 1440 ms⁻¹ a v hliníku rychlostí 5100 ms⁻¹, v těchto prostředích. (0,34 m; 1,44 m; 5,1 m)
12. Zapište rovnici vlnění, které má frekvenci 1 kHz, amplitudu výchylky 0,3 mm a postupuje rychlostí 340 ms⁻¹. Vektor rychlosti šíření vlnění je orientován nesouhlasně se směrem osy x .

13. Stanovte fázový rozdíl mezi dvěma body ležícími na přímce rovnoběžné se směrem šíření vlnění, je-li jejich vzájemná vzdálenost $x_2 - x_1 = 1,7$ m. Rychlost šíření vlnění je $c = 340 \text{ ms}^{-1}$ a perioda $T = 0,002$ s. (15,7 rad)
14. Interferencí postupného a odraženého rovinného vlnění se vytvořilo ve skleněné trubici naplněné vzduchem stojaté vlnění. Vzdálenost dvou sousedních uzlů je 7 cm, rychlost šíření vlnění je $c = 340 \text{ ms}^{-1}$. Určete frekvenci vlnění. (2430 Hz)
15. Jakou rychlostí se pohyboval závodní motocykl, jestliže poměr kmitočtu blížícího se vozidla a kmitočtu vzdalujícího se vozidla byl pro stojícího pozorovatele 5/4 (velká tercie)? Rychlost zvuku je $c = 340 \text{ ms}^{-1}$. (136 kmh^{-1})

Zákony zachování

1. Signalizační raketa o hmotnosti 60 g vystřelí 6 g plynu v jednom směru a získá tím rychlost 35 ms^{-1} . Jaká je rychlost vystřelených plynů? (315 ms^{-1})
2. Vozík s pískem o hmotnosti 10 kg se pohybuje rovnoměrně přímočaře rychlostí 1 ms^{-1} . Proti němu je vržena koule o hmotnosti 2 kg rychlostí 7 ms^{-1} . Koule uvízne v písku. Jakou rychlostí a jakým směrem se bude pohybovat vozík společně s uvízlou koulí? ($\frac{1}{3} \text{ ms}^{-1}$)
3. Neutron se čelně srazí s jádrem uhlíku ${}^{12}_6\text{C}$, které bylo původně v klidu. Srážka je ideálně pružná a neutron se odrazí od jádra v přesně opačném směru, než byl původní směr jeho rychlosti. Jak se změní jeho kinetická energie po srážce? Určete poměrem energie neutronu po srážce ku energii neutronu před srážkou. ($\frac{121}{169}$)
4. Pohybující se částice o hmotnosti m se srazila s částicí o hmotnosti M , která byla původně v klidu. Částice m se po srážce odchýlila o 90° a částice M o 30° od původního směru pohybu částice m . Jak se změnila kinetická energie soustavy po srážce $\frac{\Delta E_{kin}}{E_{kin}}$, jestliže $\frac{M}{m} = 5$? (-0,4)
5. Střela o hmotnosti 5 g byla vystřelena vodorovně do kostky dřeva o hmotnosti 3 kg, která ležela na vodorovné rovině. Střela v kostce uvázla a posunula ji po dráze 0,25 m. Určete původní rychlost střely, když součinitel smykového tření mezi kostkou a rovinou byl 0,2. (601 ms^{-1})
6. Střela o hmotnosti 20 g zasáhne rychlostí $v_0 = 400 \text{ ms}^{-1}$ strom. Do jaké hloubky pronikne, jestliže průměrný odpor dřeva je roven $F = 10 \text{ kN}$? (16 cm)
7. Těleso o hmotnosti 0,8 kg je vymrštěno svisle vzhůru. Ve výšce $h = 10 \text{ m}$ má kinetickou energii $E_{kin} = 200 \text{ J}$. Jaké maximální výšky dosáhne? (35 m)
8. Jaký je největší možný pracovní výkon vodního mlýnu poháněného vodou, která padá z výšky $h = 10 \text{ m}$, když za jednu sekundu na něj dopadne 150 l vody? (15 kW)
9. Jaká je hmotnost automobilu, který se pohybuje po vodorovné cestě rychlostí $v = 50 \text{ kmh}^{-1}$ při výkonu motoru $P = 7 \text{ kW}$? Koeficient tření je $\mu = 0,07$. (720 kg)