M5201 – 7. CVIČENÍ: ***Generování a porovnávání procesů typu I(0) a I(1)***

1 Procesy nestacionární ve střední hodnotě

Až dosud jsme uvažovali víceméně pouze procesy (slabě) stacionární. V reálných situacích se však se stacionárními procesy setkáváme pouze zřídka.

Obecně rozlišujeme dva druhy *nestacionarity*:

- nestacionarita ve střední hodnotě
- nestacionarita v rozptylu (zabývali jsme se jí v 5. cvičení – viz Transformace stabilizující rozptyl)

1.1 Procesy nestacionární ve střední hodnotě

U procesů nestacionárních ve střední hodnotě je třeba odlišovat dva různé pojmy:

1.1.1 Deterministický trend

– **nestacionaritu ve střední hodnotě chápeme jako funkci času**, tj. k jejímu modelování použijeme regresní modely trendu (viz 3. a 4. cvičení), např.

$$\text{polynomický trend:} \qquad f(t) = \beta_0 + \beta_1 t + \cdots + \beta_d t^d$$

$$\text{periodický trend:} \qquad f(t) = \mu + \sum_{j=1}^{p} (\alpha_j \cos \lambda_j t + \beta_j \sin \lambda_j t)$$

1.1.2 Stochastický trend

U $ARMA$ procesů jsme jako podmínku stacionarity požadovali, aby všechny kořeny polynomu

$$\Phi(z) = 1 - \varphi_1 z - \varphi_2 z^2 - \cdots - \varphi_p z^p$$

ležely vně jednotkové kružnice, tj. aby proces byl kauzální. Pokud ale nějaký kořen leží

- **na jednotkové kružnici**, mluvíme o procesu **nestacionárním se stochastickým trendem**,
- **uvnitř jednotkové kružnice**, mluvíme o procesu **nestacionárním explozivního typu**.

První případ, tedy nestacionární proces se stochastickým trendem, lze převést na stacionární proces pomocí **diferencování**. K tomu se zavádí tzv. **diferenční operátor**:

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} = (1 - B) Y_t$$

Diferenční operátor je možné použít i dvakrát či vícekrát

$$\Delta^2 Y_t = \Delta(Y_t - Y_{t-1}) = Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-2}$$

Nestacionární proces se stochastickým trendem se nazývá obecně **integrovaný model** a značí se $I(1), I(2), \ldots$ (číslo v závorce značí, kolikrát musíme řadu diferencovat, abychom se zbavili stochastického trendu). Proces, který má pouze deterministický trend, se pak značí $I(0)$.

2 Náhodná procházka

Náhodná procházka je náhodný proces daný vztahem

$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

Proces náhodné procházky je limitním případem procesu $AR(1)$, kde $\varphi_1 = 1$.

Protože ale polynom $\Phi(z) = 1 - \varphi_1 z$ má jediný kořen, který leží na jednotkové kružnici, není splněna podmínka stacionarity náhodného procesu.

Jednoduše lze spočítat střední hodnotu a rozptyl náhodné procházky:

$$E(Y_t) = 0$$
$$D(Y_t) = t\sigma^2$$

Náhodná procházka je tedy nestacionární proces, protože její rozptyl s časem roste.

Autokorelační a parciální autokorelační funkce mají tyto vlastnosti:

(a) hodnoty $ACF = \varrho(k)$ klesají velmi pomalu (lineárně)

(b) hodnoty $PACF = \alpha(k)$ jsou velmi podobné procesu $AR(1)$

Příklad 1

Podívejme se nyní na konkrétní realizaci procesu náhodné procházky. Budeme generovat časovou řadu obsahující 500 simulovaných hodnot náhodné procházky. K tomu nejprve vygenerujeme 500 hodnot bílého šumu. Jako bílý šum zvolíme nezávislé náhodné veličiny se standardizovaným normálním rozdělením, a proto při generování použijeme funkci `rnorm()`.

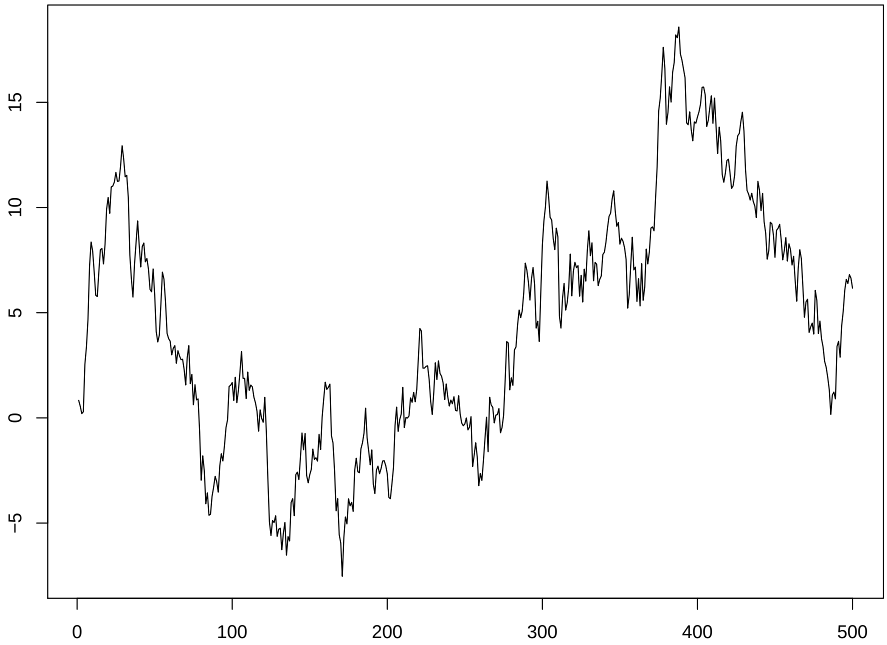
```
> e <- rnorm(500)
```

S pomocí bílého šumu již snadno nasimulujeme náhodnou procházku. Stačí vyjít z jednoduché úpravy vztahu

$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad \Rightarrow \quad Y_t = \sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i$$

Simulovanou náhodnou procházku následně vykreslíme.

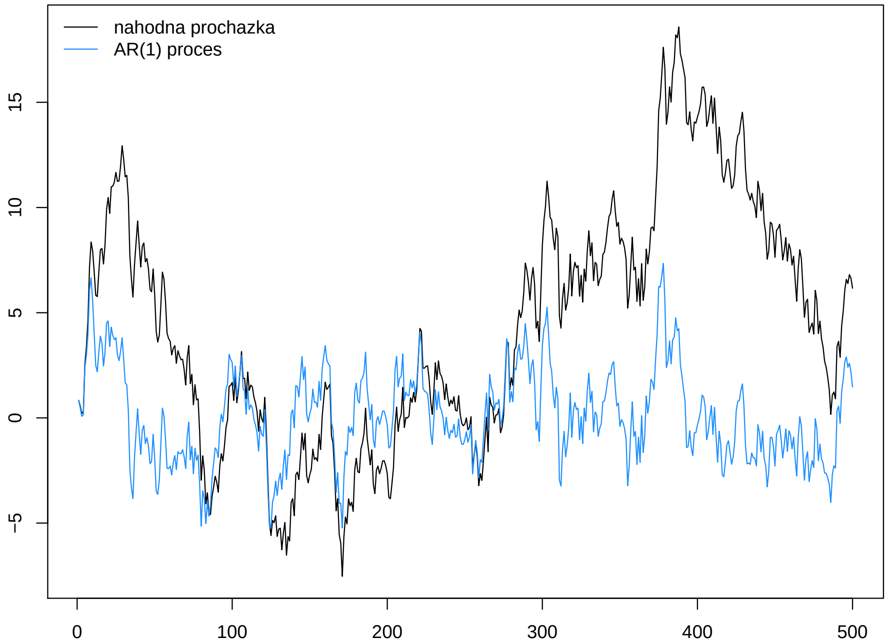
```
> rw.nd <- cumsum(e)
> par(mar = c(2, 2, 1, 0) + 0.05)
> plot(rw.nd, type = "l", xlab = "t")
```



Obrázek 1: Náhodná procházka

Jak bylo řečeno, náhodná procházka je limitním případem $AR(1)$ procesu, kde $\varphi_1 = 1$. Proto nyní pro srovnání nasimulujme hodnoty $AR(1)$ procesu s parametrem $\varphi = 0.9$, přičemž k tomu použijeme již dříve vygenerované hodnoty bílého šumu, které jsme uložili do vektoru `e`. Z obrázku si pak budeme moci udělat představu o tom, jak se od sebe liší $AR(1)$ proces a náhodná procházka.

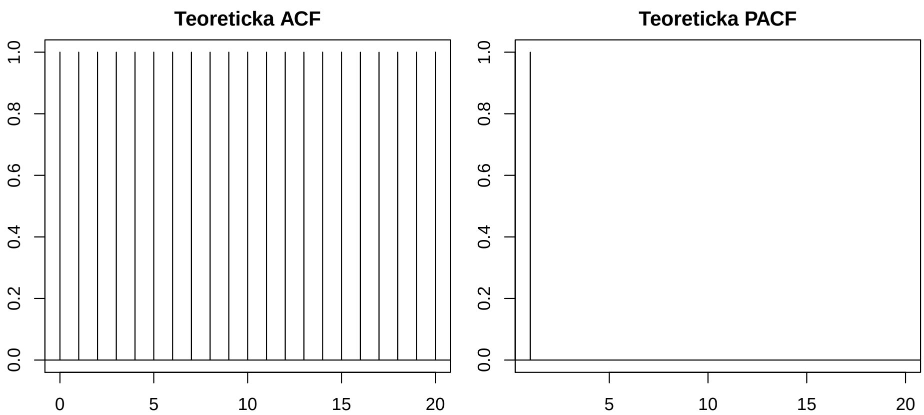
```
> ar1 <- 1:500
> ar1[1] <- e[1]
> for (i in 2:500) {
     ar1[i] <- 0.9 * ar1[i - 1] + e[i]
 }
> par(mar = c(2, 2, 1, 0) + 0.05)
> plot(rw.nd, type = "l", xlab = "t", ylab = "")
> lines(1:500, ar1, col = "dodgerblue")
> legend("topleft", legend = c("nahodna prochazka", "AR(1) proces"),
     col = c("black", "dodgerblue"), lty = c(1, 1), bty = "n")
```



Obrázek 2: Porovnání náhodné procházky s $AR(1)$ procesem $Y_t = 0.9Y_{t-1} + \varepsilon_t$

Pomocí funkce `ARMAacf` si můžeme vykreslit teoretickou autokorelační a parciální autokorelační funkci náhodné procházky.

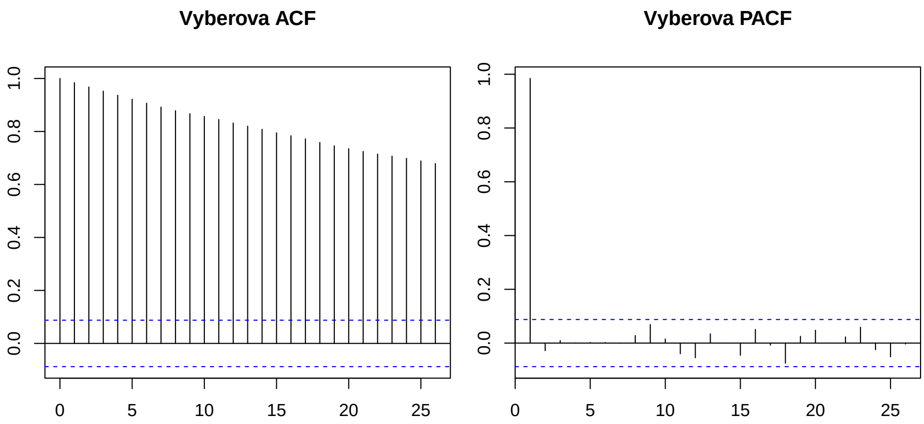
```
> par(mfrow = c(1, 2), mar = c(2, 2, 2, 1) + 0.05)
> tARacf <- ARMAacf(ar = 1, lag.max = 20)
> plot(0:(length(tARacf) - 1), tARacf, type = "h", main = "Teoreticka ACF",
    xlab = "k", ylim = c(0, 1))
> abline(h = 0)
> tARpacf <- ARMAacf(ar = 1, lag.max = 20, pacf = TRUE)
> plot(1:length(tARpacf), tARpacf, type = "h", main = "Teoreticka PACF",
    xlab = "k", ylim = c(0, 1))
> abline(h = 0)
```



Obrázek 3: Teoretická autokorelační a parciální autokorelační funkce náhodné procházky.

Nyní si prohlédněme výběrovou autokorelační a parciální autokorelační funkci simulované náhodné procházky.

```
> par(mfrow = c(1, 2), mar = c(2, 2, 3, 1) + 0.05)
> acf(rw.nd, xlab = "k", main = "Vyberova ACF")
> pacf(rw.nd, xlab = "k", main = "Vyberova PACF")
```

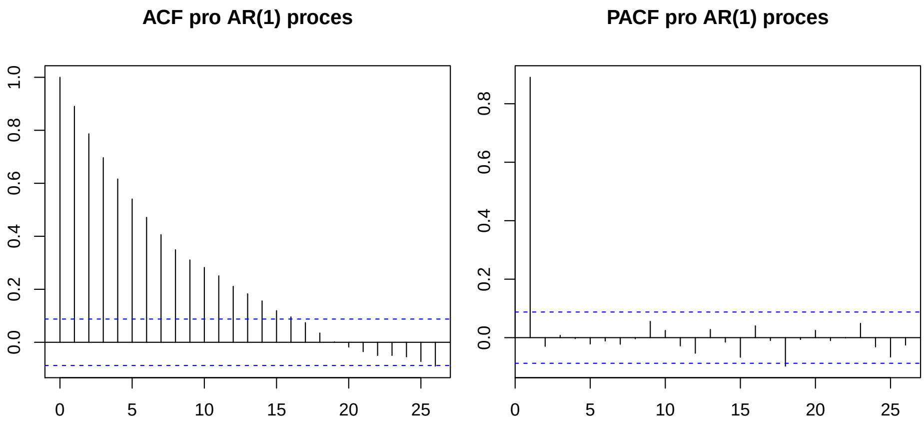


Obrázek 4: Výběrová autokorelační a parciální autokorelační funkce náhodné procházky.

Vidíme, že autokorelační funkce u náhodné procházky klesá pomalu a pouze lineárně. Parciální autokorelační funkce je u náhodné procházky významně nenulová pouze pro $k = 1$, všude jinde leží její hodnoty v 95% pásu spolehlivosti kolem nuly pro bílý šum, a jsou tudíž zanedbatelně malé.

Předchozí výsledky týkající se korelace mezi hodnotami časové řady ještě porovnejme s $AR(1)$ procesem.

```
> par(mfrow = c(1, 2), mar = c(2, 2, 3, 1) + 0.05)
> acf(ar1, xlab = "k", main = "ACF pro AR(1) proces")
> pacf(ar1, xlab = "k", main = "PACF pro AR(1) proces")
```



Obrázek 5: Výběrová autokorelační a parciální autokorelační funkce $AR(1)$ procesu

Autokorelační funkce $AR(1)$ procesu klesá k nule exponenciálně, v porovnání s náhodnou procházkou tedy podstatně rychleji. Parciální autokorelační funkce se ale v případě $AR(1)$ procesu při zběžném pohledu nijak zásadně neliší od PACF pro náhodnou procházku.

Nyní se podívejme, jak se situace změní, jestliže na náhodnou procházku aplikujeme diferenční operátor.

Náhodná procházka je dána vztahem

$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

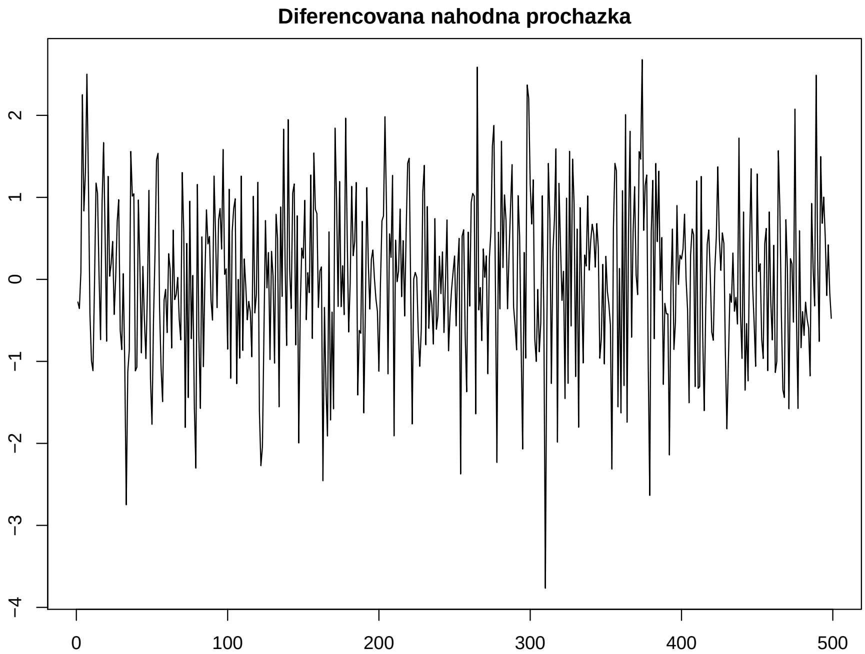
a diferenční operátor je definován jako $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$, takže jednoduchou úpravou, kdy Y_{t-1} převedeme z pravé strany na levou, dostaneme následující výraz pro diferencovanou náhodnou procházku

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} = \varepsilon_t.$$

To znamená, že pokud diferencujeme náhodnou procházku, jako výslednou časovou řadu dostaneme bílý šum.

Podívejme se, jak se diferencování projeví na naší simulované náhodné procházce. Diferencování provedeme v R pomocí funkce `diff()`.

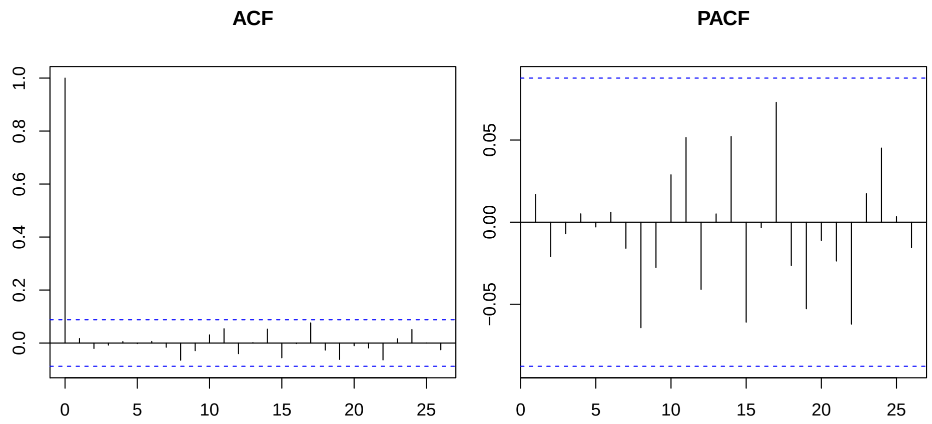
```
> par(mfrow = c(1, 1), mar = c(2, 2, 2, 1) + 0.05)
> dif.rw.nd <- diff(rw.nd)
> plot(dif.rw.nd, type = "l", xlab = "t", main = "Diferencovana nahodna prochazka")
```



Obrázek 6: Diferencovaná náhodná procházka $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} = \varepsilon_t$

Vykreslíme-li graf autokorelační a parciální autokorelační funkce pro diferencovanou náhodnou procházku, vidíme že hodnoty časové řady nejsou korelované, což odpovídá přesně bílému šumu.

```
> par(mfrow = c(1, 2), mar = c(2, 2, 3, 1) + 0.05)
> acf(dif.rw.nd, xlab = "k", main = "ACF")
> pacf(dif.rw.nd, xlab = "k", main = "PACF")
```



Obrázek 7: Výběrová autokorelační a parciální autokorelační funkce diferencované náhodné procházky

3 Náhodná procházka s posunutím

V praxi se často používá modifikace náhodné procházky označovaná jako **náhodná procházka s posunutím** (random walk with drift). Tento proces lze popsat rovnicí

$$Y_t = \beta + Y_{t-1} + \varepsilon_t, \qquad \beta \in \mathbb{R}$$

Ačkoliv to na první pohled není zcela zřejmé, je v tomto náhodném procesu obsažen deterministický lineární trend. Stačí postupně upravovat předchozí rovnici

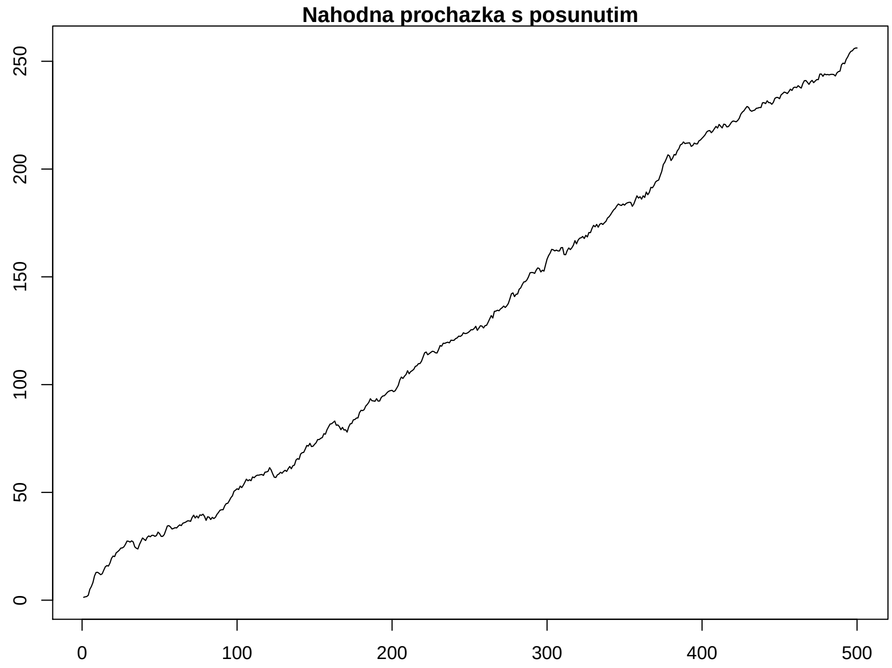
$$Y_t = \beta + Y_{t-1} + \varepsilon_t = 2\beta + Y_{t-2} + \varepsilon_t + \varepsilon_{t-1} = \dots = \underbrace{Y_0 + \beta t}_{\text{lin. det. trend}} + \sum_{j=1}^{t} \varepsilon_j \tag{1}$$

<u>Příklad 2</u>
Nyní nasimulujeme náhodnou procházku s posunutím $\beta = 0,5$, tj.

$$Y_t = 0.5 + Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Při simulaci využijeme vztah (1). Nejprve si zvlášť vytvoříme vektor s lineárním trendem a k němu poté přičteme náhodnou procházku, kterou jsme vygenerovali již dříve (tj. kumulativní součty bílého šumu). Vzniklou náhodnou procházku s posunutím poté vykreslíme.

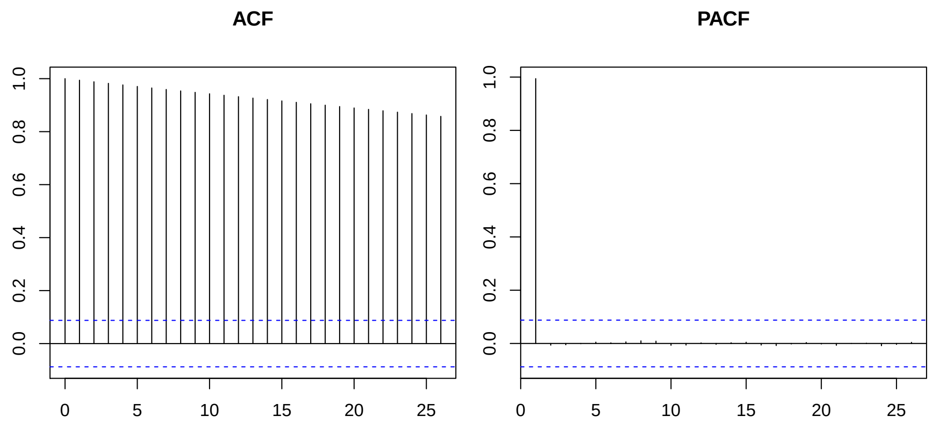
```
> par(mfrow = c(1, 1), mar = c(2, 2, 1, 0) + 0.05)
> trd <- 1:500
> rw.wd <- 0.5 * trd + cumsum(e)
> plot(rw.wd, type = "l", xlab = "t", main = "Nahodna prochazka s posunutim")
```



Obrázek 8: Simulace náhodné procházky s posunutím $Y_t = 0.5 + Y_{t-1} + \varepsilon_t$

Prohlédněme si autokorelační a parciální autokorelační funkci vygenerované náhodné procházky s posunutím.

```
> par(mfrow = c(1, 2), mar = c(2, 2, 3, 1) + 0.05)
> acf(rw.wd, xlab = "k", main = "ACF")
> pacf(rw.wd, xlab = "k", main = "PACF")
```



Obrázek 9: Výběrová autokorelační a parciální autokorelační funkce náhodné procházky s posunutím $Y_t = 0.5 + Y_{t-1} + \varepsilon_t$

Vidíme, že průběh jak autokorelační, tak parciální autokorelační funkce je obdobný tomu, co jsme již viděli v případě náhodné procházky bez posunutí.

Nyní se podívejme, co se stane, když budeme náhodnou procházku s posunutím diferencovat.

$$\begin{aligned} Y_t &= \beta + Y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad / - Y_{t-1} \\ \Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} &= \beta + \varepsilon_t \end{aligned}$$

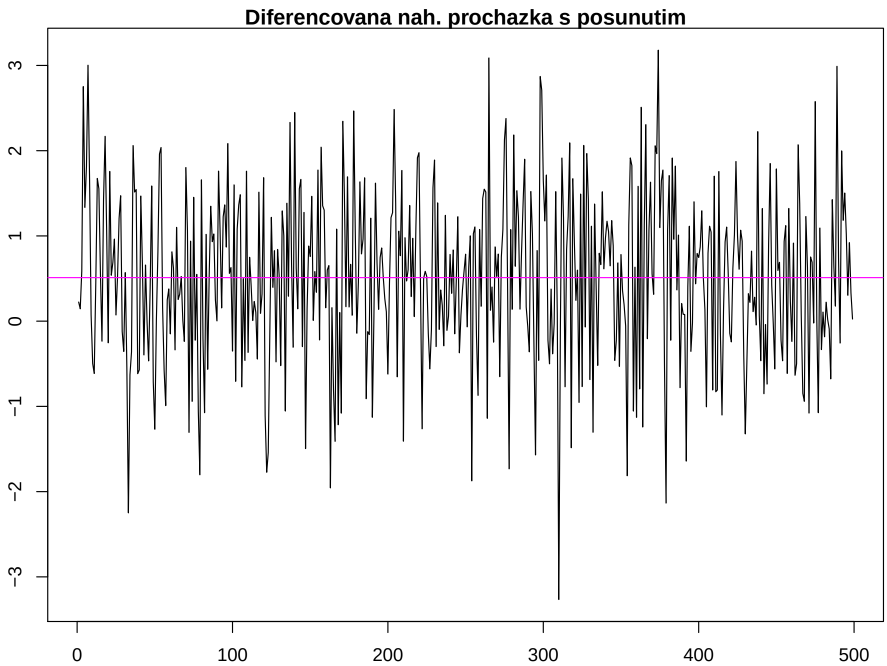
Po diferencování bychom tedy měli dostat bílý šum posunutý o konstantu β.

Opět budeme řadu diferencovat pomocí funkce `diff()`. Poté vypočítáme průměr vzniklé řady, abychom se přesvědčili, že se jedná o bílý šum s přičtenou konstantou $\beta = 0.5$ a nakonec vše vykreslíme do grafu.

```
> par(mfrow = c(1, 1), mar = c(2, 2, 1, 0) + 0.05)
> dif.rw.wd <- diff(rw.wd)
> mean(dif.rw.wd)
```

```
[1] 0.5106858
```

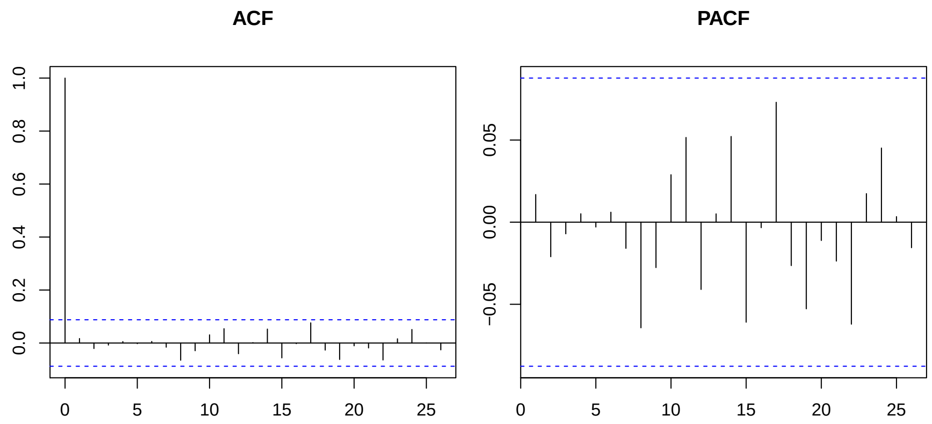
```
> plot(dif.rw.wd, type = "l", xlab = "t", main = "Diferencovana nah. prochazka s posunutim")
> abline(h = mean(dif.rw.wd), col = "magenta")
```



Obrázek 10: Diferencovaná náhodná procházka s posunutím $Y_t = 0.5 + Y_{t-1} + \varepsilon_t$

Prohlédněme si opět autokorelační a parciální autokorelační funkci.

```
> par(mfrow = c(1, 2), mar = c(2, 2, 3, 1) + 0.05)
> acf(dif.rw.wd, xlab = "k", main = "ACF")
> pacf(dif.rw.wd, xlab = "k", main = "PACF")
```



Obrázek 11: Výběrová autokorelační a parciální autokorelační funkce diferencované náhodné procházky s posunutím $Y_t = 0.5 + Y_{t-1} + \varepsilon_t$

Autokorelační i parciální autokorelační funkce vypadají jako v případě bílého šumu.

4 Deterministický trend s bílým šumem

Protože náhodná procházka s posunutím vypadá v grafu velice podobně jako obyčejný lineární deterministický trend s bílým šumem, podívejme se, v čem jsou si podobné a v čem se od sebe liší.

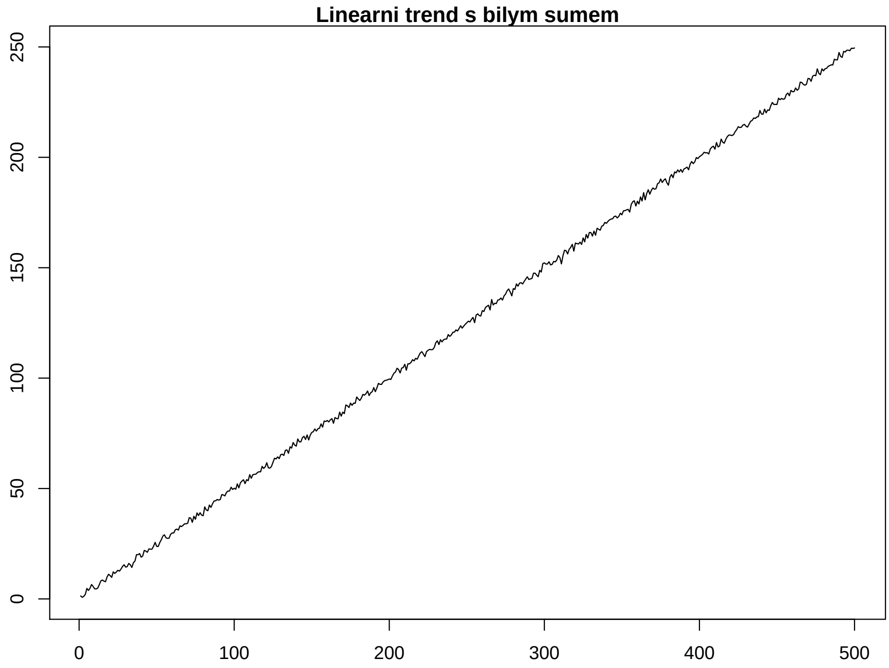
Lineární deterministický trend s bílým šumem je dán vztahem

$$Y_t = \alpha + \beta t + \varepsilon_t$$

PŘÍKLAD 3

Budeme uvažovat náhodný proces, kde $\alpha = 0$ a $\beta = 0.5$. Vygenerujeme možnou realizaci tohoto náhodného procesu.

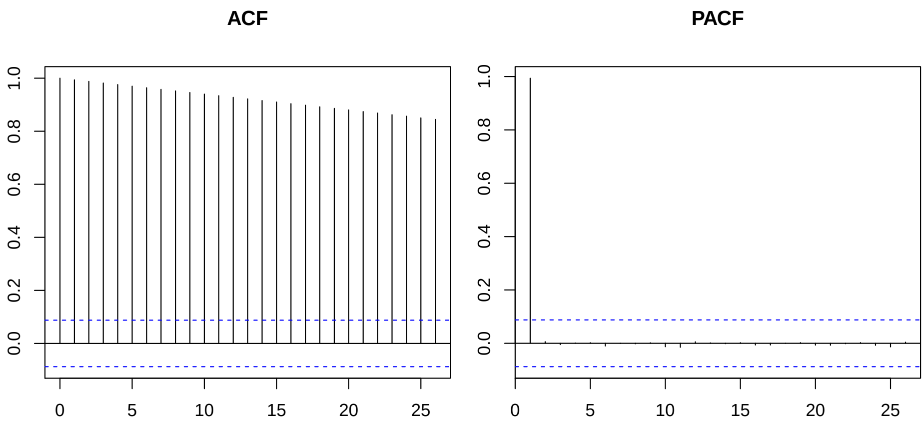
```
> par(mfrow = c(1, 1), mar = c(2, 2, 1, 0) + 0.05)
> dt <- e + 0.5 * trd
> plot(dt, type = "l", xlab = "t", main = "Linearni trend s bilym sumem")
```



Obrázek 12: Lineární trend s bílým šumem $Y_t = 0.5t + \varepsilon_t$

Jako obvykle nás bude zajímat autokorelační a parciální autokorelační funkce.

```
> par(mfrow = c(1, 2), mar = c(2, 2, 3, 1) + 0.05)
> acf(dt, xlab = "k", main = "ACF")
> pacf(dt, xlab = "k", main = "PACF")
```



Obrázek 13: Výběrová autokorelační a parciální autokorelační funkce lineárního trendu s bílým šumem $Y_t = 0.5t + \varepsilon_t$

Autokorelační funkce opět klesá pouze lineárně podobně jako v případě náhodné procházky s posunutím. Zde je ale tento fakt způsoben nikoli přítomností stochastického trendu, ale deterministického trendu. Po jeho odečtení bychom dostali bílý šum. Co se týká parciální autokorelační funkce, ta je opět nenulová pouze pro $k = 1$ stejně jako u náhodné procházky s posunutím.

Nyní se podívejme, co by v případě lineárního trendu s bílým šumem způsobilo diferencování. Postupně počítejme

$$
\begin{aligned}
Y_t &= \alpha + \beta t + \varepsilon_t \\
Y_t - Y_{t-1} &= \alpha + \beta t + \varepsilon_t - Y_{t-1} \\
\Delta Y_t &= \alpha + \beta t + \varepsilon_t - \alpha - \beta(t-1) - \varepsilon_{t-1} \\
\Delta Y_t &= \beta + \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}
\end{aligned}
$$

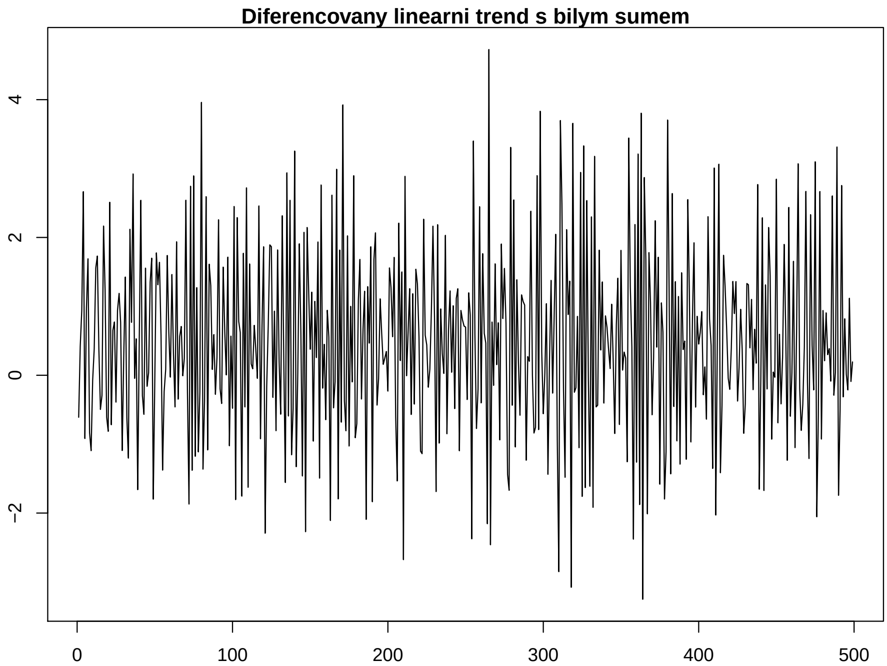
Diferencováním tedy dostaneme MA proces prvního řádu se střední hodnotou β.

Proveďme tedy diferencování simulované časové řady a odhadněme její střední hodnotu pomocí aritmetického průměru.

```
> par(mfrow = c(1, 1), mar = c(2, 2, 1, 0) + 0.05)
> dif.dt <- diff(dt)
> mean(dif.dt)
```

```
[1] 0.4973772
```

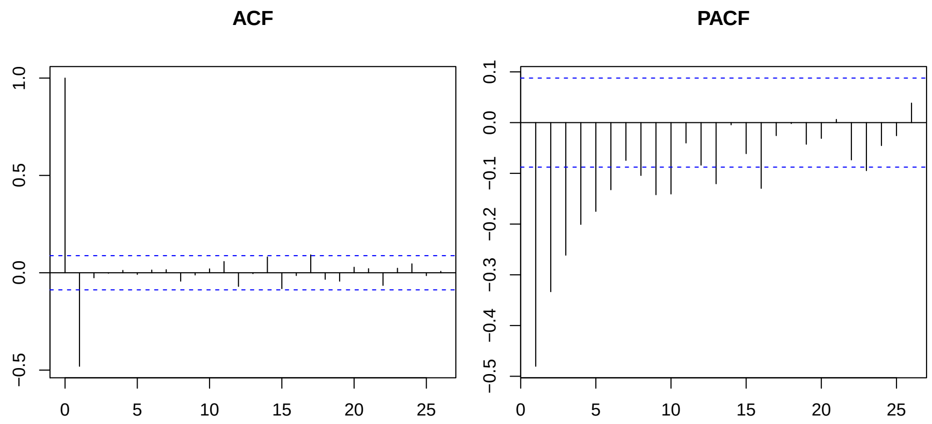
```
> plot(dif.dt, type = "l", xlab = "t", main = "Diferencovany linearni trend s bilym sumem")
```



Obrázek 14: Diferencovaný lineární trend s bílým šumem $Y_t = 0.5t + \varepsilon_t$

Protože diferencovaný lineární trend je MA proces druhého řádu, bude tomu odpovídat také tvar autokorelační a parciální autokorelační funkce.

```
> par(mfrow = c(1, 2), mar = c(2, 2, 3, 1) + 0.05)
> acf(dif.dt, xlab = "k", main = "ACF")
> pacf(dif.dt, xlab = "k", main = "PACF")
```

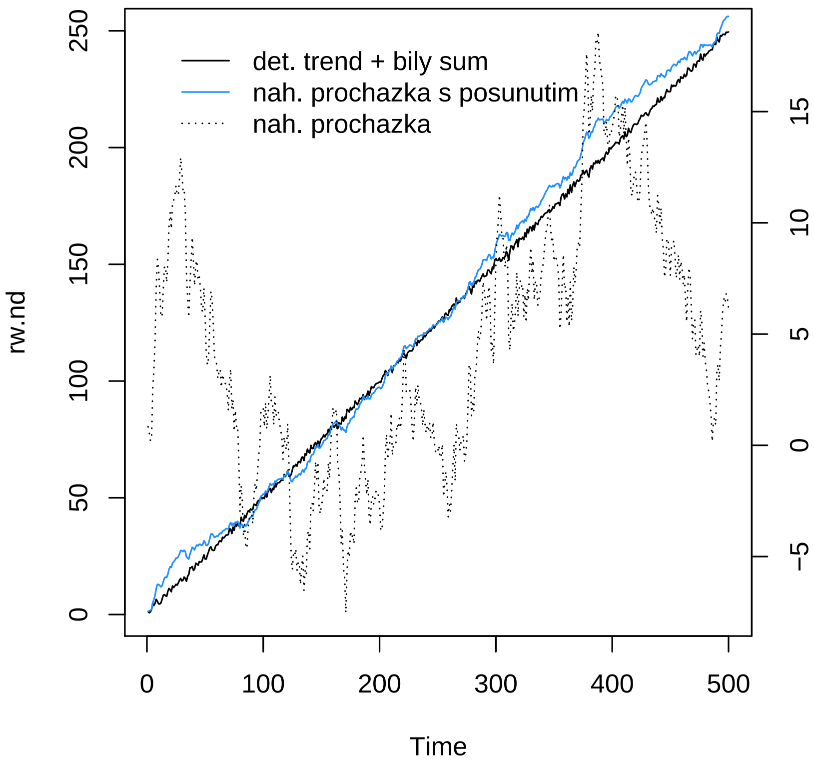


Obrázek 15: Výběrová autokorelační a parciální autokorelační funkce diferencovaného lineárního trendu s bílým šumem $Y_t = 0.5t + \varepsilon_t$

V obou případech jsou průběhy funkcí odlišné od situace s diferencovanou náhodnou procházkou.

Na závěr vykresleme do jednoho grafu náhodnou procházku s posunutím a lineární deterministický trend s bílým šumem, abychom si udělali představu o rozdílech v jejich průběhu.

```
> par(mfrow = c(1, 1), mar = rep(5, 4))
> plot.ts(dt, lty = 1, ylab = "", xlab = "")
> lines(rw.wd, lty = 1, col = "dodgerblue")
> par(new = T)
> plot.ts(rw.nd, lty = 3, axes = FALSE)
> axis(4, pretty(range(rw.nd)))
> legend(10, 18.7, legend = c("det. trend + bily sum",
     "nah. prochazka s posunutim", "nah. prochazka"),
     lty = c(1, 1, 3), col = c("black", "dodgerblue",
         "black"), bty = "n")
```



Obrázek 16: Náhodná procházka (pravá osa), náhodná procházka s posunutím a lineární deterministický trend s bílým šumem (levá osa).

<u>PŘÍKLAD 4</u>

Právě nabyté poznatky o $I(0)$ a $I(1)$ procesech zkusíme nyní aplikovat na reálná data. V souboru `CZK_EUR.txt` jsou uloženy údaje o směnném kurzu české koruny a eura od května 1998 do září 2011. Údaje jsou měsíční a představují průměrný směnný kurz na devizovém trhu v daném měsíci.

Porovnáme na nich dva různé přístupy k analýze časové řady. Při prvním postupu se z řady pokusíme odstranit lineární trend a získaná rezidua budeme modelovat pomocí ARMA procesu. Ve druhém přístupu budeme předpokládat, že trend obsažený v časové řadě je stochastický, a proto použijeme diferencování. Druhý přístup by mohl být v souladu s některými ekonomickými teoriemi, které říkají, že ceny na finančních trzích vykonávají náhodnou procházku.

Data nejprve načteme. V prvním řádku datového souboru je obsažena hlavička, data jsou uvedena od druhého řádku dále. V prvním sloupci je datum, ke kterému se údaj vztahuje, a v druhém sloupci je hodnota směnného kurzu. Sloupce jsou od sebe odděleny znakem `|`.

```
> fileDat <- paste(data.library, "CZK_EUR.txt", sep = "")
> czkeur <- read.table(fileDat, header = TRUE, sep = "|")
> str(czkeur)
```

```
'data.frame':	161 obs. of  2 variables:
 $ Obdobi : Factor w/ 161 levels "28.2.1999","28.2.2001",..: 120 40 134 148 54 68 14 94 81 1 ...
 $ CZK.EUR: num  36.9 36.5 34.4 37 35.2 ...
```

```
> kurzTS <- ts(czkeur$CZK.EUR, start = c(1998, 5), frequency = 12)
> par(mfrow = c(1, 1), mar = c(2, 2, 1, 0) + 0.05)
> plot(kurzTS)
```

Obrázek 17: Směnný kurz české koruny a eura v nepřímém vyjádření (květen 1998 – září 2011)

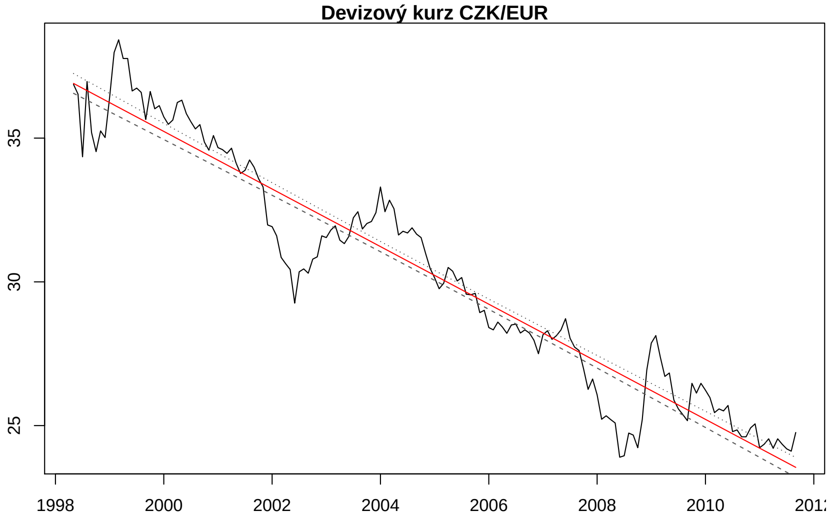
Nejprve se tedy pokusme odhadnout lineární trend.

```
> time <- time(kurzTS)
> kurzLintrend <- lm(kurzTS ~ time)
> summary(kurzLintrend)
```

```
Call:
lm(formula = kurzTS ~ time)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-3.5527 -0.4601  0.1813  0.7373  2.3517 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept) 2038.69866   45.34129   44.96   <2e-16 ***
time          -1.00173    0.02261  -44.30   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 1.111 on 159 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.925,	Adjusted R-squared: 0.9246 
F-statistic:  1962 on 1 and 159 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Vidíme, že lineární trend je statisticky významný. Výsledek znázorníme graficky.

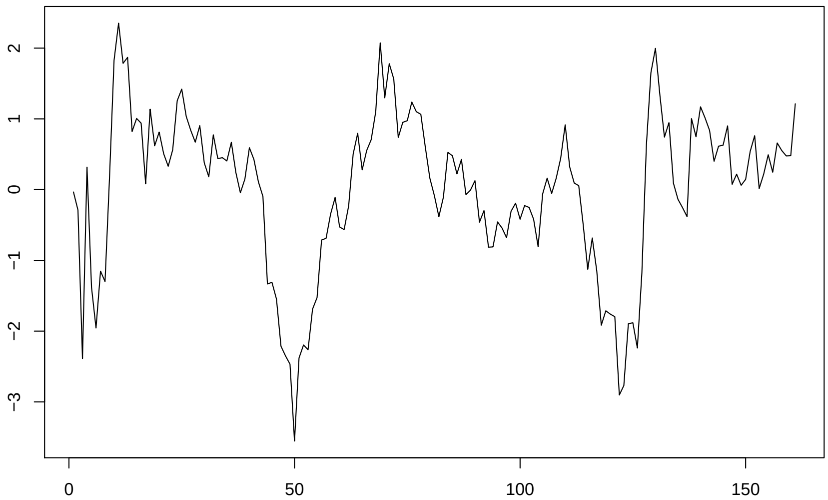
```
> n <- length(time(kurzTS))
> gridt <- seq(time[1], time[n], length.out = 300)
> pred <- predict(kurzLintrend, data.frame(time = gridt),
     interval = "confidence")
> par(mar = c(2, 2, 1, 0) + 0.05)
> plot(kurzTS, main = "Devizový kurz CZK/EUR")
> matlines(gridt, pred, col = c("red", "gray35", "gray35"))
```



Obrázek 18: Směnný kurz české koruny a eura (květen 1998 – září 2011) s odhadnutým lineárním trendem

Podívejme se na rezidua, která nám dává model s lineárním trendem.

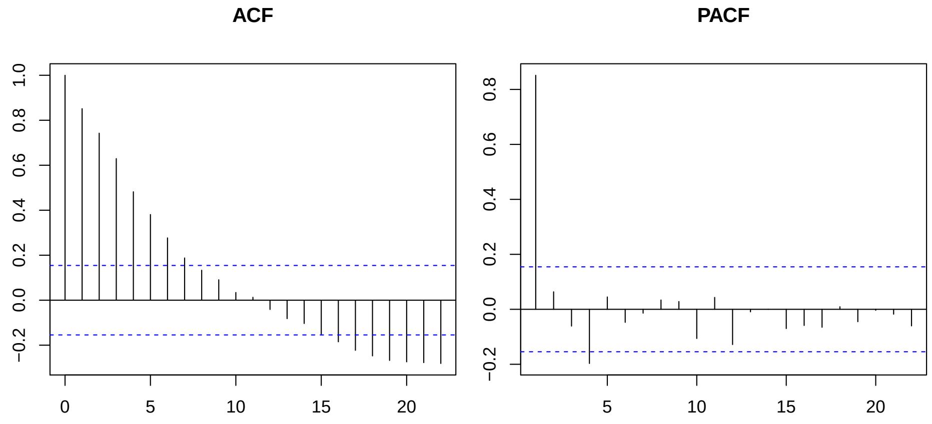
```
> res <- resid(kurzLintrend)
> par(mar = c(2, 2, 1, 0) + 0.05)
> plot(res, type = "l")
```



Obrázek 19: Rezidua z modelu s lineárním trendem pro směnný kurz české koruny a eura (květen 1998 – září 2011)

Podívejme se na autokorelační a parciální autokorelační funkci reziduí.

```
> par(mfrow = c(1, 2), mar = c(2, 2, 3, 1) + 0.05)
> acf(res, xlab = "k", main = "ACF")
> pacf(res, xlab = "k", main = "PACF")
```



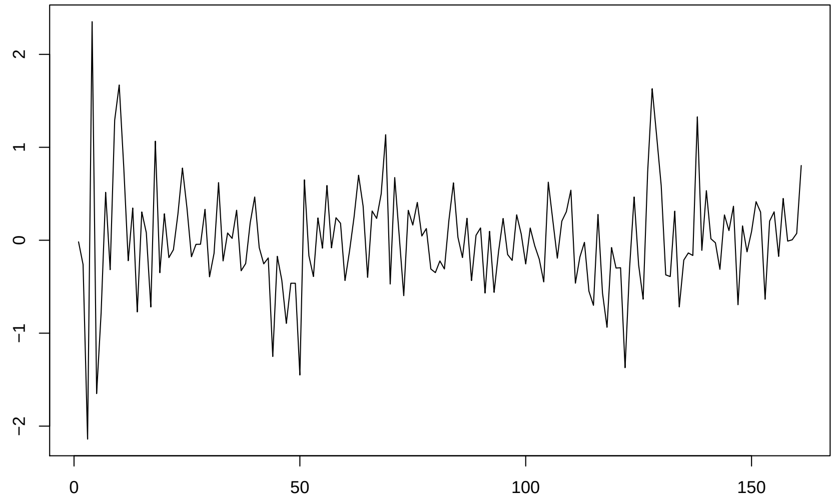
Obrázek 20: Výběrová autokorelační a parciální autokorelační funkce reziduí z modelu s lineárním trendem pro směnný kurz české koruny a eura (květen 1998 – září 2011)

Již z grafu autokorelační funkce pro rezidua vidíme, že jsme z časové řady neodstranili veškerou systematickou složku, tak aby nám zbyl pouze bílý šum (ACF by v tom případě musela být kromě $k = 0$ všude přibližně nulová). Protože ale parciální autokorelační funkce je kromě $k = 1$ všude nulová, nelze vyloučit, že rezidua lze modelovat například jako $AR(1)$ proces. Zkusme proto pro rezidua odhadnout obecný ARMA model pomocí funkce `auto.arima`.

```
> library(forecast)
> resArma <- auto.arima(res)
> summary(resArma)


Series: res
ARIMA(1,0,0) with zero mean

Call: auto.arima(x = res)

Coefficients:
         ar1
      0.8526
s.e.  0.0403

sigma^2 estimated as 0.3288:  log likelihood = -139.56
AIC = 283.11   AICc = 283.19   BIC = 289.28

In-sample error measures:
          ME          RMSE           MAE           MPE          MAPE
  0.006523843   0.573408645   0.414104902 -19.705762730 127.828532984
```

Funkce `auto.arima` odhadla rezidua jako $AR(1)$ proces. Vypočítejme nyní "rezidua z reziduí", tj. odstraníme z reziduí tu část, kterou popisuje odhadnutý $AR(1)$ model.

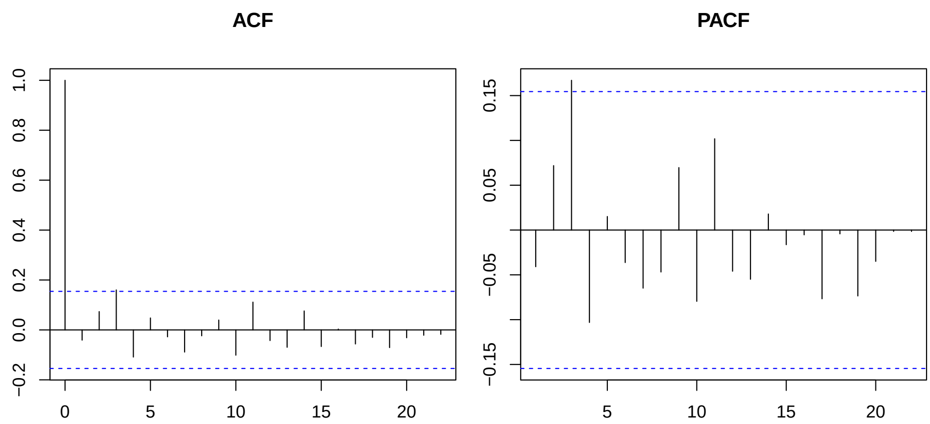
```
> par(mfrow = c(1, 1), mar = c(2, 2, 1, 0) + 0.05)
> res2 <- resid(resArma)
> plot(res2, type = "l")
```



Obrázek 21: Rezidua po odstranění lineárního trendu a AR(1) procesu pro směnný kurz české koruny a eura (květen 1998 – září 2011)

Podívejme se ještě na ACF a PACF pro tato rezidua „druhého řádu“, zda již odpovídají bílému šumu.

```
> par(mfrow = c(1, 2), mar = c(2, 2, 3, 1) + 0.05)
> acf(res2, xlab = "k", main = "ACF")
> pacf(res2, xlab = "k", main = "PACF")
```

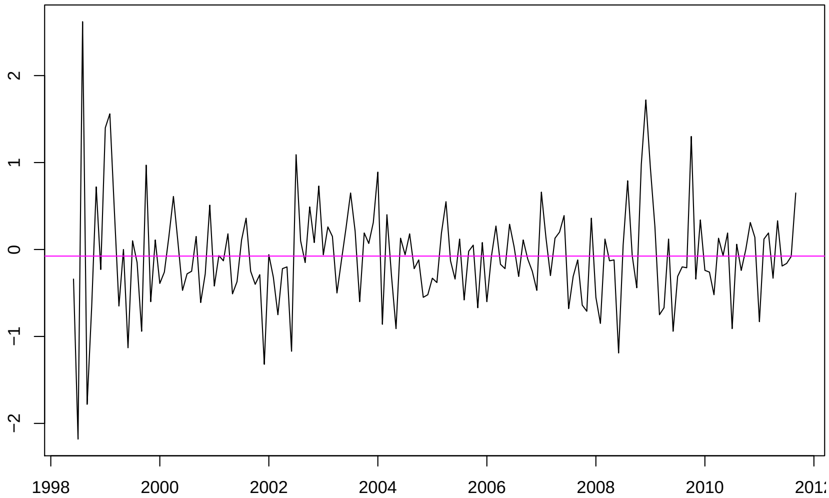


Obrázek 22: Výběrová autokorelační a parciální autokorelační funkce reziduí po odstranění lineárního trendu a AR(1) procesu pro směnný kurz české koruny a eura (květen 1998 – září 2011)

Podle obou grafů se zdá, že se nám z časové řady podařilo odstranit systematickou složku, protože rezidua mají stejné vlastnosti jako bílý šum.

Podívejme se, jaké výsledky bychom dostali, kdybychom se na začátku nepokoušeli odstranit z řady deterministický lineární trend, ale místo toho použili diferencování.

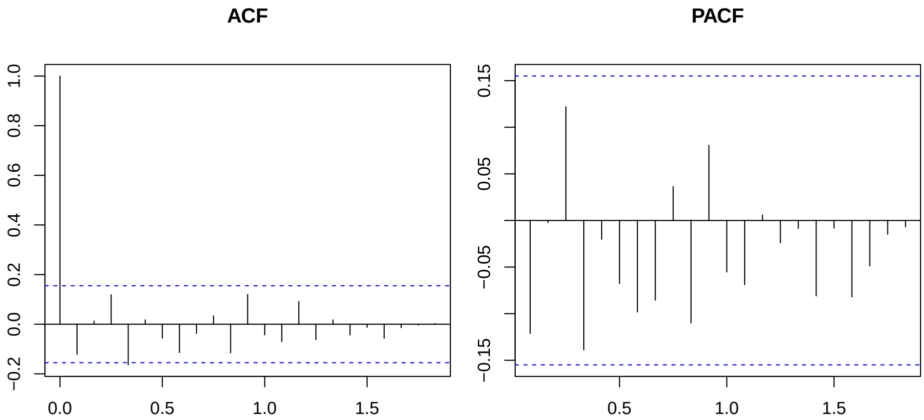
```
> par(mfrow = c(1, 1), mar = c(2, 2, 1, 0) + 0.05)
> dif.kurz <- diff(kurzTS)
> plot(dif.kurz)
> abline(h = mean(dif.kurz), col = "magenta")
```



Obrázek 23: Diferencovaná časová řada *Směnný kurz české koruny a eura květen 1998 – září 2011*

Opět si prohlédněme autokorelační a parciální autokorelační funkci diferencované řady.

```
> par(mfrow = c(1, 2), mar = c(2, 2, 3, 1) + 0.05)
> acf(dif.kurz, xlab = "k", main = "ACF")
> pacf(dif.kurz, xlab = "k", main = "PACF")
```



Obrázek 24: Výběrová autokorelační a parciální autokorelační funkce reziduí 1. diferencí pro směnný kurz české koruny a eura (květen 1998 – září 2011)

Průběh obou typů autokorelačních funkcí odpovídá bílému šumu. Že se jedná skutečně o bílý šum ale zatím nemůžeme prohlásit, protože k tomu bychom ještě museli provést detailní analýzu reziduí (ta bude na programu v jednom z dalších cvičení).

Přesto je vidět, že pouhým diferencováním časové řady se nám podařilo dosáhnout stejně dobrého výsledku jako při složitějším postupu, kdy jsme postupně odhadovali lineární trend a ARMA model pro rezidua.

5 Úkol:

Načtěte si datový soubor `radyI01.txt`. Soubor obsahuje tři časové řady, které byly simulovány jako:

- náhodná procházka,
- náhodná procházka s posunutím,
- deterministický lineární trend s bílým šumem.

Pořadí v tomto výčtu je ale čistě náhodné a neodpovídá pořadí, v jakém jsou řady uložené v souboru. Vaším úkolem je pomocí postupů a úvah použitých v předchozích příkladech rozhodnout, která řada je která.