

M3501 Matematická analýza 3

První zápočtová písemná práce, 21. 10. 2013

Varianta A

1. (**2 body**) Určete a do roviny načrtněte definiční obor funkce dvou proměnných zadané předpisem

$$f(x, y) = \arcsin(y - \sin x).$$

2. (**3 body**) Stanovte hodnoty limit funkcí dvou proměnných, příp. ukažte, že některá z nich neexistuje:

- (a) (**1,5 bodu**)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x+y)^2 \sin \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}},$$

- (b) (**1,5 bodu**)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{2(x-1)^2 y}{(x-1)^2 + y^2}.$$

3. (**3 body**) Nalezněte a upravte všechny parciální derivace prvního i druhého řádu funkce dvou proměnných zadané předpisem

$$f(x, y) = \ln \left(\frac{x+y}{xy-1} \right).$$

4. (**2 body**) Ověřte, že funkce $f(x, y) = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ vyhovuje vztahu

$$x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = 0.$$