INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Ústav fyzikální elektroniky
Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita, Brno

Fyzikální praktikum 4

Koherenční délka

jarní semestr 2013

1 Koherenční délka

Z praktického hlediska můžeme přibližně říci, že světlo je koherentní, pokud „dobře interferuje". Představme si, že zdroj vyzařuje monochromaticky harmonickou vlnu pouze omezenou dobu. Poté se fáze náhodně změní a situace se opakuje. Označme střední hodnotu doby trvání této sinusoidy τ_0. Její „oříznutí" se projeví frekvenčním rozšířením příslušné čáry ve spektru přibližně podle vztahu

$$\Delta\nu \approx \frac{1}{\tau_0}.$$

Za střední dobu τ_0 světlo urazí dráhu

$$l_c = c\tau_0 = \frac{c}{\Delta\nu}.$$

Protože

$$|\Delta\nu| = \frac{c}{\lambda^2}|\Delta\lambda|,$$

pro koherenční délku dostaneme vztah

$$l_c = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}.$$

Při interferenci obvykle původní světlo rozdělíme na dva či více svazků a ty vzájemně zpozdíme. Význam koherenční délky spočívá v tom, že pokud vzájemný dráhový rozdíl mezi svazky překročí koherenční délku, interference vymizí, neboť svazky již nadále nejsou koherentní (vzájemný fázový rozdíl je pak náhodný a interferenční člen vymizí). Pro bílé světlo ($\lambda \approx 500\,\mathrm{nm}$, $\Delta\lambda \approx 300\,\mathrm{nm}$) je koherenční délka $l_c \approx 0{,}8\,\mu\mathrm{m}$. Proto pozorujeme interferenci např. na mýdlových bublinách, olejových vrstvách, ale ne na skleněné okenní tabuli.

Pro případ monochromatického světla a dvou svazků o intenzitách I_1 a I_2 lze pro výslednou intenzitu psát

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\phi,$$

kde fázový rozdíl $\Delta\phi = k\Delta\mathcal{S} = \frac{2\pi}{c}\nu\Delta\mathcal{S}$ a $\Delta\mathcal{S}$ je (optický) dráhový rozdíl. Pro téměř monochromatické světlo, vyzařované např. atomem na jedné spektrální čáře, zaveďme pro oba svazky stejný intenzitní spektrální profil $f(\nu)$ normovaný $\int f(\nu)\mathrm{d}\nu = 1$. Protože jednotlivé spektrální příspěvky se sčítají nekoherentně, dostaneme pro výslednou intenzitu čáry

$$I = \int [I_1 f(\nu) + I_2 f(\nu) + 2\sqrt{I_1 I_2} f(\nu)\cos(\frac{2\pi}{c}\nu\Delta\mathcal{S})]\mathrm{d}\nu.$$

Tedy

$$I = \int I_1 f(\nu)\mathrm{d}\nu + \int I_2 f(\nu)\mathrm{d}\nu + 2\int \sqrt{I_1 I_2} f(\nu)\cos(\frac{2\pi}{c}\nu\Delta\mathcal{S})\mathrm{d}\nu$$

Po částečné integraci

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \int f(\nu)\cos(\frac{2\pi}{c}\nu\Delta\mathcal{S})\mathrm{d}\nu.$$

Ve zbylém integrálu rozšíříme argument kosinu o frekvenci ve středu čáry ν_0

$$\int f(\nu)\cos(\frac{2\pi}{c}\nu\Delta\mathcal{S})\mathrm{d}\nu = \int f(\nu)\cos(\frac{2\pi}{c}(\nu-\nu_0)\Delta\mathcal{S} + \frac{2\pi}{c}\nu_0\Delta\mathcal{S})\mathrm{d}\nu$$

a kosinus rozepíšeme

$$\int f(\nu)[\cos(\frac{2\pi}{c}(\nu-\nu_0)\Delta\mathcal{S})\cos(\frac{2\pi}{c}\nu_0\Delta\mathcal{S}) - \sin(\frac{2\pi}{c}(\nu-\nu_0)\Delta\mathcal{S})\sin(\frac{2\pi}{c}\nu_0\Delta\mathcal{S})]\mathrm{d}\nu.$$

Kosiny obsahující pouze ν_0 vytkneme mimo integrál

$$\overbrace{[\int f(\nu)\cos(\frac{2\pi}{c}(\nu)-\nu_0)\Delta\mathcal{S})\mathrm{d}\nu]}^{\gamma^{(r)}}\cos(\frac{2\pi}{c}\nu_0\Delta\mathcal{S}) - \overbrace{[\int f(\nu)\sin(\frac{2\pi}{c}(\nu-\nu_0)\Delta\mathcal{S})\mathrm{d}\nu]}^{\xi^{(r)}}\sin(\frac{2\pi}{c}\nu_0\Delta\mathcal{S})$$

protože pro spektrální čáru je $|\nu - \nu_0| \ll \nu_0$, integrály jsou velmi pomalou funkcí $\Delta\mathcal{S}$

$$\gamma^{(r)} = \int f(\nu)\cos(\frac{2\pi}{c}(\nu-\nu_0)\Delta\mathcal{S})\mathrm{d}\nu$$

$$\xi^{(r)} = \int f(\nu)\sin(\frac{2\pi}{c}(\nu-\nu_0)\Delta\mathcal{S})\mathrm{d}\nu.$$

Při symetrickém profilu je navíc $\xi^{(r)} = 0$, takže

$$I = I_1 + I_2 + 2\gamma^{(r)}\sqrt{I_1 I_2}\ \cos(\frac{2\pi}{c}\nu_0\Delta\mathcal{S}). \tag{1}$$

$\gamma^{(r)}$ má tedy význam stupně koherence. Viditelnost interferenčního jevu je definována jako

$$\mathcal{V} = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\min} + I_{\max}}.$$

Po dosazení extrémních hodnot z (1)

$$\mathcal{V} = \frac{2\gamma^{(r)}\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}.$$

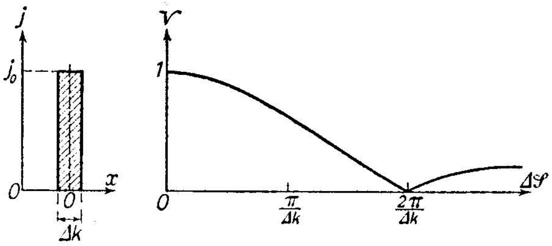
Pro $I_1 = I_2$ je viditelnost interferenčního jevu rovna stupni koherence

$$\mathcal{V} = \gamma^{(r)}.$$

Význam předešlého závěru spočívá v tom, že analýzou interferenčních obrazců dokážeme stanovit závislost viditelnosti jevu a tedy i stupně koherence na dráhovém rozdílu. Protože ten je Fourierovou transformací spektrálního profilu, lze zpětnou transformací získat původní spektrální profil. Na tom jsou založeny spektrometry s Fourierovou transformací (např. FTIR). Příklady provázanosti spektrálního profilu a viditelnosti interferenčního jevu jsou na obrázku 1.

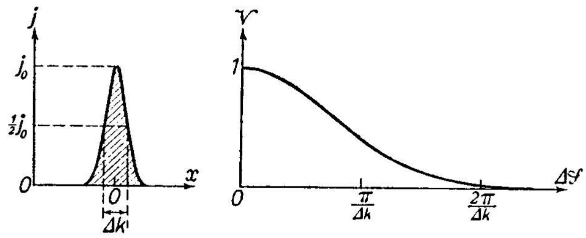
2 Vybavení

V praktiku je k dispozici školní verze Michelsonova interferometru, Newtonova skla a další uspořádání pro pozorování interferenčních jevů.



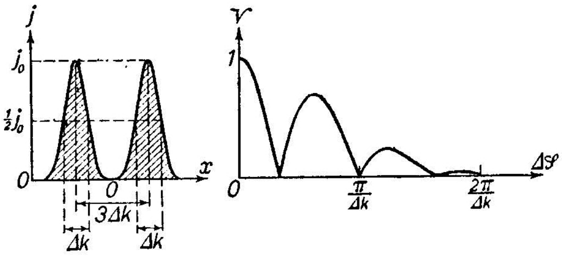
(a)

$$= j_0 \quad \text{when} \quad |x| \leqslant \tfrac{1}{2}\Delta k,$$
$$= 0 \quad \text{when} \quad |x| > \tfrac{1}{2}\Delta k,$$
$$\mathscr{V} = \frac{|\sin(\frac{1}{2}\Delta k \Delta\mathscr{S})|}{|\frac{1}{2}\Delta k \Delta\mathscr{S}|}.$$



(b)

$$= j_0 e^{-\alpha^2 x^2},$$
$$\mathscr{V} \sim e^{-\left(\frac{\Delta\mathscr{S}}{2\alpha}\right)^2}.$$

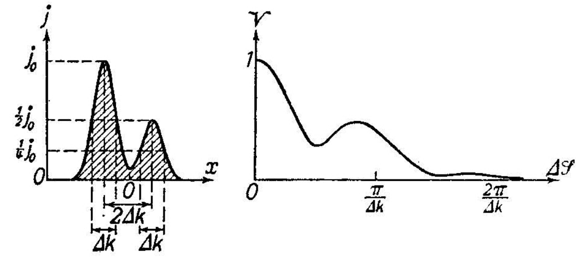


(c)

$$j = j_0 e^{-(\alpha x+\beta)^2} + j_0 e^{-(\alpha x-\beta)^2},$$
$$\mathscr{V} \sim e^{-\left(\frac{\Delta\mathscr{S}}{2\alpha}\right)^2} \left|\cos\left(\frac{\beta}{\alpha}\Delta\mathscr{S}\right)\right|,$$

with

$$\frac{\beta}{\alpha\Delta k} = \frac{3}{2}.$$



(d)

$$j = j_0 e^{-(\alpha x+\beta)^2} + \tfrac{1}{2} j_0 e^{-(\alpha x-\beta)^2},$$
$$\mathscr{V} \sim \tfrac{1}{3} e^{-\left(\frac{\Delta\mathscr{S}}{2\alpha}\right)^2} \sqrt{5 + 4\cos\left(\frac{2\beta}{\alpha}\Delta\mathscr{S}\right)},$$

with

$$\frac{\beta}{\alpha\Delta k} = 1.$$

Obrázek 1: Viditelnost interferenčního jevu pro různé spektrální profily, odvozená za předpokladu kvazimonochromatičnosti světla. V obrázcích b), c), d) je $\Delta k = 2\sqrt{\ln 2}/\alpha = 1{,}66/\alpha$.

Úkoly

1. Okalibrujte převod polohy mezi mikrometrickým šroubem a polohou zrcadla na zdroji se známou vlnovou délkou. Kalibraci otestujte na jiném známém zdroji.
2. Připravte optickou lavici pro pozorování interference na Michelsonově interferometru. Vyzkoušejte různá uspořádání (proužky stejné tloušťky, stejného sklonu). Použijte laser a vysokotlakou sodíkovou výbojku.
3. Proměřte viditelnost vysokotlakou sodíkovou výbojku, použijte kameru a digitalizér pro záznam interferenčních obrazců a vyhodnocení viditelnosti. Stanovte viditelnost jako funkci polohy zrcadla nebo jako funkci polohy v určitém interferenčním obrazci.
4. Odhadněte spektrální profil výbojky a jeho rozšíření.
5. Svůj odhad otestujte proměřením spektra výbojky mřížkovým spektrometrem.

Reference

[1] Malý Petr 2008 Optika. Praha:Karolinum.

[2] Born M and Wolf E 1970 Principles of Optics. Pergamon Press.