# Příklady z pravděpodobnosti k procvičování

**1.** Na schůzi promluvilo 5 řečníků – A, B, C, D, E, každý právě jednou.
(a) Určete počet všech možných pořadí jejich vystoupení. [120]
(b) -, má-li řečník B vystoupit až po řečníkovi A. [60]
(c) -, má-li řečník B vystoupit ihned po řečníkovi A. [24]

**2.** Mezi 7 dětí rozdělujeme 5 míčů. Kolik je všech možných rozdělení:
(a) když každé dítě dostane nejvýše jeden míč a míče mají různé barvy? [2520]
(b) když každé dítě dostane nejvýše jeden míč a míče mají stejnou barvu? [21]
(c) když míče mají různé barvy? [16807]
(d) když míče mají stejnou barvu? [462]

**3.** Uvažujme všechna nezáporná celá čísla menší než $10^6$.
(a) Kolik je těch, která ve svém ciferném zápisu nemají ani jednu devítku? [531441]
(b) Kolik je těch, která ve svém ciferném zápisu mají alespoň jednu devítku? [468559]

**4.**
(a) Kolik přesmyček (anagramů) lze získat ze slova MISSISSIPPI? [34650]
(b) V kolika z nich jsou všechna čtyři I hned za sebou? [840]
(c) V kolika z nich nejsou všechna čtyři I hned za sebou? [33810]
(d) V kolika z nich jsou všechna čtyři S hned za sebou? [840]
(e) V kolika z nich nejsou všechna čtyři S hned za sebou? [33810]
(f) V kolika z nich jsou všechna čtyři I hned za sebou i všechna čtyři S hned za sebou? [60]
(g) V kolika z nich jsou všechna čtyři I hned za sebou nebo všechna čtyři S hned za sebou? [1620]
(h) V kolika z nich nejsou všechna čtyři S hned za sebou ani všechna čtyři I hned za sebou? [33030]

**5.** V závodní jídelně si zákazník skládá menu v konstantní ceně dle vlastního výběru. Vybírá jednu ze 3 druhů polévek, jeden z 8 hlavních chodů, jeden ze 4 salátů a jeden z 5 druhů nápojů. Kolik je všech možnost sestavení plného menu? [480]

**6.** Kolik různých vrhů může nastat při hodu dvěma kostkami?
(a) Kostky jsou různobarevné. [36]
(b) Obě kostky mají stejnou barvu. [21]

**7.**
(a) Kolik různých řetězců délky 8 lze vytvořit z číslic 0 a 1? [256]
(b) Kolik z nich začíná trojicí 100 nebo 101? [64]

**8.** Loučí se pět přátel. Kolik stisků ruky si vymění? [10]

**9.** Na mistrovství světa v ledním hokeji je vysláno 22 hráčů, z toho 12 útočníků, 8 obránců a 2 brankáři. Kolik různých sestav (3 útočníci, 2 obránci a brankář) je možno vytvořit? [12320]

**10.**
(a) Kolik různých pěticiferných čísel lze sestavit z číslic 0, 1, 4, 7, 9, aniž by se číslice opakovaly? [96]
(b) Kolik z těchto čísel je sudých? [42]

**11.** Ve Zverimexu mají v dostatečném počtu čtyři druhy rybiček v ceně 40 Kč za rybičku.
(a) Kolik různých nákupů můžeme pořídit, zaplatíme-li celkem 240 Kč? [84]

(b) -, a rybičky kupujeme zásadně po párech? [20]

**12.** Kolika způsoby lze rozmístit do 9 přihrádek 7 bílých a 2 černé koule? [289575]

**13.** Kolika způsoby si 4 děti mohou mezi sebou rozdělit 10 modrých, 15 červených a 8 zelených kuliček, když každé dítě musí dostat alespoň jednu kuličku od každé barvy? [1070160]

**14.** Házíme 6 různobarevnými kostkami. Určete pravděpodobnosti padnutí následujících figur:
(a) generál – 6 šestek. [$2{,}14 \cdot 10^{-5}$]
(b) postupka – každé číslo jednou. [0,0154]
(c) poker – právě 4 šestky. [0,0080]
(d) alespoň 4 šestky. [0,0087]
(e) samá sudá čísla. [0,0156]

**15.** Házíme dvěma kostkami. S jakou pravděpodobností padne součet
(a) rovný 6? [0,1388]
(b) menší než 7? [0,4166]

**16.** V krabici je $b$ bílých a $c$ černých kuliček. Táhneme dvakrát za sebou po jedné kuličce. Určete pravděpodobnost, že:
(a) alespoň jedna vytažená kulička je bílá, když první vytaženou kuličku vrátíme do urny? [$1-\left(\frac{c}{b+c}\right)^2$]
(b) obě kuličky jsou bílé, přičemž první kuličku do urny nevracíme? [$\frac{b(b-1)}{(b+c)(b+c-1)}$]

**17.** Na pěti lístcích jsou po jednou zapsány čísla 1, 2, 3, 4, 5. Náhodně třikrát po sobě vybereme bez vracení po jednom lístku a položíme je za sebe. Určete pravděpodobnost, že takto zapsané trojciferné číslo bude sudé? [0,4]

**18.** S jakou pravděpodobností nemají tři náhodně vybraní lidé narozeniny ve stejný den v roce? Uvažujte přitom nepřestupný rok. [0,9918]

**19.** Kostku, která má nabarvené všechny stěny stejnou barvou, rozřežeme na 1000 menších stejně velkých kostiček stejných rozměrů (na 10 řezů v každé ze 3 os). Kostičky poté zamícháme a náhodně vybereme jednu z nich. Jaká je pravděpodobnost, že vytažená kostička:
(a) má právě 3 obarvené stěny? [0,008]
(b) má právě 2 obarvené stěny? [0,096]
(c) má právě 1 obarvenou stěnu? [0,384]
(d) nemá žádnou obarvenou stěnu? [0,512]

**20.** Z balíčku 32 hracích karet (4 barev) vybíráme dvakrát po sobě po jedné kartě. Jaká je pravděpodobnost, že:
(a) obě vytažené karty jsou esa, když první kartu do balíčku nevracíme? [0,012]
(b) obě vytažené karty jsou stejné barvy, když první vytaženou kartu jsme do balíčku vrátili? [0,25]

**21.** V autoopravně na každých 20 oprav připadá 10 výměn oleje, 3 opravu brzd, 2 nastavení světel a zbytek jsou jiné příčiny. Do servisu přijede další auto. Jaká je pravděpodobnost, že bude opravováno z jiné příčiny? [0,25]

**22.** V dodávce 100 křišťálových váz je 5 vadných. Při kontrole je náhodně vybrány 4 vázy. Spočítejte pravděpodobnost, že:
(a) právě jedna z kontrolovaných váz je vadná. [0,1765]
(b) alespoň jedna z kontrolovaných váz je vadná. [0,1881]

**23.** Malý chlapec si hraje s kartičkami, na nichž jsou napsána písmena A, A, E, I, K, A, T, M, M, T. Jaká je pravděpodobnost, že se mu náhodným seřazením kartiček podaří sestavit slovo MATEMATIKA? [$6{,}61 \cdot 10^{-6}$]

**24.** V urně je deset lístků označených postupně přirozenými čísly od 1 do 10. Náhodně vytahujeme 4 lístky po jednom, přičemž každý lístek po vytažení vracíme zpět. Jaká je pravděpodobnost, že:

(a) na všech čtyřech lístcích je stejné číslo. [0,001]

(b) na lístcích jsou 4 různá čísla. [0,504]

(c) na lístcích je jedno číslo třikrát a jiné jednou. [0,036]

(d) na lístcích je jedno čísla dvakrát a dále dvě další různá čísla. [0,432]

**25.** Na stěnu nádraží se má namontovat 10 automatů na prodej jízdenek, z toho 3 automaty jsou určeny pro prodej jízdenek do zahraničí. Spočítejte pravděpodobnost, že právě tyto 3 automaty budou namontovány hned vedle sebe. [1/15]

**26.** Hráči střídavě házejí mincí (férovou). Vyhrává ten hráč, jemuž dříve padne líc. Určete pravděpodobnosti výhry jednotlivých hráčů:

(a) hrají-li dva hráči. [2/3; 1/3]

(b) hrají-li tři hráči. [4/7; 2/7; 1/7]

(c) hraje-li $k$ hráčů.

**27.** Házíme klasickou kostkou desetkrát po sobě. Spočítejte pravděpodobnost, že:

(a) padnou 3 sudá čísla, 2 jedničky a 5 trojek a/nebo pětek. [0,036]

(b) v prvních 4 hodech padnou čísla větší než 4 a v posledních 5 hodech čísla menší než 5. [0,0016]

**28.** Nechť $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$ je prostor elementárních jevů. Vypište všechna možná jevová pole $\mathscr{A}$ na $\Omega$.

**29.** Máme 4 výrobky. Jev $A$ znamená, že alespoň jeden z nich je zmetek. jev $B$ znamená, že zmetky jsou nejvýše dva. Vyjádřete, co znamenají jevy $\bar{A}$ a $\bar{B}$.

**30.** Strojovna je tvořena dvěma paralelně zapojenými kotli, za nimiž je sériově připojen stroj. Označme $A =$ stroj je provozuschopný, $B_1 =$ kotel 1 je provozuschopný, $B_2 =$ kotel 2 je provozuschopný. Vyjádřete pomocí těchto jevů jev $C =$ strojovna je provozuschopná a jev $\bar{C}$. $[A \cap (B_1 \cup B_2);\ \bar{A} \cup (\bar{B_1} \cap \bar{B_2})]$

**31.** Výrobky dělíme do 3 skupin na standardní ($A$), použitelné ($B$) a nepoužitelné ($C$). Vyjádřete následující jevy:

(a) $A \cup B$ [standardní nebo použitelný výrobek]

(b) $\overline{A \cup C}$ [použitelný výrobek]

(c) $A \cap C$ [nemožný jev]

(d) $(A \cap B) \cup C$ [nepoužitelný výrobek]

(e) $A \cup B \cup C$ [jistý jev]

**32.** Při výrobě bot se na náhodně vybraném páru provádí tři zkoušky kvality. Označme jevy: $A =$ zkoušený pár bot vyhoví první zkoušce, $B =$ vyhoví druhé zkoušce, $C =$ vyhoví třetí zkoušce. Zapište pomocí nich jevy, že zkoušený pár bot vyhoví:

(a) při první zkoušce $[A]$

(b) pouze při první zkoušce $[A \cap \bar{B} \cap \bar{C}]$

(c) alespoň při jedné zkoušce $[A \cup B \cup B]$

(d) právě při jedné zkoušce $[(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup (B \cap \bar{A} \cap \bar{C}) \cup (C \cap \bar{B} \cap \bar{A})]$

(e) při všech zkouškách $[A \cap B \cap B]$

(f) při nejvýše dvou zkouškách $[\overline{A \cap B \cap B}]$

**33.** Čtyři osoby si při vstupu do baru odložily na věšák své čtyři klobouky. Po jisté době strávené konzumací odcházejí a klobouky si berou náhodně. Spočítejte pravděpodobnost, že alespoň jedna osoba si vezme svůj klobouk. [0,625]

**34.** V krabici je šest koulí očíslovaných od 1 do 6. Postupně náhodně vybereme po jedné všechny koule z krabice bez vracení. Spočítejte pravděpodobnost, že alespoň v jednom tahu bude číslo koule shodné s pořadím tahu. [0,6319]

**35.** Do výtahu $n$poschoďové budovy nastoupilo $k$ osob, $k \geq n$. Za předpokladu, že každá z $k$ osob vystoupí se stejnou pravděpodobností v libovolném z $n$ pater, určete pravděpodobnost, že v každém poschodí vystoupí alespoň jedna osoba. Spočítejte pravděpodobnost konkrétně pro $n = 5,\ k = 8$. [0,3226]

**36.** Pevnina zabírá $149 \cdot 10^6$ km$^2$ povrchu Země a moře tvoří $361 \cdot 10^6$ km$^2$. Jaká je pravděpodobnost, že padající meteorit dopadne na pevninu? [0,292]

**37.** Dva přátelé si domluvili schůzku na určitém místě, ale nedohodli se na přesném čase, jen že se sejdou mezi 17.00 a 18.00, přičemž každý z nich počká 20 minut (potom odejde). Předpokládáme, že oba přijdou kdykoliv během smluvené doby nezávisle na sobě. Spočítejte pravděpodobnost, že se skutečně potkají. [5/9]

**38.** Úsečka dlouhá 200 mm je rozdělena dvěma řezy na náhodně zvolených místech. Spočítejte pravděpodobnost, že prostřední díl úsečky bude nejvýše 10 mm dlouhý. [0,0975]

**39.** Zvolme náhodně dvě čísla $x, y \in (0, 1)$. Určete pravděpodobnost, že jejich součet je menší než 1 a jejich součin je menší nebo rovný 0,09. [0,2977]

**40.** Předpokládejme, že koeficienty kvadratické rovnice $x^2 + px + q = 0$ splňují podmínky $|p| \leq 1,\ |q| \leq 1$ a nabývají těchto hodnot se stejnou pravděpodobností. Spočítejte pravděpodobnost, že kořeny kvadratické rovnice jsou:

(a) reálná čísla. [13/24]

(b) kladná čísla. [1/48]

**41.** V rovině je nakresleno nekonečně mnoho rovnoběžek, vzdálených od sebe o hodnotu $d$. Na rovinu hodíme jehlu o délce $h$, $h < d$. Spočítejte pravděpodobnost, že jehla protne některou rovnoběžku. [$\frac{2h}{\pi d}$]

**42.** Dvě dodávky vozí výrobky do skladu s jednou nakládací rampu v časovém intervalu 12 hodin, přičemž časy jejích příjezdů jsou náhodné a vzájemně nezávislé. Dodávka 1 vykládá zboží 1 hodinu, dodávka 2 pak 2 hodiny. Spočítejte pravděpodobnost, že některá z dodávek bude muset před skladem čekat na uvolnění rampy. [0,2326]

**43.** Proti dostatečně velké síti se čtvercovými oky velikosti 8×8 cm kolmo hodíme míček o průměru 5 cm. jaká je pravděpodobnost, že míček proletí bez doteku sítě? [9/64]

**44.** Po bouři bylo zjištěno, že nefunguje telefonní linka mezi 40. a 70. kilometrem vedení. Jaká je pravděpodobnost, že vedení bylo přerušeno mezi 50. a 55. kilometrem? [1/6]

**45.** V krabici jsou čtyři lístky s čísly 000, 110, 101, 011. Náhodně vytáhneme jeden lístek. Označme jevy $A_i$ = vytažený lístek má na $i$-tém místě jedničku, $i = 1, 2, 3$. Jsou jevy $A_1, A_2, A_3$ stochasticky nezávislé, resp. po dvou nezávislé? [ne; ano]

**46.** Semínko slunečnice vyklíčí s pravděpodobností 0,6. Když zasejeme 7 takových semínek, jaká je pravděpodobnost, že alespoň jedno z nich vyklíčí? [0,972]

**47.** Střelec střílí třikrát nezávisle na sobě na terč. Pravděpodobnosti zásahů při jednotlivých opakováních jsou postupně 0,4; 0,5; 0,7. Spočítejte pravděpodobnost, že střelec zasáhne terč

(a) právě jednou. [0,36]

(b) alespoň jednou. [0,91]

(c) právě dvakrát. [0,41]

**48.** Na dvoukolejném železničním mostě se potkají během 24 hodin nejvýše 2 vlaky, a to s pravděpodobností 0,2. Za předpokladu, že vlaky jezdí náhodně a nezávisle na sobě, určete pravděpodobnost, že se během jednoho týdne vlaky na mostě potkají:

(a) právě třikrát. [0,1147]

(b) nejvýše třikrát. [0,9666]

(c) alespoň třikrát. [0,1481]

**49.** Jaká je pravděpodobnost, že při hodu dvěma kostkami padly dvě pětky, je-li známo, že součet ok je dělitelný pěti? Jsou tyto jevy stochasticky nezávislé? [1/7; ne]

**50.** Jaká je pravděpodobnost, že při hodu dvěma kostkami padl součet sedm, víme-li, že nepadla žádná dvojka? Jsou tyto jevy stochasticky nezávislé? [0,16; ne]

**51.** Nechť platí $P(A) = 0{,}3$, $P(B) = 0{,}4$ a $P(A \cup B) = 0{,}6$.

(a) Spočítejte $P(A|B)$ a $P(B|A)$. [1/4; 1/3]

(b) Jsou jevy $A, B$ stochasticky nezávislé? [ne]

**52.** Uvažujeme rodiny se dvěma dětmi.

(a) Předpokládejme, že jedno z dětí je dcera. Jaká je pravděpodobnost, že rodina má dvě dcery? [1/3]

(b) Předpokládejme, že jedno z dětí je dcera jménem Kunhuta. Jaká je pravděpodobnost, že rodina má dvě dcery? [skoro 1/2]

**53.** Házíme naráz dvěma kostkami – modrou a červenou. Označíme jevy: $A =$ na modré kostce padlo liché číslo, $B =$ na červené kostce padlo sudé číslo, $C =$ součet padlých čísel je lichý. Jsou jevy $A, B, C$ stochasticky nezávislé, resp. po dvou nezávislé? [ne; ano]

**54.** První dělník vyrobí denně 60 výrobků, z toho 10 % zmetků. Druhý dělník vyrobí denně 40 výrobků, z toho 5 % zmetků. Z denní produkce náhodně vybereme jeden výrobek. Jaká je pravděpodobnost, že je zmetek

(a) a pochází od prvního dělníka? [0,06]

(b) a pochází od druhého dělníka? [0,02]

**55.** Z pěti výrobků, mezi nimž jsou právě tři zmetky, vybíráme třikrát bez vracení po jednom výrobku. Označíme $A_i = i$-tý vybraný výrobek je zmetek, $i = 1, 2, 3$. Spočítejte pravděpodobnost společného nastoupení jevů $A_1, A_2, A_3$. [0,2]

**56.** Dříve, než propukne nemoc D, lze její výskyt odhalit testem T. Tento test však není jednoznačný: u skrytě nemocné osoby je test pozitivní s pravděpodobností 0,999 (tzv. *senzitivita* testu), u zdravé osoby jen s pravděpodobností 0,01. U zdravé osoby je test negativní s pravděpodobností 0,99 (tzv. *specificita* testu). Sledovanou nemoc má 10 % vyšetřované populace (tzv. *incidence* nemoci). Určete pravděpodobnosti, že osoba s pozitivním testem má skutečně danou nemoc, a že osoba s negativním testem je opravdu zdravá. [0,917355; 0,999888]

**57.** Snímkování rentgenem prováděné ke zjištění tuberkulózy (TBC) má tyto vlastnosti: u lidí majících TBC objeví tuto nemoc v 90 případech ze 100, u lidí nemajících TBC snímek v 1 ze 100 případů vede k nesprávné diagnóze, že pacient má TBC. Předpokládejme, že TBC se vyskytuje u 5 lidí z 10000. Náhodně vybraná osoba je snímkována a radiolog na základě výsledku hlásí podezření na TBC. S jakou pravděpodobností má tato osoba skutečně TBC? [0,043]

**58.** Tenista má první podání úspěšné s pravděpodobností 0,6, příp. druhé podání pak s pravděpodobností 0,8. Spočítejte pravděpodobnost, že se tenista při podání dopustí dvojchyby. [0,08]

**59.** Tři výrobci dodávají do obchodu žárovky. První výrobce dodává 45 %, druhý 40 % a třetí výrobce dodává zbylé množství žárovek. Přitom první výrobce má 70 % standardních žárovek, druhý 80 % a třetí výrobce dodává 81 % standardních žárovek. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně zakoupená žárovka v tomto obchodě bude standardní? [0,7565]

**60.** V zásilce 150 pytlů s ořechy z Turecka je 5 pytlů zkažených, v zásilce 250 pytlů z Afghánistánu je také 5 pytlů zkažených ořechů.

(a) Ze všech došlých pytlů ořechů vybereme náhodně jeden pytel. Jaká je pravděpodobnost, že obsahuje zkažené ořechy? [1/40]

(b) Náhodně vybereme jedu zásilku a z ní pak jeden pytel. Jaká je pravděpodobnost, že obsahuje zkažené ořechy? [2/75]

**61.** Ve studijní skupině je 23 posluchačů. Pravděpodobnost složení zkoušky z teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky je pro 8 posluchačů 0,9, pro dalších 12 posluchačů 0,6 a pro poslední 3 posluchače 0,4. Spočítejte pravděpodobnost, že náhodně vybraný posluchač zkoušku složí. [0,6783]

**62.** Test obsahuje 100 otázek, z nichž si zkoušený jednu vylosuje. Potom se zkoušený rozhoduje takto: zná-li správnou odpověď, zvolí ji; nezná-li správnou odpověď, volí jednu ze 4 nabízených odpovědí náhodně. Předpokládejme, že zkoušený zná správné odpovědi na právě $k$ ze 100 otázek.

(a) S jakou pravděpodobností zkoušený na otázku odpoví správně? [$\frac{1}{4}+\frac{3k}{400}$]

(b) Když zkoušený odpoví správně, s jakou pravděpodobností odpověď pouze hádal? [$1-\frac{4k}{100+3k}$]

**63.** Na pultě v galanterii leží 10 stejných krabiček. V každé z nich je 10 knoflíků, přičemž v $i$-té krabičce je právě $i$ knoflíků černých a $(10-i)$ bílých. Zákazník náhodně zvolí jednu krabičku a z ní náhodně vybere jeden knoflík. Jaká je pravděpodobnost, že je černý? [0,55]

**64.** Pojišťovací společnost rozlišuje podle rizikovosti tři skupiny řidičů: A, B, C. Pravděpodobnost, že řidič patřící do skupiny A bude mít během roku nehodu, je 0,03, podobně pro řidiče skupiny B je rovna 0,06 a pro řidiče skupiny C 0,10. Podle dlouhodobých záznamů společnosti je 70 % řidičů zařazeno do skupiny A, 20 % do skupiny B a 10 % do skupiny C. Náhodně vybraný klient společnosti měl nehodu. Spočítejte pravděpodobnosti, že patřil do uvedených tří skupin. [0,488; 0,279; 0,233]

**65.** U jistého druhu elektrického spotřebiče se s pravděpodobností 0,1 vyskytuje výrobní vada. U spotřebiče s touto vadou dochází v záruční lhůtě k poruše s pravděpodobností 0,5. Výrobky bez této výrobní vady se během záruční doby porouchají jen s pravděpodobností 0,01. Spočítejte pravděpodobnost, že:

(a) se náhodně vybraný výrobek v záruční době porouchá. [0,059]

(b) výrobek, která se v záruční době porouchá, má dotyčnou výrobní vadu. [0,8475]

(c) výrobek, která se v záruční době porouchá, nemá dotyčnou výrobní vadu. [0,1525]

**66.** Máme tři stejné krabice. První obsahuje 1 bílou, 2 černé a 3 zelené kuličky, druhá obsahuje 2 bílé, 1 černou a 1 zelenou kuličku a v poslední krabici jsou 4 bílé, 5 černých a 3 zelené kuličky. Náhodně jsme zvolili jednu krabici a z ní vytáhli bez vracení dvě kuličky: bílou a zelenou. Spočítejte pravděpodobnosti, že jsme tyto dvě kuličky vytáhli z jednotlivých krabic. [0,2797; 0,4661; 0,2542]

**67.** Laboratorní krysa má možnost si náhodně vybrat jedno z pěti bludišť. Pravděpodobnosti, že stihne jednotlivými bludišti projít do 3 minut jsou postupně 0,6; 0,3; 0,2; 0,1 a 0,1. Určete pravděpodobnost, že jestliže se krysa se zvoleného bludiště dostala ve stanovené době 3 minut,

(a) vybrala si první bludiště. [0,4615]

(b) vybrala si druhé bludiště. [0,2308]

**68.** Smith a Jones hrají poker. Smith má velmi silný list a sází značný obnos. Pravděpodobnost, že jeho soupeř Jones má lepší list, je jen 0,05. S lepším listem zvýší Jones sázku s pravděpodobností 0,9, ale se slabším listem pouze s pravděpodobností 0,2. Jones sázku zvýšil. Jaká je pravděpodobnost, že má vyhrávající list? [0,1915]

**69.** Hráči bylo řečeno, že ze tří hracích automatů vyplácí jeden výhry s pravděpodobností 1/2, kdežto zbývající dva s pravděpodobností 1/3.

(a) Jaká je pravděpodobnost, že hráč, který si zvolil náhodně jeden z automatů, první hru prohraje a druhou vyhraje? [0,2315]

(b) Jaká je pravděpodobnost, že si hráč vybral nejpříznivější automat, víme-li, že v první hře prohrál a ve druhé vyhrál? [0,36]

**70.** Uvažujeme dvě osudí: osudí A obsahuje 1 černou a 1 bílou kuličku, v osudí B jsou 2 černé a 3 bílé kuličky. Z osudí A vytáhneme náhodně jednu kuličku a vložíme ji do osudí B. Potom vytáhneme jednu kuličku z osudí B. Jaká je pravděpodobnost, že:

(a) kulička z osudí A a kulička z osudí B mají stejnou barvu? [7/12]

(b) kulička z osudí A byla bílá, víme-li, že kulička tažená z osudí B je černá? [5/12]

**71.** Zákazník si náhodně vybírá obraz ze skupiny obsahující 8 originálů a 2 kopie. Svoje rozhodnutí přitom konzultuje s expertem, který pozná originál s pravděpodobností 5/6.

(a) Expert soudí, že vybraný obraz je originál. S jakou pravděpodobností to originál skutečně je? [0,9524]

(b) Expert soudí, že vybraný obraz je kopie. Zákazník proto obraz odloží a volí náhodně (již bez konzultace s expertem) jeden ze zbývajících obrazů. Jaká je pravděpodobnost, že takto zvolí originál? [0,8395]

**72.** V osudí A je 5 bílých a 5 černých koulí, osudí B je prázdné. Z osudí A náhodně vytáhneme 5 koulí a vložíme je do osudí B. Z osudí B pak náhodně vytáhneme jednu kouli a zjistíme, že je černá. Kouli nevrátíme a z osudí B vytáhneme ještě jednu kouli. Spočítejte pravděpodobnost, že tato koule bude bílá. [5/9]

**73.** Krabice obsahuje $n$, $n > 2$, koulí – bílé a černé. Byla naplněna takto: $n$-krát bylo hozeno kostkou; pokud padla šestka, do krabice byla vložena bílá koule, jinak byla vložena černá koule. Z takto naplněné krabice byla náhodně vylosována jedna koule a zjistilo se, že je bílá. Spočítejte pravděpodobnost, že krabice před tímto tahem obsahovala právě jednu bílou kouli. [$\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}$]