

KONVEXNÍ OBAL ^①

V \mathbb{R}^3

K ČEMU JSOU KONVEXNÍ
OBALY DOBRÉ

= směs a pořádanými
množinami (konvexní
kombinace

$$\sum \lambda_i p_i$$

$$\lambda_i \geq 0$$

$$\sum \lambda_i = 1$$

OBR 1

= Minimalizace - minimální objemu
OBR 2

VĚTA Konvexní množina
s n vrcholy má nejvýše $3n - 6$

(2)

hran a $2n-4$ stěn.

Dle pomoci Eulerovy věty

OBR 5

$$m_v - m_e + m_f = 2$$

$2m_e \geq 3m_f$ Dosadíme do

Eul. věty

$$m_e = m_v + m_f - 2$$

$$\frac{3}{2}m_f \leq m_v + m_f - 2$$

$$\frac{1}{2}m_f \leq m_v - 2$$

$$m_f \leq 2n - 4$$

Důsledek Konvexní obal n bodů

má $\leq 3n-6$ hran a $\leq 2n-4$ stěn.

③

ALGORITMU $S =$ průsečíky
+ množství

$$P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$$

① Najdeme 4 body neležící
v rovině p_1, p_2, p_3, p_4 .

② Další seřadíme na kladně

$$P_r = \{p_1, p_2, p_3, p_4, \dots, p_r\} \quad r > 4$$

$CH(P_r)$... konvexní obal

Vytváříme $CH(P_r)$ z

$CH(P_{r-1})$ a p_r .

Ⓐ $p_r \in CH(P_{r-1})$, pak

$$CH(P_{r-1}) = CH(P_r).$$

(4)

(B) p_n leží vně $CH(P_{n-1})$

Najdeme viditelné stěny

$CH(P_{n-1})$ a p_n , ty zrušíme a nahradíme novými.

TECHNICKY

OBR 6

Konvexní obaly zachycujeme

pomocí dvojité souvislých

seznamů. Hranice stěny

tvorena orientovanými hrana-

mi, z vnějšku orientované

proti směru hod. ručiček.

Nové stěny

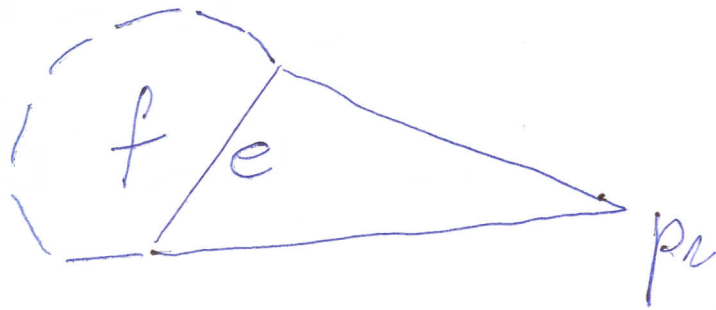
OBR 9

- nejvíce viditelných s množinou p_n
- spojením staré stěny

OBR 10

5

s nejúhelníkem



Je stěna f vidět z p_r .

Stěna určuje rovinu h_f .

f je vidět z p_r , právě když p_r leží v opačném ~~poloprostoru~~ polo prostoru než $\mathcal{E}\mathcal{K}(P_{r-1})$.

OBR 7

Technická realizace

Konfliktní seznamy

$$F_{\text{CONFLICT}}(p_t) = \{ f \in \mathcal{E}\mathcal{K}(P_{t-1}), \\ f \text{ je vidět z } p_t \} \\ t \geq n$$

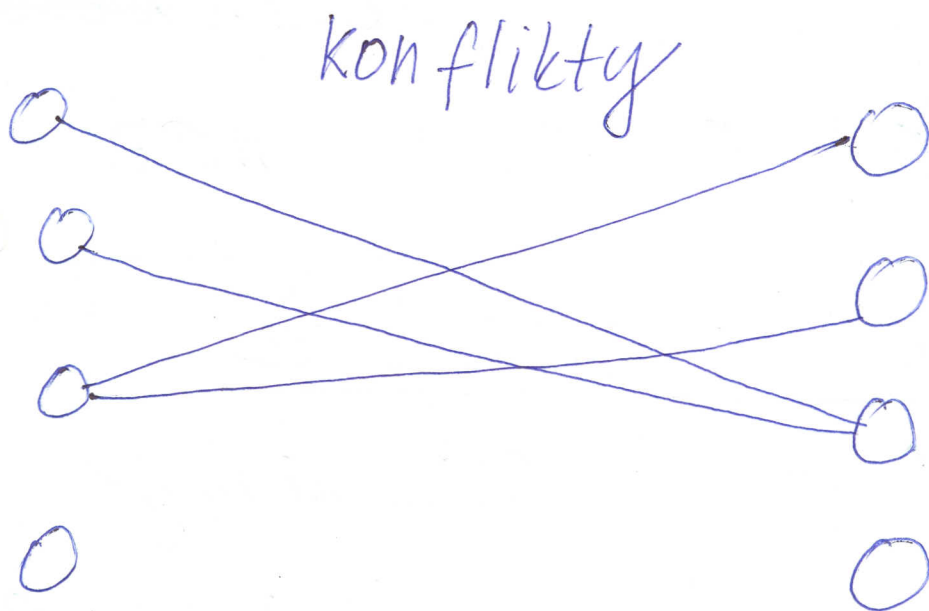
6

$$P_{\text{CONFLICT}}(f) = \{p_i \in P, i \geq n\}$$

pro f a $e \in \mathcal{E}(P_{n-1})$

Tyto seznamy lze rychle najít pomocí bipartitního grafu G

OBR 11



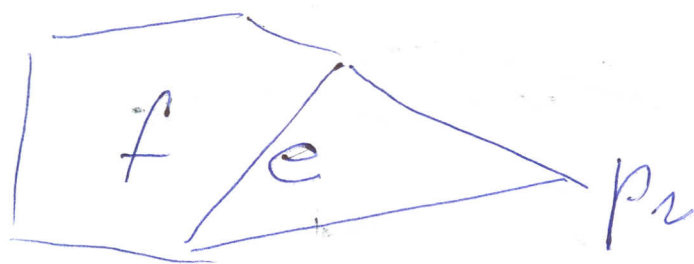
body p_1, p_{n+1}, \dots, p_m

hrany
a $e \in \mathcal{E}(P_{n-1})$

(7)

Jak se mění graf G při přechodu od $\mathcal{E}\mathcal{K}(P_{r-1})$ k $\mathcal{E}\mathcal{K}(P_r)$?

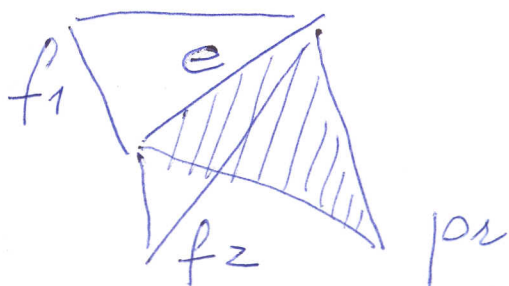
- nová stěna je sjednocení staré stěny f s $\Delta e p_r$



- viditelnost stěny f zůstane zachována

- nová stěna je trojúhelník s hranou e a vrcholem p_r

OBR 12



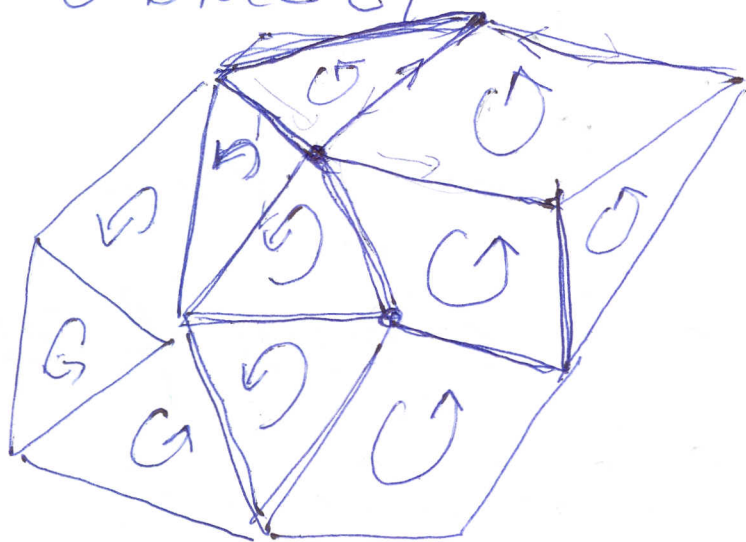
(8)

Vezmeme $P_{\text{conflict}}(f_1) \cup P_{\text{conflict}}(f_2)$

a zjistíme, z kterých vrcho-
lů je vidět $\Delta \in P_r$.

Smazeme $\bar{F}(pr)$ a přilehlé hrany.

Jak najdeme hranici viditel-
né oblasti?



Najdeme hranu jejíž dvojce
neleží v $F_{\text{conflict}}(pr)$.

9

ALGORITHMUS

STR 44

OČEKÁVANÁ PAMĚŤOVÁ NÁROČNOST

$$O(m)$$

OČEKÁVANÝ ČAS ALGORITHMU

$$O(n \log n)$$

Důkaz prvního

Průměrný počet stěn
objevivších se v algoritmu
je $6n - 20$.

Počet nových stěn = počet
hran viditelné oblasti z p_n
= $\deg(p_n, \mathcal{C}\mathcal{K}(P_{n-1}))$

(10)

Pocet hran v $\mathcal{EK}(P_2) \leq 3r-6$

Soucet stupnu $\leq 6r-12$

Soucet stupnu p_1, p_2, p_3 a $p_4 \dots 12$

Prumerny' stupeň je

$$\frac{6r-12-12}{r-4} = 6$$

Pocet sten $4 + (n-4) \cdot 6 = 6n-20.$

