

## Domácí úkol do semináře z teorie čísel, 2. týden (26. 9. 2013)

1. (a) Dokažte, že pro každé  $n \in \mathbb{N}$  platí

$$\sum_{k|n} \Lambda(k) = \ln(n),$$

kde  $\Lambda$  značí von Mangoldtovu funkci.

- (b) Pomocí Möbiovy inverzní formule z tohoto vztahu odvodte vzorec pro  $\Lambda(n)$ .

2. Nechť  $c \in \mathbb{R}$ ,  $c > 1$ . Pomocí prime number theorem dokažte, že

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\pi(cx) - \pi(x)) = \infty,$$

kde  $\pi(x) = |\{p \leq x : p \in \mathbb{P}\}|$  je prime counting function.