

Domácí úloha ze dne 11. října 2013 (odevzdává se 18. října)

V podokruhu $\mathbb{Z}[i] = \{a + bi; a, b \in \mathbb{Z}\}$ tělesa komplexních čísel \mathbb{C} jsou dány podmnožiny I, J takto:

$$I = \{a + bi; a, b \in \mathbb{Z}, 5|a + 4b\},$$
$$J = \{a + bi; a, b \in \mathbb{Z}, 17|a + 4b\}.$$

Pro každou z množin I, J rozhodněte, zda je ideálem okruhu $\mathbb{Z}[i]$ (své rozhodnutí dokažte). A pokud skutečně jde o ideál, zjistěte, zda je to ideál hlavní (je-li hlavní, nalezněte nějaké číslo, které jej generuje, a tento fakt dokažte; není-li hlavní, z předpokladu o existenci generátoru odvoďte spor).