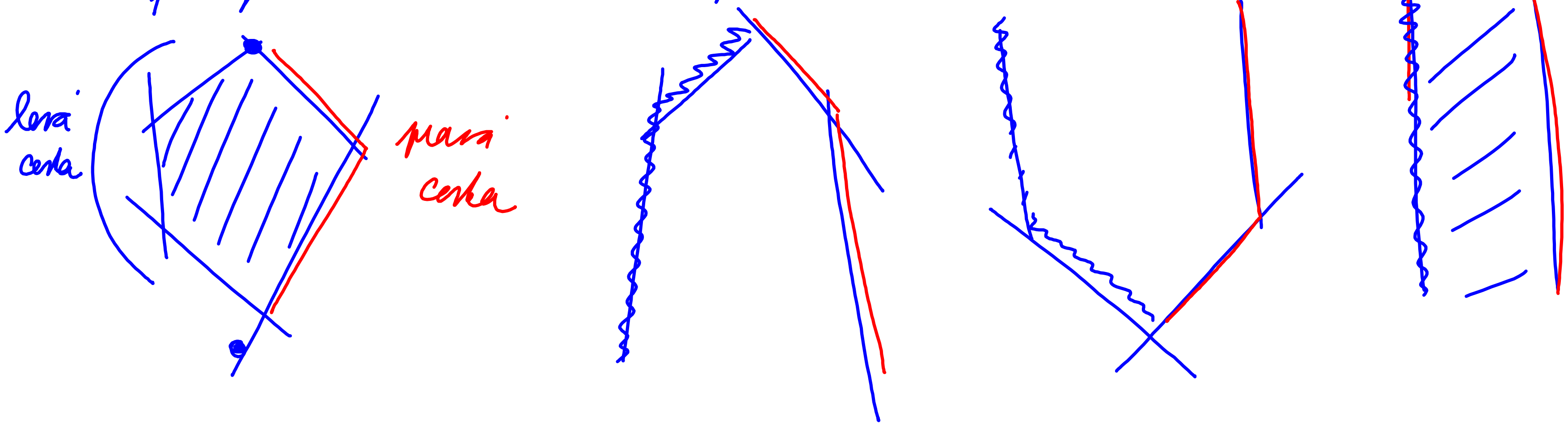
① Průnik polorovin

metodou rozděl a panuj. Též pseudokód ft

Popíšeme algoritmus, jak spočítat $C_1 \cap C_2 = C$.

Jak mohou C_1 a C_2 vypadat?

C_1 je ohraničena levou a pravou cestou

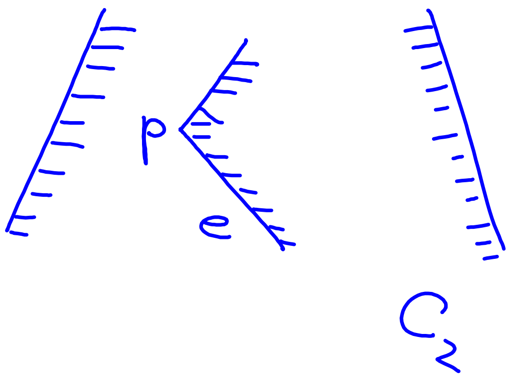


3) p je před q jestliže

$$p_y > q_y \text{ nebo } p_y = q_y \text{ a } p_x < q_x$$

C_1 se děje při průchodu bodem p, jestliže p je horním bodem úsečky e v levé cestě C_1

4) p leží mezi levou a pravou cestou C_2



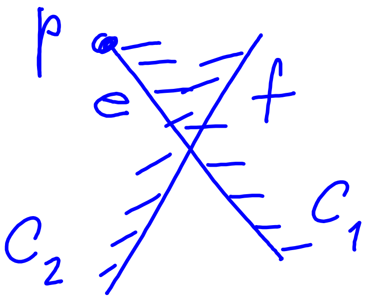
Nad p již levou a pravou cestu $C = C_1 \cap C_2$ máme popsanou.

Kde dáme e do levé cesty C.

ad 5

3

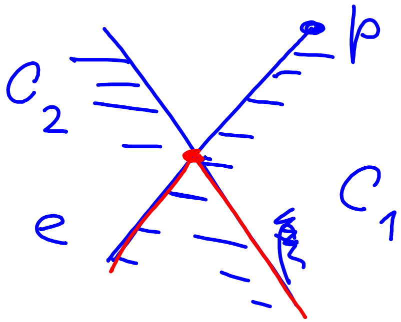
a



e je v levé cestě pro C podle 1

Bude to poslední iterace.

b



e začátek levé cesty pro C

f začátek pravé cesty

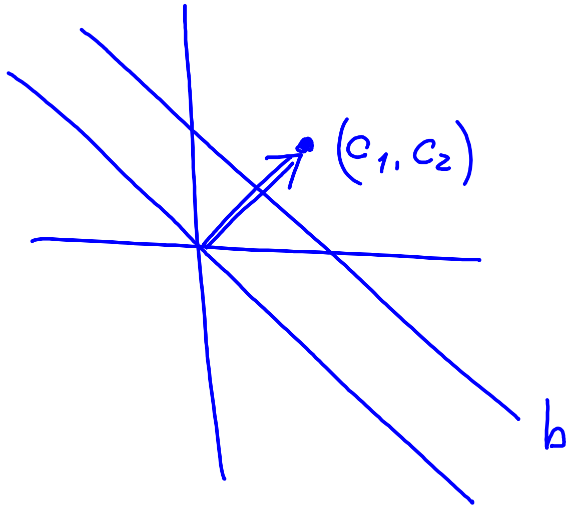
př 7

Geometrická interpretace

$c_1 x_1 + c_2 x_2 = 0$

$(c_1, c_2) \cdot (x_1, x_2) = 0$

normála je $(c_1, c_2) = \vec{n} = \vec{c}$

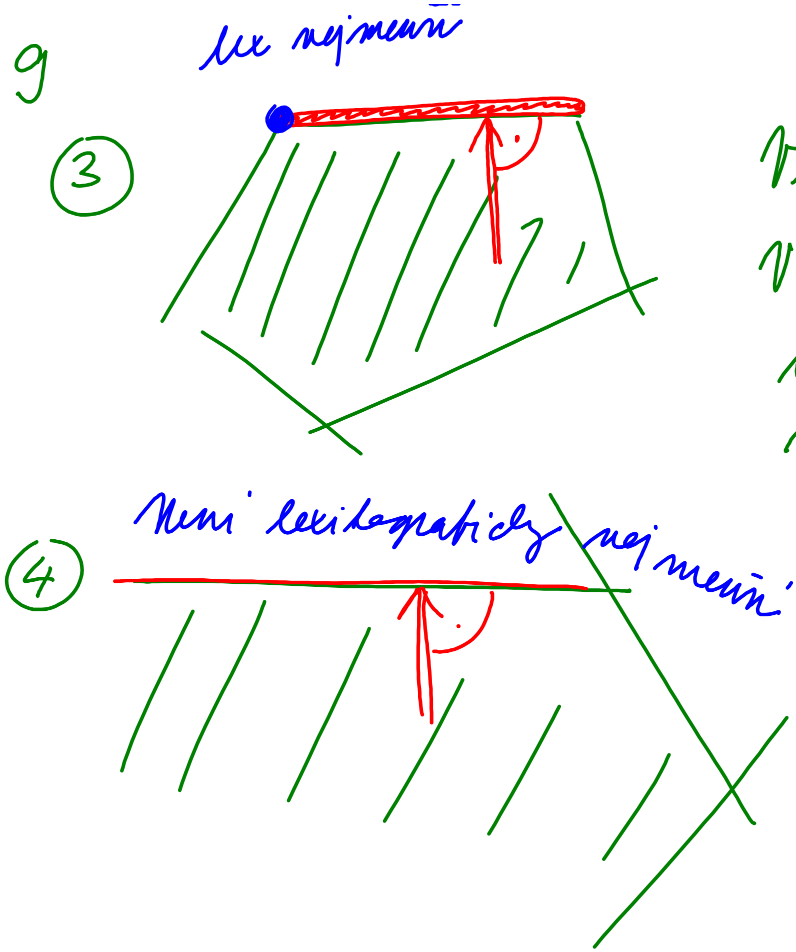


$c_1 x_1 + c_2 x_2 = b$

$f(x_1, x_2) = c_1 x_1 + c_2 x_2$ je na přímkách konstantní

$c_1 \cdot c_1 + c_2 \cdot c_2 > 0$

Ad 9



Více řešení

v tomto případě chceme vybrat řešení, které je lexikograficky nejmenší

$p < q \iff p_x < q_x$ nebo $(p_x = q_x$ a $p_y < q_y)$

str. 11 **1-dim úloha lin programování**

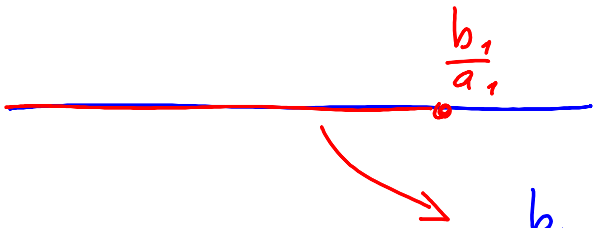
Maximalizovat $f(x) = cx$

za podmínek

$$a_1 x \leq b_1$$
$$a_2 x \leq b_2$$
$$\vdots$$
$$a_n x \leq b_n$$

$0 \cdot x \leq 1$ .... $x \leq \infty$

$0 \cdot x \leq -1$ .... $x \leq -\infty$

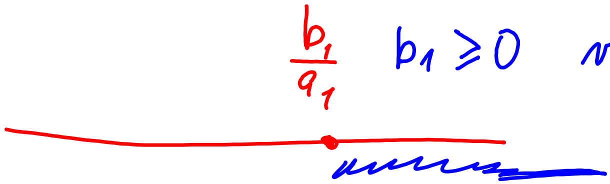


$a_1 > 0$ $\quad x \leq \frac{b_1}{a_1}$

$a_1 < 0$ $\quad x \geq \frac{b_1}{a_1}$

$a_1 = 0$ $\quad b_1 < 0$ soustava nemá řešení

$b_1 \geq 0$ všechna $x \in \mathbb{R}$ jsou řešení



~~B~~ ~~d~~ od maxima

$$f(x) = c\,x$$

$c > 0$ $f(x)$ naraščajoča max je nahajamo v x_r

$c < 0$ $f(x)$ je padajoča max je nahajamo v x_l

$c = 0$ max. nahajamo v ~~to~~ celem $[x_l, x_r]$.

Řešme úlohu najít bod, ve kterém

$$f(x) = c_1 x_1 + c_2 x_2$$

nabývá svého maxima na množině

$$m_1 \cap m_2 \cap h_1 \cap h_2 \cap \ldots h_n$$

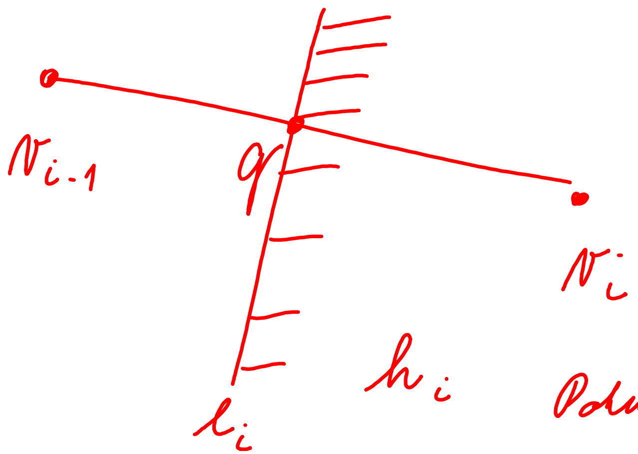
přičemž tento bod je minimální v lexikografickém uspořádání

$$C_0 \supseteq C_1 \supseteq C_2 \supseteq \ldots \supseteq C_n$$

$$C_i = m_1 \cap m_2 \cap h_1 \cap \ldots \cap h_i$$

Označme $v_i \in C_i$ bod maxima funkce f na C_i, který je lexikograficky minimální.

(b) Nechť $v_{i-1} \notin h_i$ a předp. že $v_i \notin l_i$



Protože $f(v_{i-1}) \geq f(v_i)$

musí platit

$f(v_{i-1}) \geq f(q) \geq f(v_i)$

Pokud $f(v_{i-1}) > f(v_i)$, tak

$f(v_{i-1}) > f(q) > f(v_i)$

f na C_i nenabývá svého maxima ve v_i

Úsečka (v_{i-1}, v_i) leží v C_{i-1}, tedy $q \in C_{i-1}$

$q \in h_i$

$q \in C_{i-1} \cap h_i = C_i$

Dosadím $x_2 = \dfrac{b_i - a_{i1}x_1}{a_{i2}}$

hledáme max funkce

$$g(x_1) = f(x_1, x_2) = c_1 x_1 + c_2 \left(\frac{b_i - a_{i1} x_1}{a_{i2}} \right) =$$

$$= \left(c_1 - c_2 \frac{a_{i1}}{a_{i2}} \right) x_1 + c_2 b_i$$

To je totéž jako hledat max funkce

$$\tilde{g}(x_1) = \left(c_1 - c_2 \frac{a_{i1}}{a_{i2}} \right) x_1$$

Tedy je jedna dim úloha LP.

a to na množinách

$$a_{j1} x_1 + a_{j2} \left(b_i - \frac{a_{i1} x_1}{a_{i2}} \right) \leq b_j$$

$$\left(a_{j1} - a_{j2} \frac{a_{i1}}{a_{i2}} \right) x_1 \leq b_j + a_{j2} b_i \qquad j = 1, 2, .. i-1$$