2.3 Rezoluční metoda ve výrokové logice

2.3.1 Příklad. Najděte rezolventy klausulí

a) $x \vee \neg y \vee z$ a $\neg x \vee z \vee \neg t$;

b) $a \vee b$ a $\neg b \vee c$;

c) $p \vee q \vee r \vee \neg s$ a $p \vee q \vee s \vee \neg t$.

Výsledek. a) $\neg y \vee z \vee \neg t$; b) $a \vee c$; c) $p \vee q \vee r \vee \neg t$.

2.3.2 Příklad. Utvořte $R^2(S)$ pro $S = \{\neg a \vee b, \neg b \vee c, a \vee d, a \vee \neg c, a \vee \neg d\}$.

Výsledek. $R^2(S) = \{\neg a \vee b, \neg b \vee c, a \vee d, a \vee \neg c, a \vee \neg d, \neg a \vee c, b \vee d, b \vee \vee \neg c, b \vee \neg d, a, a \vee \neg b, c, b, b \vee \neg b, a \vee \neg a, c \vee d, c \vee \neg c, c \vee \neg d, a \vee b\}$.

2.3.3 Příklad. Rezoluční metodou rozhodněte, zda S je splnitelná množina klausulí, kde:

a) $S = \{p \vee q \vee r, \neg p \vee s \vee t, \neg s \vee y, \neg t, \neg p \vee \neg x, \neg q \vee w, \neg q \vee \neg w\}$;

b) $S = \{a, \neg a \vee \neg b \vee c, \neg a \vee \neg d \vee f, \neg d \vee b, \neg c \vee g, \neg f \vee g, \neg g\}$;

c) $S = \{x \vee y, \neg z \vee t, \neg x \vee t, \neg y \vee z, \neg t\}$.

Výsledek. a) Splnitelná. Je pravdivá např. pro ohodnocení $u(p) = 1$, $u(q) = = 0$, $u(s) = 1$, $u(x) = 0$, $u(y) = 1$, $u(r)$, $u(t)$ a $u(w)$ libovolné.

b) Splnitelná. Je pravdivá např. pro ohodnocení $u(a) = 1$, $u(b) = u(c) = = u(d) = u(f) = u(g) = 0$.

c) Nesplnitelná.

2.3.4 Příklad. Rezoluční metodou rozhodněte, zda S je splnitelná množina formulí, kde:

a) $S = \{p \Rightarrow (r \vee s), \neg p \Rightarrow q, r \Rightarrow (t \wedge v), (v \wedge t) \Rightarrow s\}$;

b) $S = \{a \Rightarrow (b \wedge f), (a \wedge b) \Rightarrow c, c \Rightarrow (f \wedge (\neg d \vee f)), a\}$;

Výsledek. a) Splnitelná. Je pravdivá např. pro ohodnocení $u(p) = 1$, $u(r) = = 0$, $u(s) = 1$, $u(q)$, $u(t)$ a $u(v)$ libovolné.

b) Splnitelná. Je pravdivá např. pro ohodnocení $u(a) = u(b) = u(c) = = u(f) = 1$, $u(d)$ libovolné.

2.3.5 Příklad. Pomocí rezoluční metody rozhodněte, zda množina formulí S je splnitelná a zda $S \models \alpha$, kde:

a) $S = \{x \Rightarrow y, y \Rightarrow (z \vee \neg x), \neg t \Rightarrow (x \wedge \neg z), t \Rightarrow x\}$, $\alpha = z$;

b) $S = \{p, (p \wedge r) \Rightarrow s, (p \wedge q) \Rightarrow t, q \Rightarrow r, (s \vee t) \Rightarrow w\}$, $\alpha = w$.

Výsledek. a) S je splnitelná (např. $u(x) = u(y) = u(z) = 1$); $S \models z$.

b) S je splnitelná (např. $u(p) = 1$, $u(q) = u(r) = u(s) = u(t) = u(w) = 0$); $S \not\models w$.

2.3.6 Příklad. Formalizujte následující věty. Pomocí rezoluční metody rozhodněte, zda věta pod čarou je sémantickým důsledkem vět nad čarou:

a) Jestliže bude pršet, nepůjdeme na výpravu.
Jestliže nepůjdeme na výpravu, půjdeme do kina.
Půjdeme-li do kina a bude pršet, pojedeme autobusem.
Pojedeme-li autobusem, budeme potřebovat peníze.
Bude pršet.

Budeme potřebovat peníze.

b) Na zájezd do Řecka pojede Petr nebo Pavel.
Jestliže pojede Pavel, pojede Simona a nepojede Renata.
Jestliže pojede Tomáš, pojede i Renata.
Jestliže pojede Simona, pojede Tomáš.

Petr pojede na zájezd do Řecka.

Výsledek. a) Platí.

$$\{p \Rightarrow \neg v, \neg v \Rightarrow k, (k \wedge p) \Rightarrow a, a \Rightarrow m, p\} \models m,$$

kde p je výrok „bude pršet“, v „půjdeme na výpravu“, k „půjdeme do kina“, a „pojedeme autobusem“, m „budeme potřebovat peníze“.

b) Platí.

$$\{e \vee a, a \Rightarrow (s \wedge \neg r), t \Rightarrow r, s \Rightarrow t\} \models e,$$

kde e je výrok „na zájezd pojede Petr“, a „na zájezd pojede Pavel“, s „na zájezd pojede Simona“, r „na zájezd pojede Renata“, t „na zájezd pojede Tomáš“.