

Domácí úkol do semináře z teorie čísel, 3. týden (3. 10. 2013)

1. Spočítejte, jaký odhad předpovídá Hardy-Littlewood conjecture (nebo obecněji Bateman-Horn conjecture) pro počet prvočísel p menších nebo rovných než daná mez takových, že $p + 6$ je rovněž prvočíslo (dvojice prvočísel lišících se o 6 se nazývá sexy primes), a potom tento odhad porovnejte se skutečnými počty těchto prvočísel pro nějaké vhodně velké meze.

Pozn.: Stručný popis této hypotézy lze nalézt v textu ve studijních materiálech, kde je rovněž podobný příklad pro twin primes a pro prvočísla tvaru $n^2 + 1$.

Pozn.: Počty dvojic sexy primes menších než 10^n pro $1 \leq n \leq 12$ lze nalézt na

<http://oeis.org/A080841>

(zde ovšem počítají takové dvojice sexy primes které jsou obě menší než 10^n , tedy např. dvojice (97, 103) není započítána do dvojic menších než 100).

Pozn.: Pro výpočet konstanty $C_{x,x+6}$ lze využít toho, že tato konstanta je jistým racionálním násobkem twin prime constant C_2 , jejíž hodnotu s přesností na 7 desetinných míst lze nalézt ve výše zmíněném textu a s přesností na 105 desetinných míst na

<http://oeis.org/A005597>.