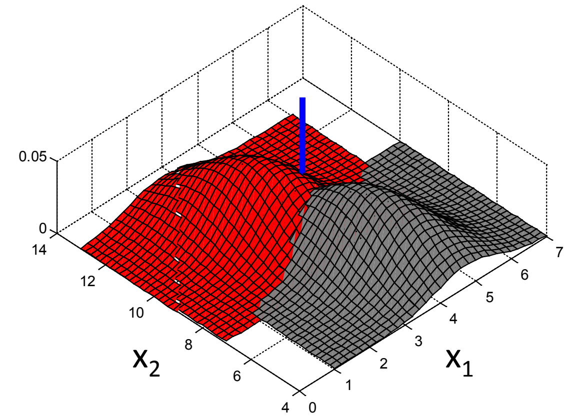
Analýza a klasifikace dat – přednáška 6

RNDr. Eva Janoušová

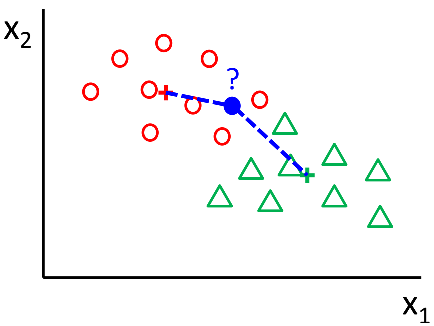
Podzim 2014

Typy klasifikátorů – podle principu klasifikace

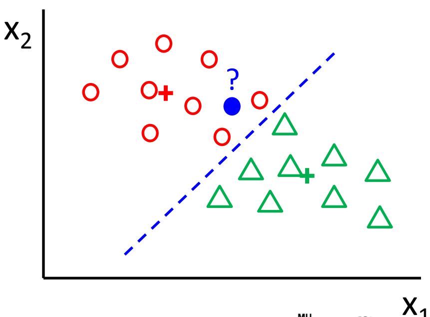
- **klasifikace pomocí diskriminačních funkcí:**
  - diskriminační funkce určují míru příslušnosti k dané klasifikační třídě
  - pro danou třídu má daná diskriminační funkce nejvyšší hodnotu



- **klasifikace pomocí vzdálenosti od etalonů klasif. tříd:**
  - etalon = reprezentativní objekt(y) klasifikační třídy
  - počet etalonů klasif. třídy různý – od jednoho vzorku (např. centroidu) po úplný výčet všech objektů dané třídy (např. u klasif. pomocí metody průměrné vazby)

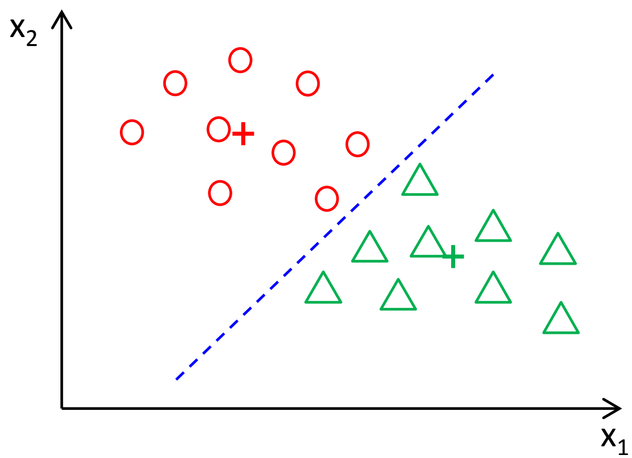


- **klasifikace pomocí hranic v obrazovém prostoru:**
  - stanovení hranic (hraničních ploch) oddělujících klasifikační třídy

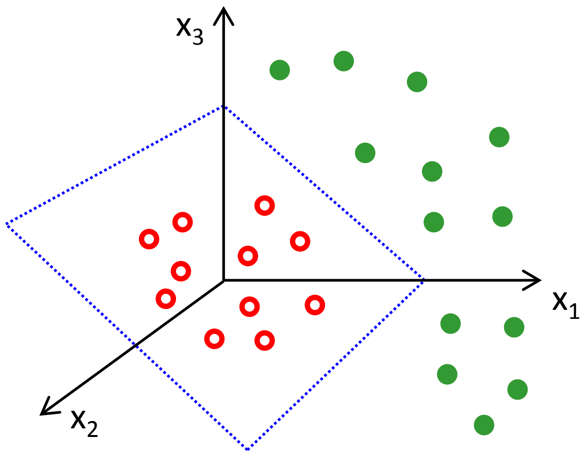


Motivace

2-rozměrný prostor



3-rozměrný prostor



Hranice je nadplocha o rozměru o jedna menší než je rozměr prostoru

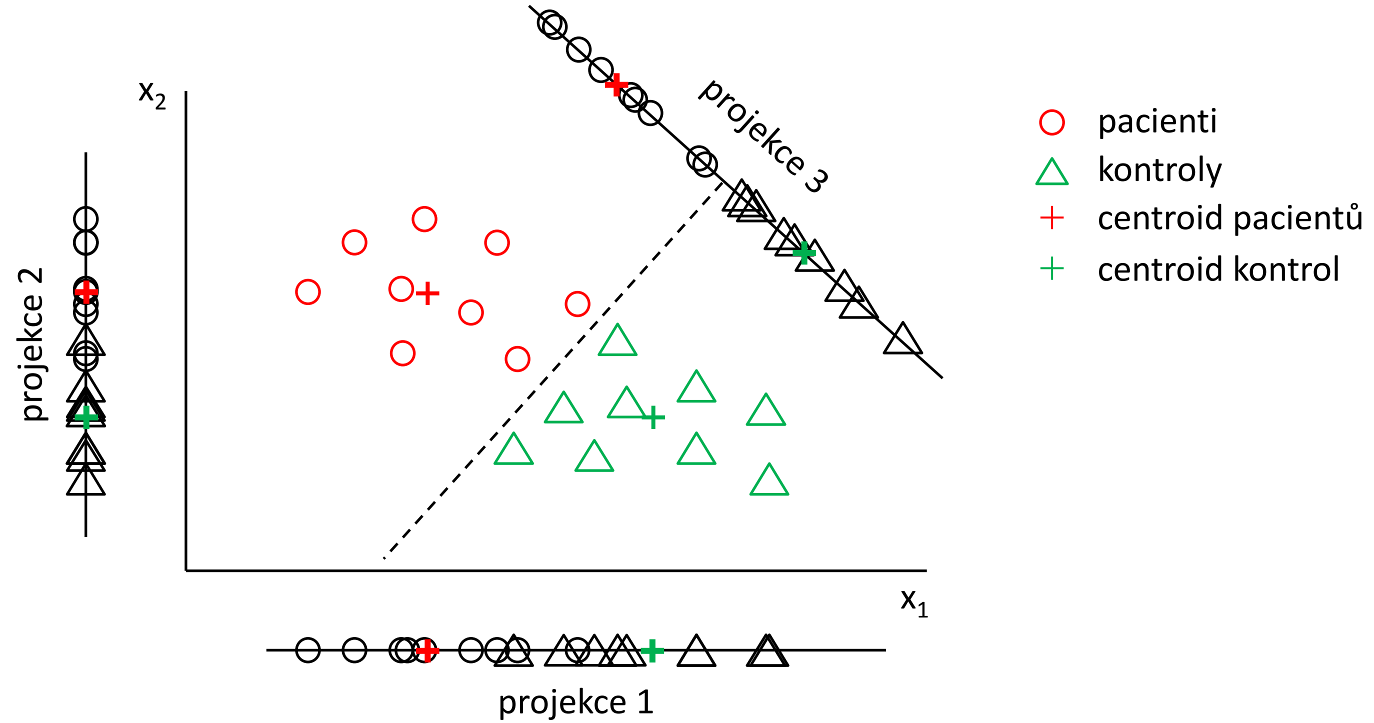
- ve 2-rozměrném prostoru je hranicí křivka (v lineárním případě přímka)
- v 3-rozměrném prostoru plocha (v lineárním případě rovina)

Hranice je tedy dána rovnicí: $\mathrm{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^T\mathbf{x} + \mathrm{w}_0 = 0$

Výpočet hranice různými metodami (např. Fisherova LDA, SVM apod. – viz dále)

Fisherova lineární diskriminace (FLDA)

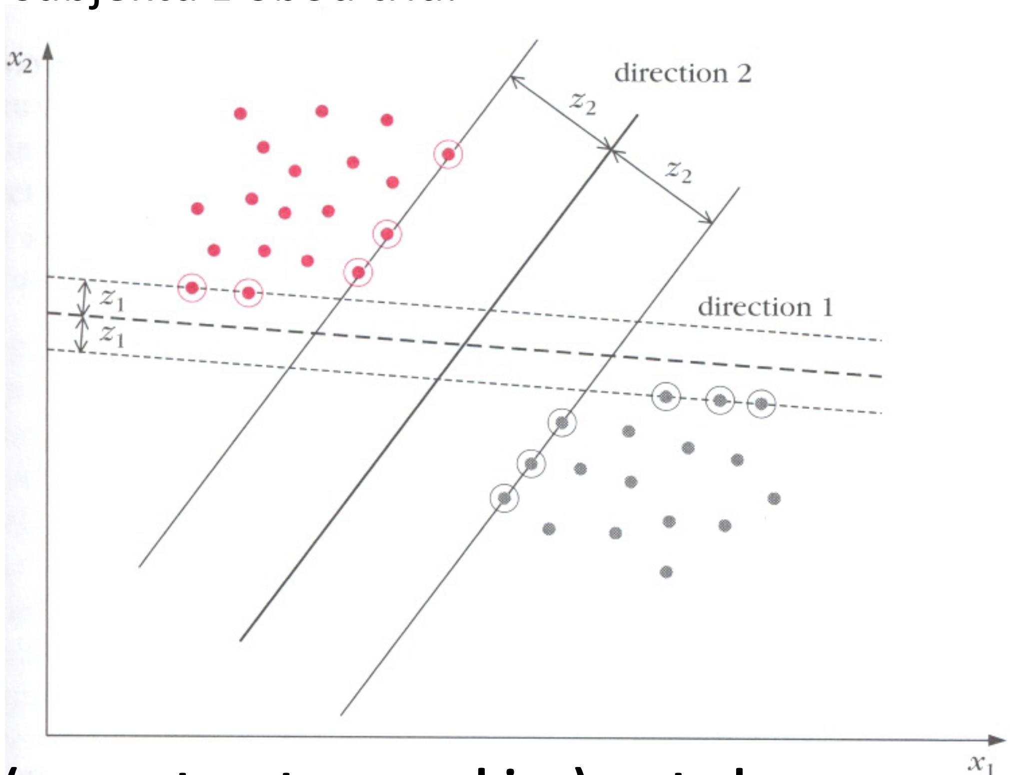
- použití pro lineární klasifikaci
- princip: transformace do jednorozměrného prostoru tak, aby se třídy od sebe maximálně oddělily (maximalizace vzdálenosti skupin a minimalizace variability uvnitř skupin



- předpoklad: vícerozměrné normální rozdělení u jednotlivých skupin

Metoda podpůrných vektorů (SVM)

Princip: Proložení klasifikační hranice (nadroviny) tak, aby byla v co největší vzdálenosti od subjektů z obou tříd.

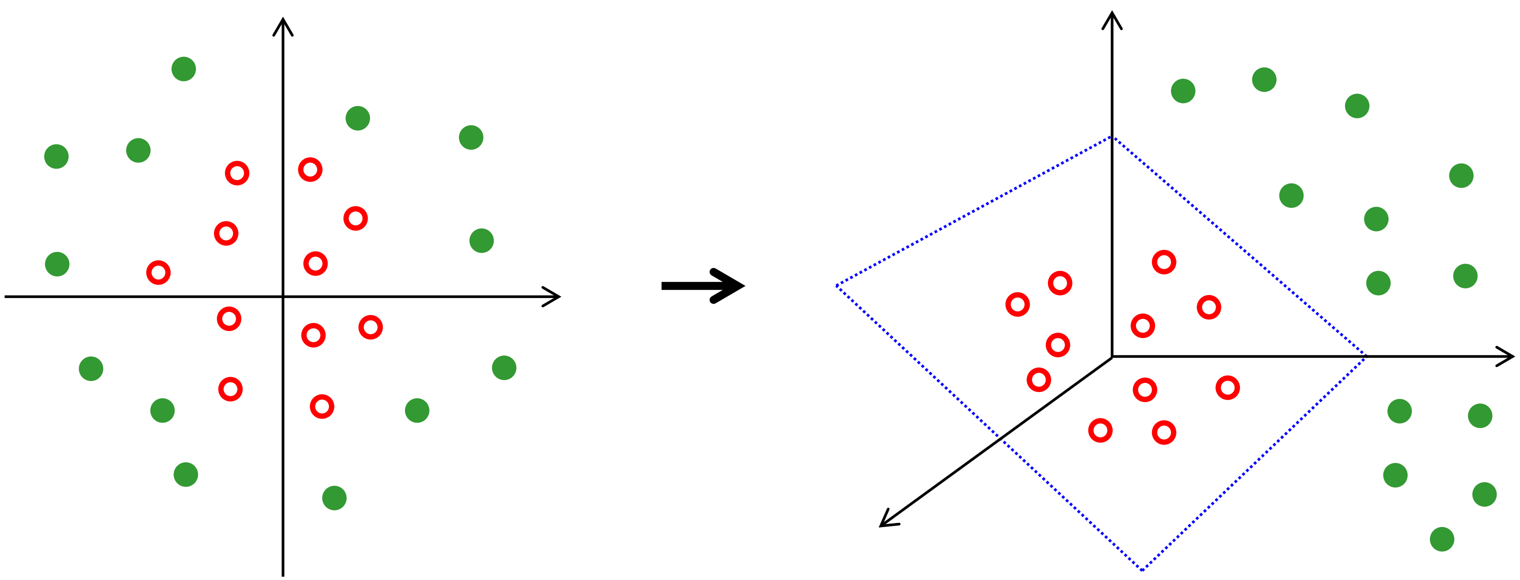


Varianty SVM (support vectore machine) metody:

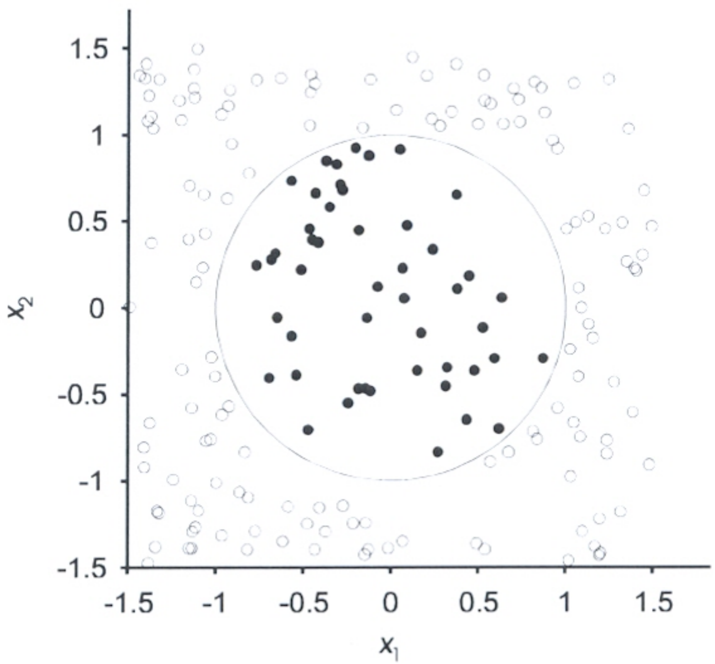
- **Lineární SVM** – oproti LDA nevyžaduje normalitu dat.
- **Nelineární SVM** – využití jader (např. polynomiální nebo radiální bázová funkce) k transformaci do prostoru, kde je možné subjekty oddělit lineárně.

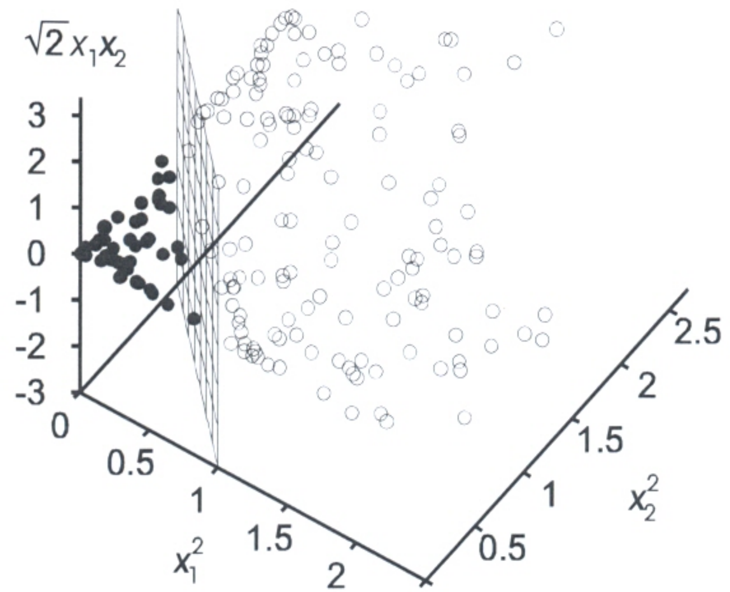
Nelineární SVM

- zobrazíme původní p-rozměrný obrazový prostor nelineární transformací do nového m-rozměrného prostoru tak, aby v novém prostoru byly klasifikační třídy lineárně separabilní



Nelineární SVM – ukázka 2

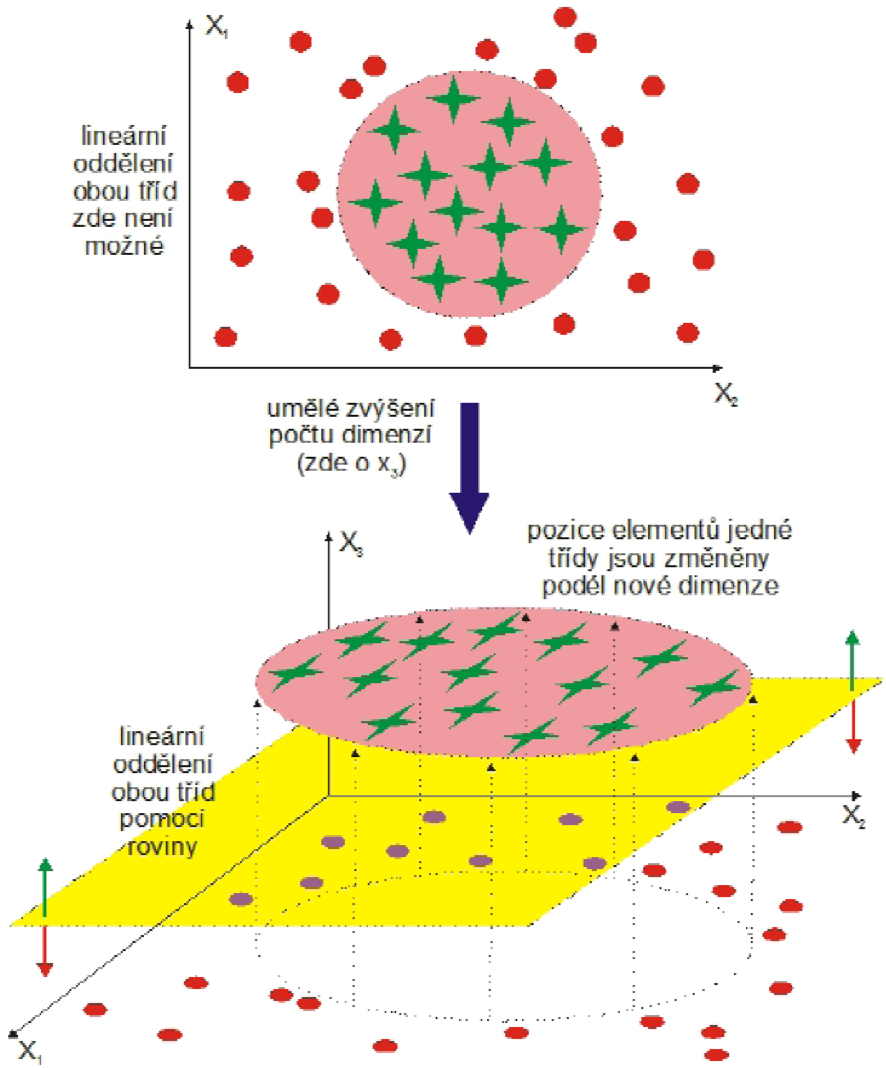




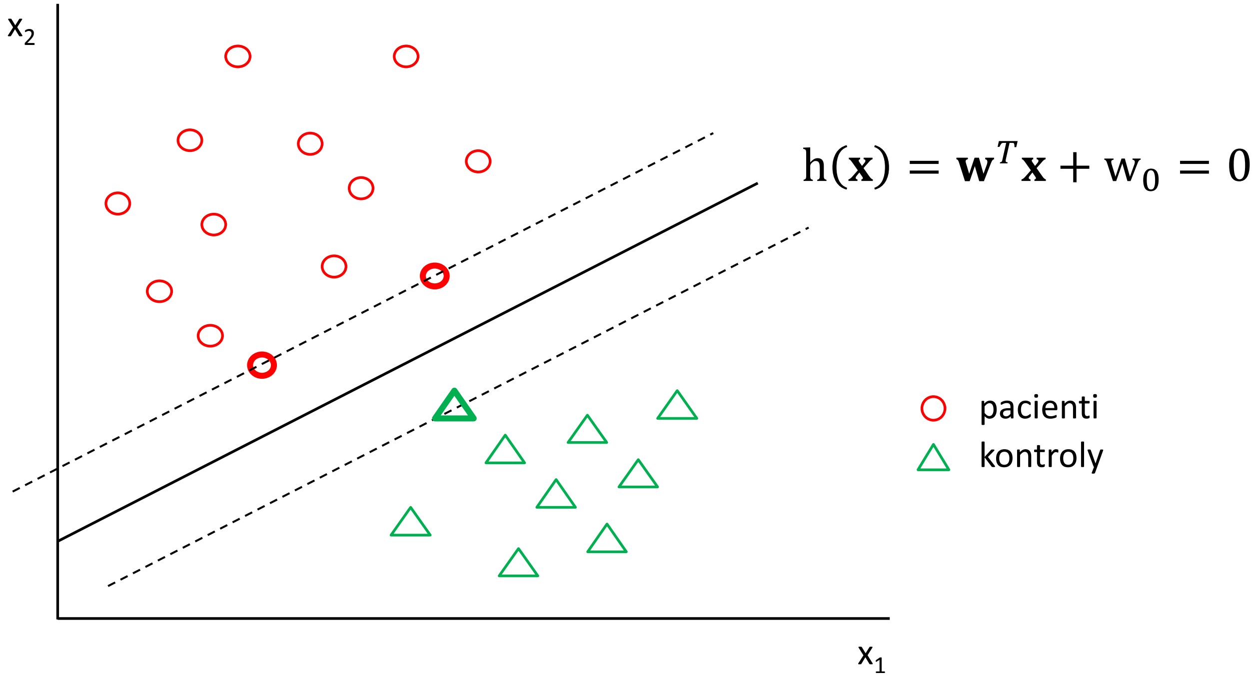
dvourozměrný prostor s oddělovací hranicí ve tvaru $x_1^2 + x_2^2 \leq 1$

tatáž situace zobrazená do trojrozměrného prostoru (x_1^2, x_2^2, $\sqrt{2}x_1x_2$) – **kruhová hranice se stane lineární**

Nelineární SVM – ukázka 3



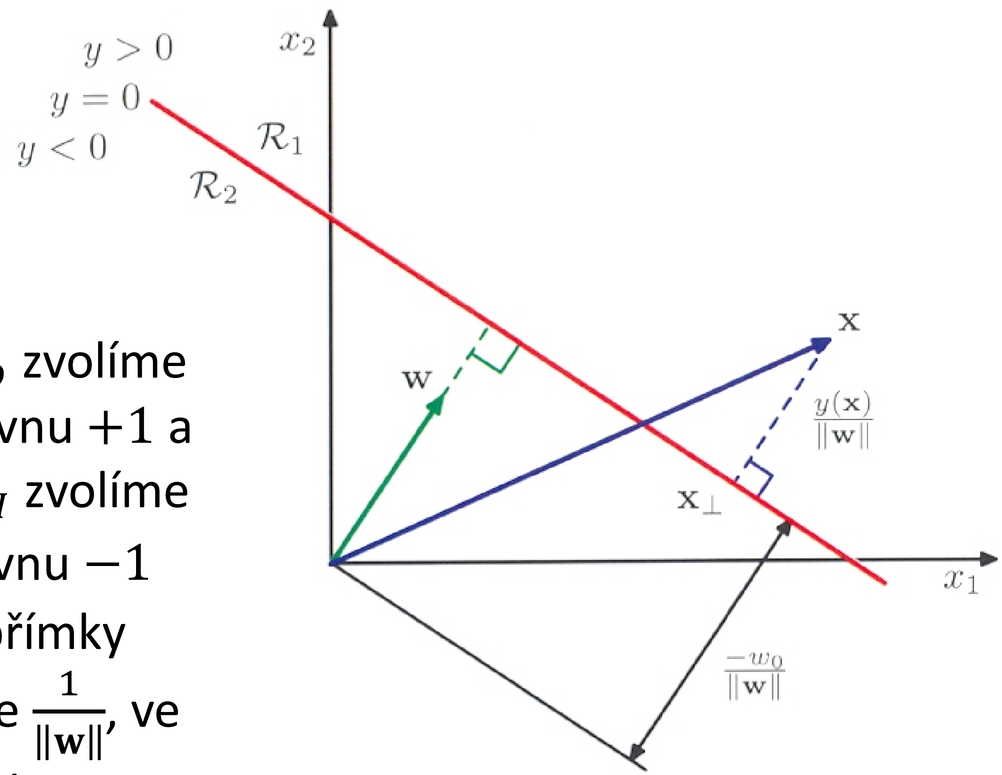
Lineární SVM



- Proložení klasifikační hranice (nadroviny) tak, aby byla v co největší vzdálenosti od subjektů z obou tříd → tzn. aby byl okolo hranice co nejširší pruh bez bodů
- Na popis hranice (nadroviny) stačí pouze nejbližší body, kterých je obvykle málo a nazývají se **podpůrné vektory** (support vectors)

Lineární SVM – lineárně separabilní třídy

- hranice: $\mathrm{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^T\mathbf{x} + \mathrm{w}_0 = 0$ (kde $\mathbf{w}$ a w_0 je orientace a poloha hranice)
- klasifikace subjektu $\mathbf{x}$ do třídy ω_D, resp. ω_H, bude dána tím, jestli je výraz $\mathbf{w}^\mathrm{T}\mathbf{x} + w_0$ větší, resp. menší, než 0
- vzdálenost jakéhokoliv bodu od klasifikační hranice je: $d = \frac{|\mathbf{w}^\mathrm{T}\mathbf{x}+w_0|}{\|\mathbf{w}\|}$, kde $\|\mathbf{w}\|$ je velikost vektoru $\mathbf{w}$



- pro nejbližší bod $\mathbf{x}_i$ ze třídy ω_D zvolíme hodnotu výrazu $\mathbf{w}^\mathrm{T}\mathbf{x}_\mathrm{i} + w_0$ rovnu $+1$ a pro nejbližší bod $\mathbf{x}_j$ ze třídy ω_H zvolíme hodnota výrazu $\mathbf{w}^\mathrm{T}\mathbf{x}_\mathrm{j} + w_0$ rovnu -1
- pak na každé straně od dělící přímky máme toleranční pásmo o šířce $\frac{1}{\|\mathbf{w}\|}$, ve kterém se nenachází žádný bod

Lineární SVM – lineárně separabilní třídy

- Pro všechny body z trénovací množiny platí:

$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} + w_0 \geq 1 \quad \text{pro všechna } \mathbf{x} \text{ z } \omega_D,$$
$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} + w_0 \leq -1 \quad \text{pro všechna } \mathbf{x} \text{ z } \omega_H,$$

- což můžeme stručněji zapsat jako

$$\boxed{\delta_{x_k}\left(\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_k + w_0\right) \geq 1, \text{pro k=1, ..., N,}}$$

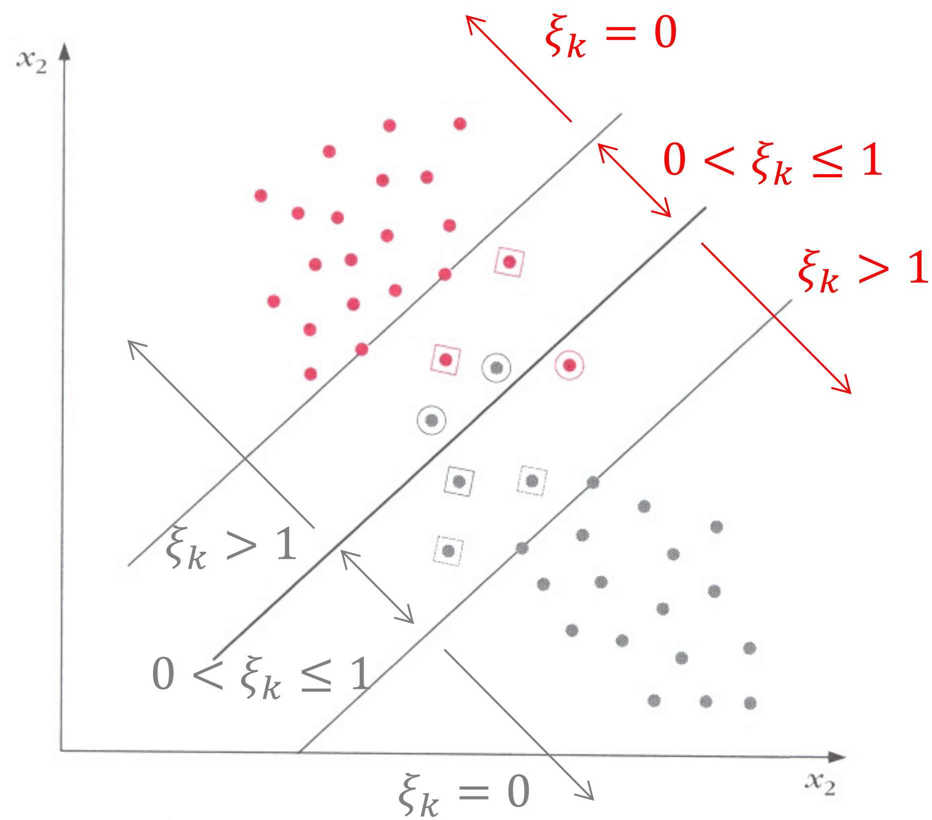
- kde δ_{x_k} = 1 pro $\mathbf{x}_k$ ze třídy ω_D a δ_{x_k} = -1 pro $\mathbf{x}_k$ ze třídy ω_H
- hledáme takové hodnoty $\mathbf{w}$ a w_0, aby byla celková šířka tolerančního pásma $\frac{1}{\|\mathbf{w}\|} + \frac{1}{\|\mathbf{w}\|} = \frac{2}{\|\mathbf{w}\|}$ co největší
- hledat maximum funkce $\frac{2}{\|\mathbf{w}\|}$ je to stejné, jako hledat minimum funkce $\frac{\|\mathbf{w}\|}{2}$ a toto minimum se nezmění, když kladnou hodnotu v čitateli umocníme na druhou (což nám zjednoduší výpočty), takže dostáváme následující kriteriální funkci, jejíž hodnotu se snažíme minimalizovat:

$$\boxed{\mathrm{J}(\mathbf{w}, w_0) = \frac{\|\mathbf{w}\|^2}{2}}$$

→ řešení pomocí metody Lagrangeova součinitele

Lineární SVM – lineárně neseparabilní třídy

- zavedeme relaxační proměnné $\xi_k \geq 0$ vyjadřující, jak moc každý bod porušuje podmínku $\delta_{x_k}(\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_k + w_0) \geq 1$
- 3 situace:
  1. obraz leží **vně** pásma a je **správně** klasifikován: $\xi_k = 0$
  2. obraz leží **uvnitř** pásma a je **správně** klasifikován (body s čtverečky): $0 < \xi_k \leq 1$
  3. obraz leží na **opačné straně** hranice a je **chybně** klasifikován (body s kolečky): $\xi_k > 1$
- podmínky jsou pak ve tvaru: $\boxed{\delta_{x_k}(\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_k + w_0) \geq 1 - \xi_k}$



Lineární SVM – lineárně neseparabilní třídy

- když chceme najít hranici poskytující co nejrobustnější klasifikaci, musíme se snažit:
  - maximalizovat šířku tolerančního pásma
  - minimalizovat počet subjektů z trénovací množiny, které leží v tolerančním pásmu nebo jsou dokonce špatně klasifikovány (tj. těch, pro které $\xi_k > 0$)
- to můžeme vyjádřit jako minimalizaci kriteriální funkce:

$$\boxed{\mathrm{J}(\mathbf{w}, w_0, \boldsymbol{\xi}) = \frac{\|\mathbf{w}\|^2}{2} + C \sum_{k=1}^{N} \xi_k}$$

- kde C vyjadřuje poměr vlivu obou členů kriteriální funkce
- řešíme opět pomocí metody Lagrangeova součinitele

Lineární SVM – metoda Lagrangeova součinitele

- Zavedeme vektor Lagrangeových součinitelů $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N]$, kde $\lambda_k \geq 0$, a pomocí nich vyjádříme optimalizovanou funkci jako:

$$L(\mathbf{w}, w_0, \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = \frac{\|\mathbf{w}\|^2}{2} + C\sum_{k=1}^{N} \xi_k - \sum_{k=1}^{N} \lambda_k \left[\delta_{x_k}\left(\mathbf{w}^\mathrm{T}\mathbf{x}_k + w_0\right) - 1 + \xi_k\right] - \sum_{k=1}^{N} \mu_k \xi_k$$

- za podmínek $\lambda_k\left[\delta_{x_k}\left(\mathbf{w}^\mathrm{T}\mathbf{x}_k + w_0\right) - 1 + \xi_k\right] = 0$ a $\mu_k \xi_k \geq 0$, pro $k = 1, \dots, N$.
- tuto Lagrangeovu funkci zderivujeme podle proměnných $\mathbf{w}, w_0$ a $\boldsymbol{\xi}$ a derivace položíme rovny nule → po dalších úpravách dostaneme:

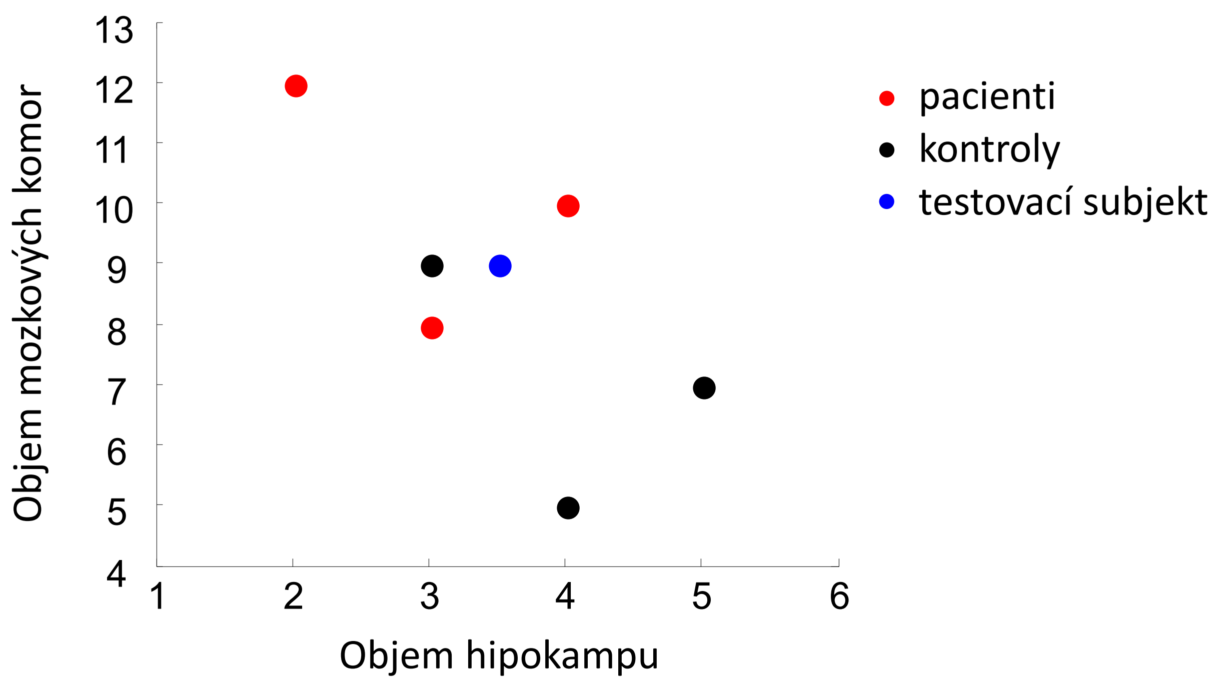
$$\boxed{\mathbf{w} = \sum_{k=1}^{N} \lambda_k \delta_{x_k} \mathbf{x}_k}$$

→ patrné, že pro výpočet orientace hranice důležité jen ty body, pro které platí $\lambda_k > 0$ (takovým bodům říkáme podpůrné vektory a jen na nich závisí umístění a orientace dělící přímky)

Příklad

Příklad: Bylo provedeno měření objemu hipokampu a mozkových komor (v cm^3) u 3 pacientů se schizofrenií a 3 kontrol: $\mathbf{X}_D = \begin{bmatrix} 2 & 12 \\ 4 & 10 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$, $\mathbf{X}_H = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 9 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$.

Určete, zda testovací subjekt $\mathbf{x}_0 = [3{,}5 \quad 9]$ patří do skupiny pacientů či kontrolních subjektů pomocí metody podpůrných vektorů.



Příklad – řešení pro parametr $\boldsymbol{C} = \mathbf{1}$

- výsledkem jsou hodnoty $\boldsymbol{\lambda} = \left[0, \frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 1, 0\right]$
- podpůrnými vektory jsou tedy body $\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4$ a $\mathbf{x}_5$, protože jim příslušející $\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4\ a\ \lambda_5$ jsou nenulové. Vypočítáme orientaci hranice:

$$\mathbf{w} = \sum_{k=1}^{6} \lambda_k \delta_{x_k} \mathbf{x}_k = \frac{1}{2}\mathbf{x}_2 + \mathbf{x}_3 - \frac{1}{2}\mathbf{x}_4 - \mathbf{x}_5 = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}4\\10\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}3\\8\end{bmatrix} - \frac{1}{2}\begin{bmatrix}5\\7\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}3\\9\end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix}-1/2\\1/2\end{bmatrix}$$

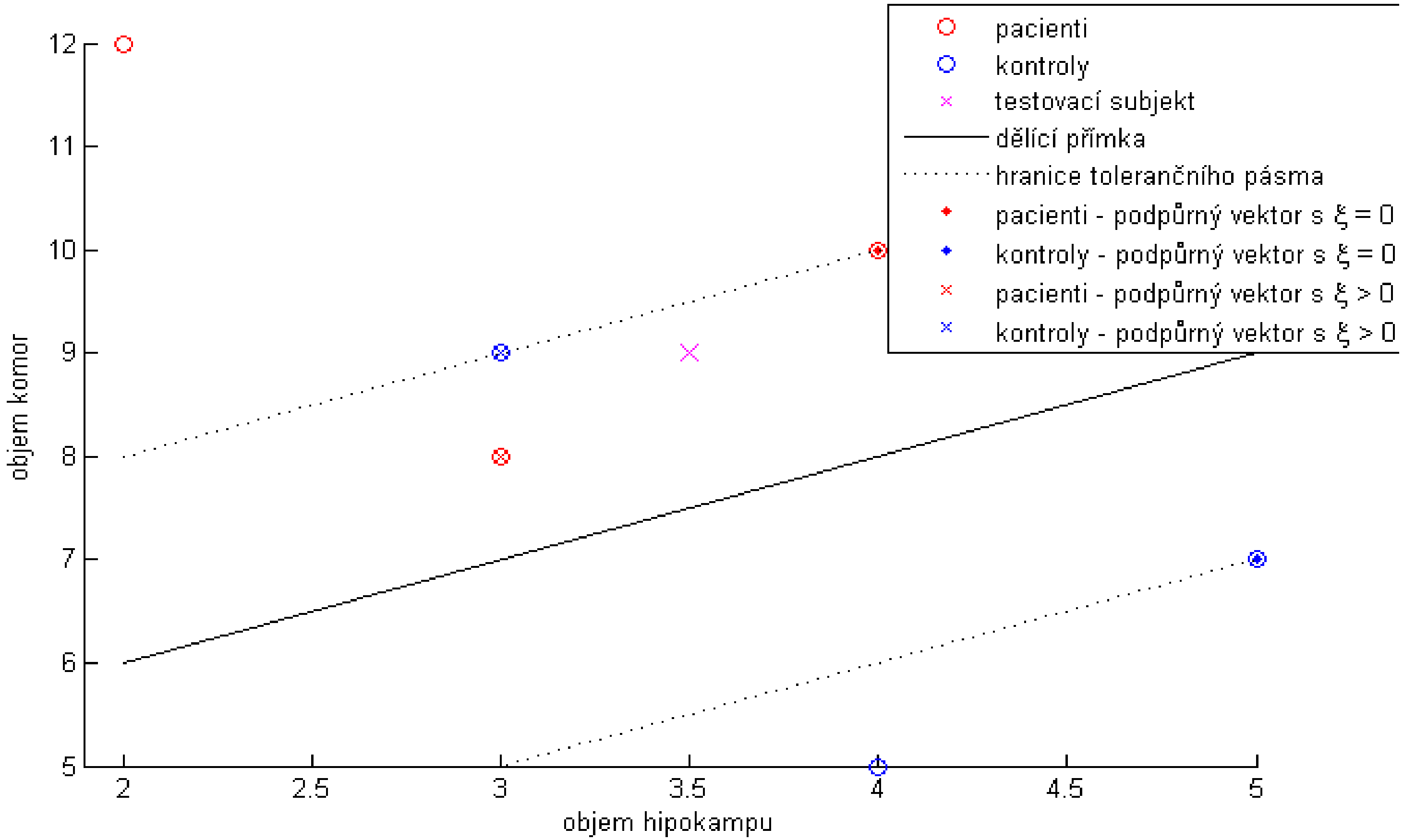
- Pokud zvolíme takový $\mathbf{x}_k$, pro který platí $0 < \lambda_k < C$, tak podle vztahu $\lambda_k + \mu_k = C$ musí být $\mu_k > 0$ a odtud podle vztahu $\mu_k \xi_k = 0$ plyne, že $\xi_k = 0$. Vzorec se tak zjednoduší na $\delta_{x_k}\left(\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_k + w_0\right) = 1$. Tedy například pro $\mathbf{x}_2$ $(0 < \lambda_2 = \frac{1}{2} < C = 1)$:

$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_2 + w_0 = 1 \;\Rightarrow\; w_0 = 1 - \begin{bmatrix}-\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4\\10\end{bmatrix} = 1 - 3 = -2$$

- hranice je tedy dána rovnicí: $\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} + w_0 = \begin{bmatrix}-\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{bmatrix}\mathbf{x} - 2$

Příklad – řešení pro parametr $\boldsymbol{C = 1}$

- hranice je dána rovnicí: $\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} + w_0 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \mathbf{x} - 2$



Příklad – řešení pro parametr $\boldsymbol{C = 1}$

- můžeme klasifikovat subjekt $\mathbf{x} = [3{,}5 \quad 9]$:

$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} + w_0 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3{,}5 \\ 9 \end{bmatrix} - 2 = -1{,}75 + 4{,}5 - 2 = 0{,}75$$

- protože $0{,}75 > 0$, testovací subjekt bude zařazen do třídy pacientů
- ověříme, že natrénovaný klasifikátor zařadí subjekty z trénovací množiny tak, jak to odpovídá situaci na obrázku; tj. správně subjekty $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4$ a $\mathbf{x}_6$ a chybně subjekt $\mathbf{x}_5$:

$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_1 + w_0 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 12 \end{bmatrix} - 2 = -1 + 6 - 2 = 3$$

$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_2 + w_0 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 10 \end{bmatrix} - 2 = -2 + 5 - 2 = 1$$

$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_3 + w_0 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \end{bmatrix} - 2 = -1{,}5 + 4 - 2 = 0{,}5$$

$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_4 + w_0 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix} - 2 = -2{,}5 + 3{,}5 - 2 = -1$$

$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_5 + w_0 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 9 \end{bmatrix} - 2 = -1{,}5 + 4{,}5 - 2 = 1$$

$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_6 + w_0 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} - 2 = -2 + 2{,}5 - 2 = -1{,}5$$

Příklad – řešení pro parametr $C = 10$

- výsledkem jsou hodnoty
  $\boldsymbol{\lambda} = [0, \quad 3{,}6371, \quad 8{,}7629, \quad 2{,}0371, \quad 10, \quad 0{,}3629]$
- podpůrnými vektory jsou tedy body $\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4, \mathbf{x}_5$ a $\mathbf{x}_6$, protože jim příslušející $\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5$ a λ_6 jsou nenulové. Vypočítáme orientaci hranice:

$$\mathbf{w} = \sum_{k=1}^{6} \lambda_k \delta_{x_k} \mathbf{x}_k = 3{,}6371\mathbf{x}_2 + 8{,}7629\mathbf{x}_3 - 2{,}0371\mathbf{x}_4 - 10\mathbf{x}_5 - 0{,}3629\mathbf{x}_6$$

$$= 3{,}6371 \begin{bmatrix} 4 \\ 10 \end{bmatrix} + 8{,}7629 \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \end{bmatrix} - 2{,}0371 \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix} - 10 \begin{bmatrix} 3 \\ 9 \end{bmatrix} - 0{,}3629 \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -4/5 \\ 2/5 \end{bmatrix}$$

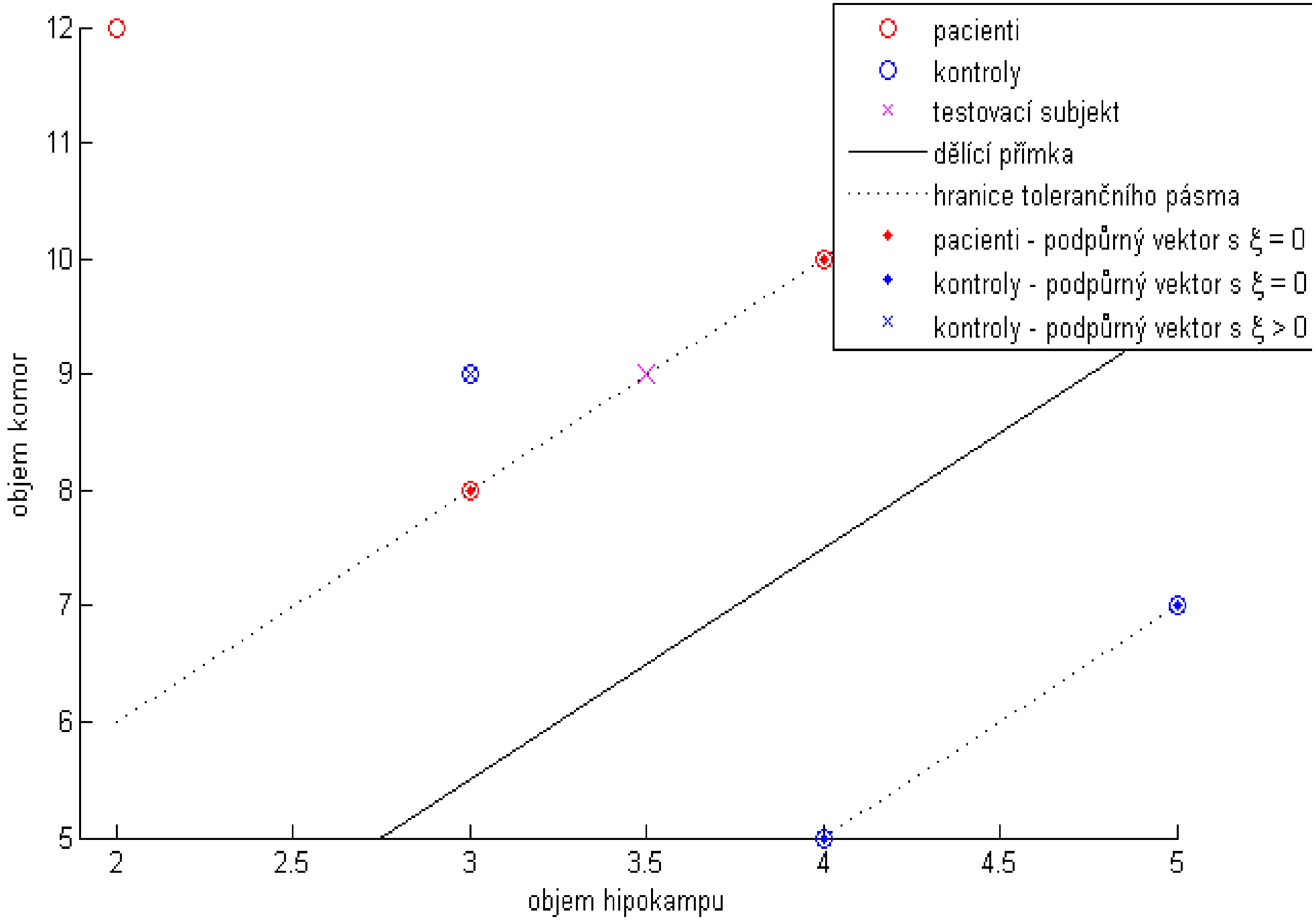
- Polohu dělící přímky určíme opět ze $\delta_{x_k}\left(\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_k + w_0\right) = 1$. Tedy například pro $\mathbf{x}_2$ $(0 < \lambda_2 = 3{,}6371 < C = 10)$**:**

$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_2 + w_0 = 1 \;\Rightarrow\; w_0 = 1 - \begin{bmatrix} -\frac{4}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 10 \end{bmatrix} = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

- hranice je tedy dána rovnicí: $\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} + w_0 = \begin{bmatrix} -\frac{4}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \frac{1}{5}$

Příklad – řešení pro parametr $\boldsymbol{C = 10}$

- hranice je tedy dána rovnicí: $\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} + w_0 = \begin{bmatrix} -\frac{4}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix}\mathbf{x} + \frac{1}{5}$



Příklad – řešení pro parametr $\boldsymbol{C} = \mathbf{10}$

- můžeme klasifikovat subjekt $\mathbf{x} = [3{,}5 \quad 9]$:

$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} + w_0 = \begin{bmatrix} -\frac{4}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3{,}5 \\ 9 \end{bmatrix} + \frac{1}{5} = -2{,}8 + 3{,}6 + 0{,}2 = 1$$

- protože $1 > 0$, testovací subjekt bude zařazen do třídy pacientů
- ověříme, že natrénovaný klasifikátor zařadí subjekty z trénovací množiny tak, jak to odpovídá situaci na obrázku; tj. správně subjekty $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4$ a $\mathbf{x}_6$ a chybně subjekt $\mathbf{x}_5$:

$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_1 + w_0 = \begin{bmatrix} -\frac{4}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 12 \end{bmatrix} + \frac{1}{5} = -\frac{8}{5} + \frac{24}{5} + \frac{1}{5} = \frac{17}{5} = 3{,}4$$

$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_2 + w_0 = \begin{bmatrix} -\frac{4}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 10 \end{bmatrix} + \frac{1}{5} = -\frac{16}{5} + \frac{20}{5} + \frac{1}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_3 + w_0 = \begin{bmatrix} -\frac{4}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \end{bmatrix} + \frac{1}{5} = -\frac{12}{5} + \frac{16}{5} + \frac{1}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

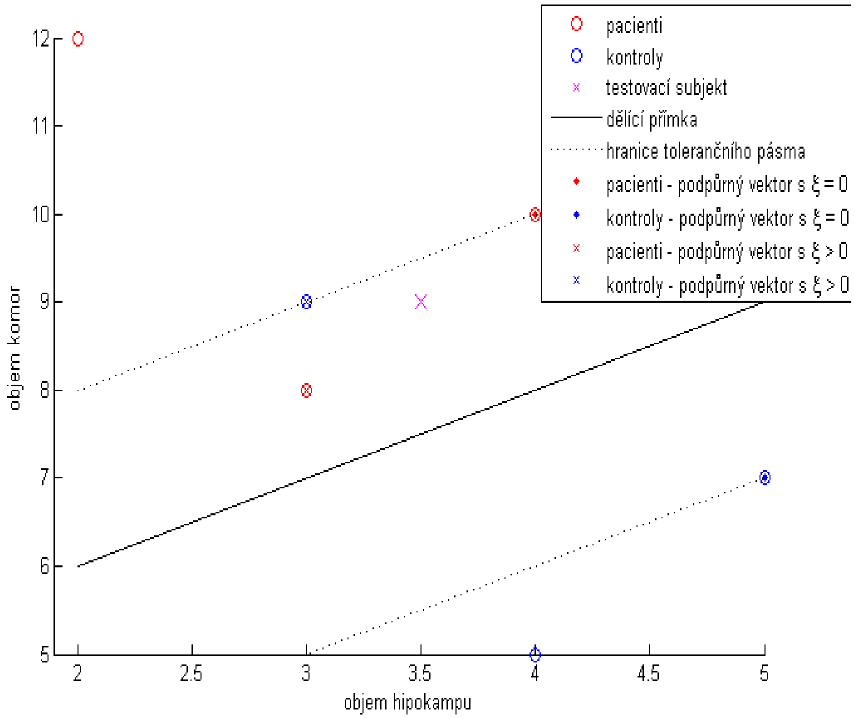
$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_4 + w_0 = \begin{bmatrix} -\frac{4}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix} + \frac{1}{5} = -\frac{20}{5} + \frac{14}{5} + \frac{1}{5} = -\frac{5}{5} = -1$$

$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_5 + w_0 = \begin{bmatrix} -\frac{4}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 9 \end{bmatrix} + \frac{1}{5} = -\frac{12}{5} + \frac{18}{5} + \frac{1}{5} = \frac{7}{5} = 1{,}4$$

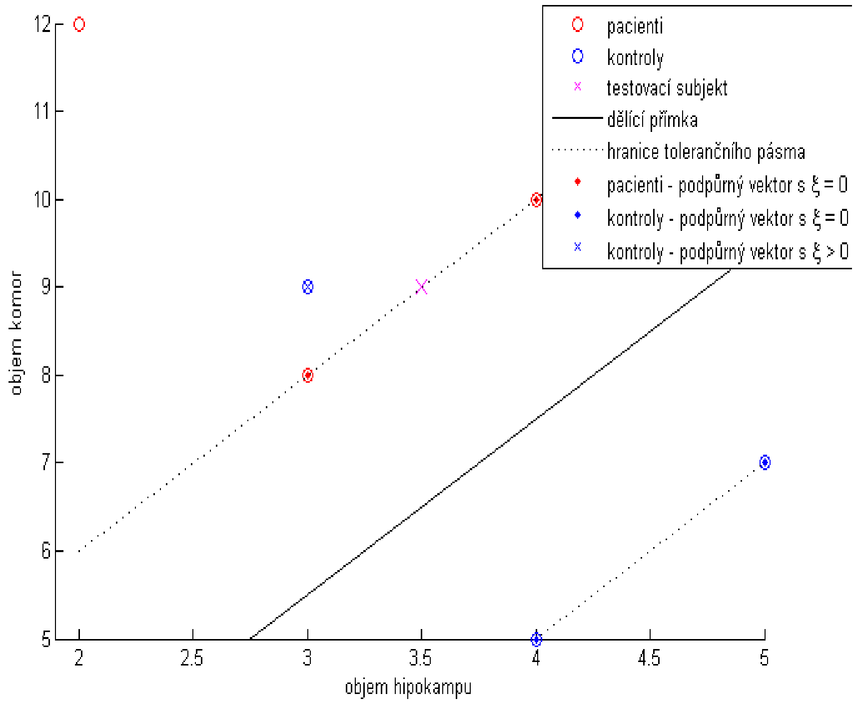
$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_6 + w_0 = \begin{bmatrix} -\frac{4}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} + \frac{1}{5} = -\frac{16}{5} + \frac{10}{5} + \frac{1}{5} = -\frac{5}{5} = -1$$

Příklad – srovnání výsledků pro $C = 1$ a $C = 10$

$C = 1$:



$C = 10$:



Další metody klasifikace

Typy klasifikátorů

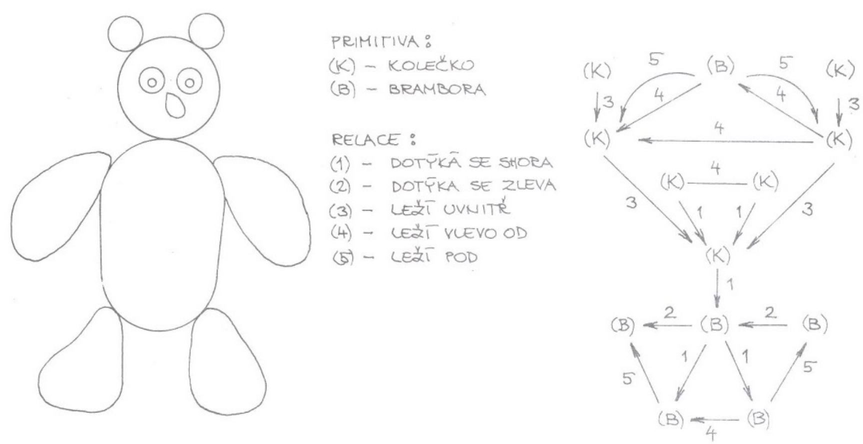
1. **Podle reprezentace vstupních dat:**
   - **příznakové klasifikátory:** paralelní x sekvenční
   - **strukturální (syntaktické) klasifikátory**
   - **kombinované klasifikátory**
2. **Podle jednoznačnosti zařazení do skupin:**
   - **deterministické klasifikátory**
   - **pravděpodobnostní klasifikátory**
3. **Podle typů klasifikačních a učících algoritmů:**
   - **parametrické klasifikátory**
   - **neparametrické klasifikátory**
4. **Podle způsobu učení:**
   - **učení s učitelem:** dokonalým x nedokonalým
   - **učení bez učitele**
5. **Podle podle principu klasifikace:**
   - **klasifikace pomocí diskriminačních funkcí**
   - **klasifikace pomocí vzdálenosti od etalonů klasifikačních tříd**
   - **klasifikace pomocí hranic v obrazovém prostoru**

Typy klasifikátorů – podle reprezentace vstupních dat

- **příznakové** – vstupní data vyjádřena vektorem hodnot jednotlivých proměnných (příznaků):
  - paralelní – zpracování vektoru jako celku (např. Bayesův klasifikátor)
  - sekvenční – zpracování (občas i měření) proměnných postupně (např. klasifikační stromy)

	A	B	C	D	E
1	id	vek	pohlavi	vyska	vaha
2	1	38	Z	164	45
3	2	36	M	167	90
4	3	26	Z	178	70

- **strukturální (syntaktické)** – vstupní data popsána relačními strukturami



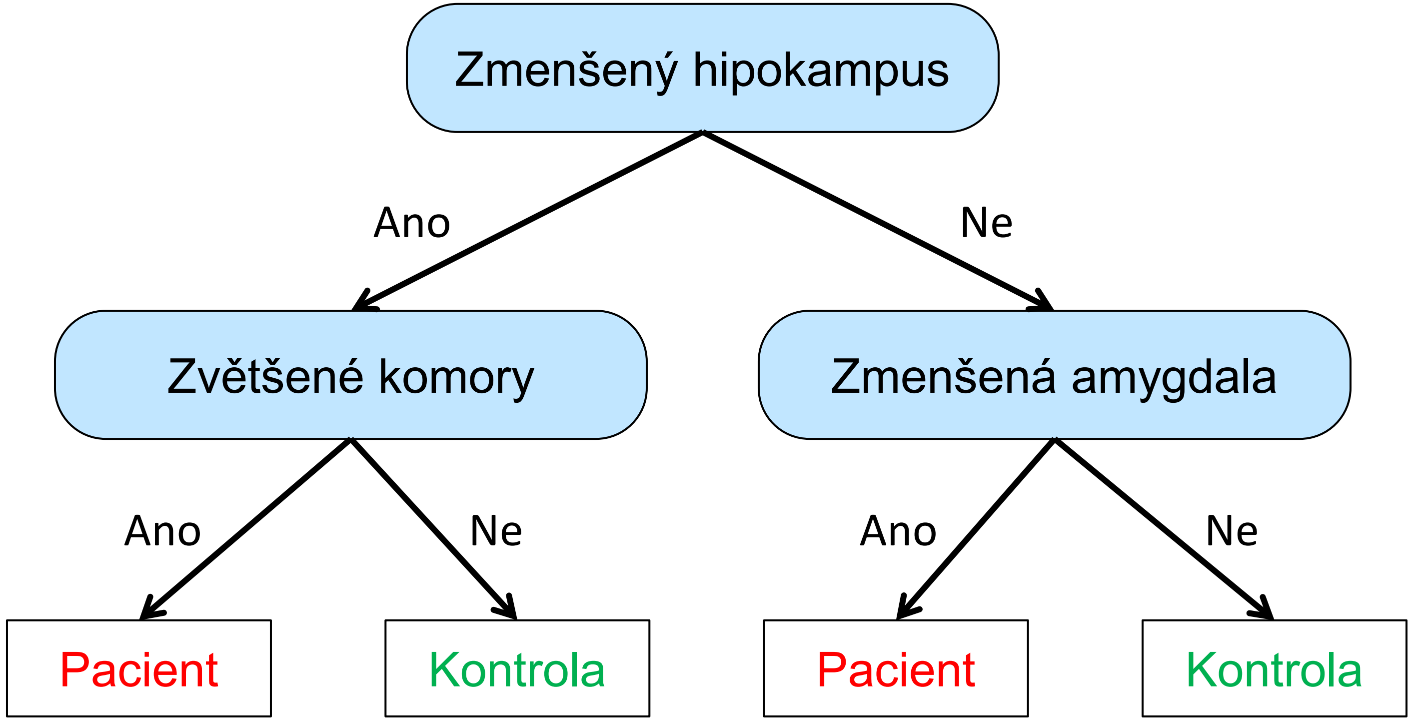
- **kombinované** – jednotlivá primitiva doplněna příznakovým popisem

Sekvenční klasifikace - motivace

- až dosud (bayesovské klasifikátory, klasifikátory s diskriminační hranicí, s minimální vzdáleností, ...) – pevný konstantní počet příznaků
- kolik a jaké proměnných?
  - málo proměnných – možná chyba klasifikace;
  - moc proměnných – možná nepřiměřená pracnost, vysoké náklady;
  - použít proměnné, které nesou co nejvíce informace o klasifikační úloze;
- **sekvenční klasifikace** - kompromis mezi velikostí klasifikační chyby a cenou určení příznaků
  - klasifikace na základě klasifikačního stromu
  - klasifikace s rostoucím počtem proměnných, přičemž okamžik ukončení klasifikační procedury stanoví klasifikátor sám podle předem daného kritéria pro kvalitu rozhodnutí (tj. na základě vlastností klasifikačních tříd, resp. objektů v nich)

Klasifikační (rozhodovací) stromy a lesy

Princip: Postupné rozdělování datasetu do skupin podle hodnot jednotlivých proměnných.



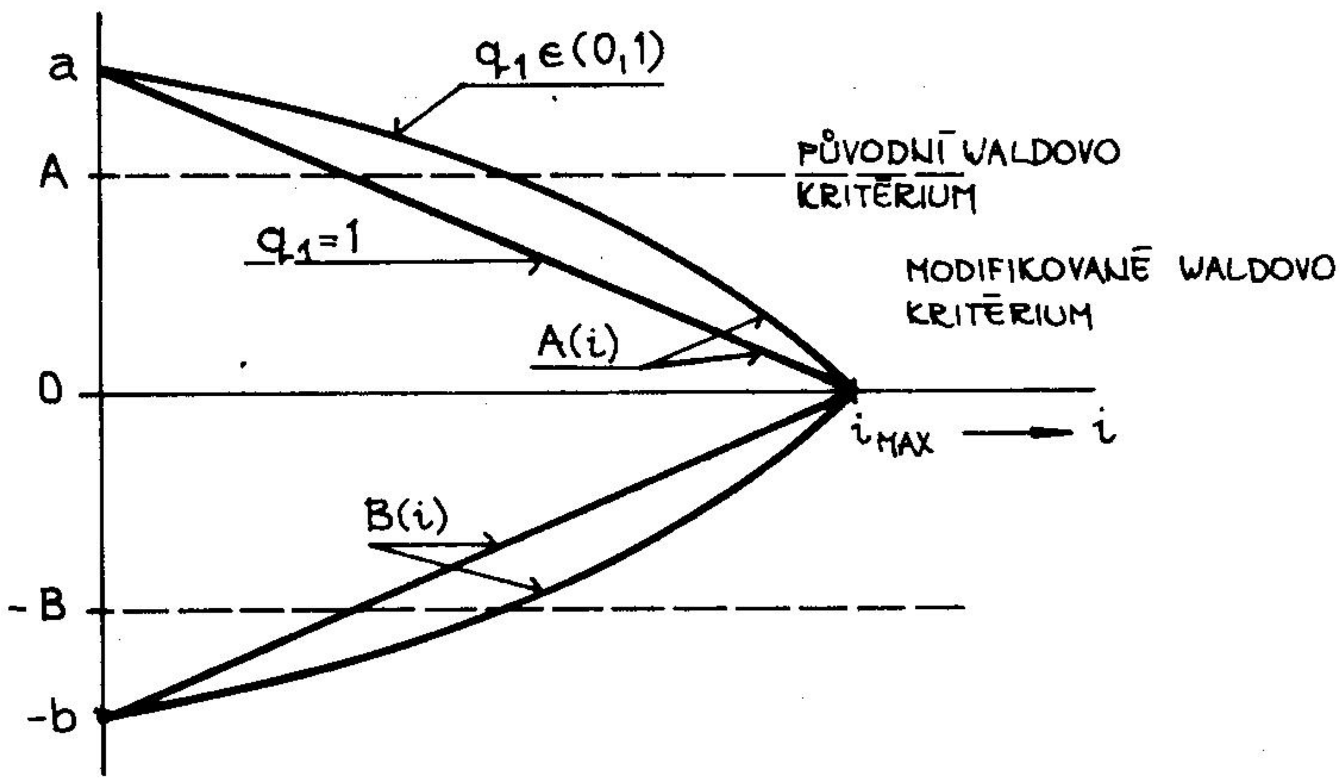
Klasifikační lesy – použití více klasifikačních stromů ke klasifikaci.

Klasifikace s rostoucím počtem proměnných

- **Waldovo kritérium:**
  - $p(x_1, x_2, \ldots, x_i|\omega_1)$ a $p(x_1, x_2, \ldots, x_i|\omega_2)$ jsou i-rozměrné hustoty pravděpodobnosti (tzn. dané prvními i proměnnými) výskytu objektu $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_i)$ v i-tém klasifikačním kroku v třídách ω_1 a ω_2
  - A a B jsou konstanty ($0<B<1<A<\infty$)
  - pokud pro věrohodnostní poměr: $\Lambda_i = \dfrac{p(x_1, x_2, \ldots, x_i \,|\, \omega_1)}{p(x_1, x_2, \ldots, x_i \,|\, \omega_2)}$

    1. je $\Lambda_i \leq B$, pak se objekt **x** zařadí do třídy ω_2 a proces se ukončí
    2. je $\Lambda_i \geq A$, pak se objekt **x** zařadí do třídy ω_1 a proces se ukončí
    3. je $\Lambda_i \in (B,A)$, přidáme další proměnnou (příznak) x_{i+1} a proces se opakuje
- **Modifikované Waldovo kritérium** - 2 možnosti:
  - po určitém počtu kroků se sekvenční výpočet přeruší a dokončí se na základě nějakého rozhodnutí vycházejícího z nějakého kritéria založeného na pevném počtu příznaků
  - zavedení proměnných hranic A(i) a B(i)
- **Reedovo kritérium**

Srovnání původního a modifikovaného Waldova kritéria



Příprava nových učebních materiálů pro obor Matematická biologie

je podporována projektem OPVK

č. CZ.1.07/2.2.00/28.0043

„Interdisciplinární rozvoj studijního oboru Matematická biologie“

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ