Projekt

Bi3101 Úvod do matematického modelování

Předpovídání kulminace výskytu sezónní chřipky

ZADÁNÍ PROJEKTU

Jedna z nejběžnějších nemocí (v mírném pásmu / na severní polokouli), kterou prodělal ve svém životě snad každý člověk, se pravidelně ve větší míře vyskytuje v období od listopadu do dubna. Například v USA dostane podle odhadů chřipku mezi 5 až 20 procenty populace, přičemž přibližně 36 000 lidí nemoci podlehne. V ČR onemocní chřipkou přibližně stejné procento populace jako v USA, počet úmrtí se přitom pohybuje v desítkách (až k jednomu stu) [2, 3].

Pro předpovídání kulminace výskytu chřipky u obyvatel České republiky vytvoříme klasický kompartmentový model, v němž rozdělíme populaci do skupin. Budeme používat následující označení:

S(t)... náchylní lidé, tj. zdraví lidé, kteří nemají proti chřipce imunitu a mohou jí onemocnět;
A(t)... infekční lidé bez symptomů nemoci;
I(t)... infekční lidé se symptomy nemoci;
R(t)... uzdravení lidé, tj. ti, kteří nemoc již prodělali a jsou proti nemoci nadále imunní;
V(t)…očkovaní lidé, tj. lidé, kteří nemoc neprodělali, ale díky očkování jsou vůči ní imunní;
D(t)... zesnulí lidé, tj. ti, kteří nemoci podlehli;
N(t)... celkový počet lidí (součet všech předchozích skupin.

Předpoklady:

- člověk může během sledovaného období (listopad až duben) onemocnět chřipkou nejvýše jednou,
- očkovaný člověk je během sledovaného období plně imunní (nemůže onemocnět chřipkou)
- všichni lidé z libovolné (ale pevně zvolené) skupiny jsou si rovni (tj. např. nehledě na jejich
- věk či zdravotní stav)
- N, tj. počet obyvatel ČR, je během sledovaného období konstantní a platí pro něj:
  $$N = S(t) + A(t) + I(t) + R(t) + D(t) \text{ pro libovolné } t \in R,\ t \geq 0.$$
- přechod člověka z jedné skupiny do jiné závisí pouze na konstantním parametru a velikosti skupiny, z níž přechází, s výjimkou přechodu ze skupiny náchylných lidí do skupiny infekčních lidí bez symptomů nemoci, který je tím častější, čím více je infekčních lidí.

Matematický model

Na základě zmíněných předpokladů sestavíme model. Čas budeme přitom chápat jako spojitou veličinu. Parametry α, β, υ, δ, κ a μ vystupující v modelu nechť jsou nezáporná reálná čísla nejvýše rovná jedné (z příslušné skupiny se nemůže přesunout do jiné více lidí, než kolik jich tam je).

$$\frac{d}{dt}S(t) = -\beta \cdot S(t) \cdot \frac{A(t) + I(t)}{N} - \mu \cdot S(t)$$

$$\frac{d}{dt}A(t) = \beta \cdot S(t) \cdot \frac{A(t) + I(t)}{N} - (\alpha + \kappa + \mu) \cdot A(t)$$

$$\frac{d}{dt}I(t) = \alpha \cdot A(t) - (\upsilon + \delta) \cdot I(t)$$

$$\frac{d}{dt}R(t) = \upsilon \cdot I(t) + \kappa \cdot A(t)$$

$$\frac{d}{dt}V(t) = \mu \cdot (S(t) + A \quad (t))$$

$$\frac{d}{dt}\mathrm{D}(t) = \delta \cdot I(t)$$

Počáteční podmínka bude tvořena stavem na začátku sledovaného období, pro něž t = 0.
Nechť:

S(0) = S0 (10^7), A(0) = A0 (10^4), **I**(0) = **I**0 (0.5 10^3), R(0) = R0 (0), V(0) = V0 (150), D(0) = D0 (0).

Dále můžete zvolit

$$S(0) = 4500, A(0) = 150, I(0) = 350, R(0) = 0, V(0) = 100, \mathrm{D}(0) = 0$$

Hodnoty parametrů byly odhadnuty na základě existující literatury: SZÚ, ÚZIS, MZ ČR, Hygienické služby, (ČSÚ), [3].

$\alpha = 0.5$, $\beta = 0.4166667$, $\delta = 0.1190476\ 10^{-4}$, $\kappa = 0.9$ a $\mu = 0.2873563\ 10^{-3}$, $\upsilon = 0.2$

dále můžete zvolit

$\alpha = 0.7$, $\beta = 0.6$, $\delta = 0.1\ 10^{-4}$, $\kappa = 0.87$ a $\mu = 0.16\ 10^{-2}$, $\upsilon = 0.2$.

Literatura

[1] Hřebíček, J., Pospíšil, Z., Urbánek, J.: Úvod do matematického modelování s využitím Maple. CERM, Brno (2010)

[2] Petráš, M.: Očkování proti chřipce. http://www.vakciny.net/doporucene_ockovani/chripka.html

[3] Prosper, O., Saucedo, O., Thompson, D., Torres-Garcia, G., Wang, X., Castillo- Chavez, C.: Modeling Control Strategies for Concurrent Epidemics of Seasonal and Pandemic H1N1 Influenza. Mathematical Biosciences and Engineering (2011)

Vytvořte program v Maple, který vykreslí grafy řešení:

1. Jaký sezónní průběh bude chřipka mít pro obě zadání?
2. Kolik lidí celkem prodělá onemocnění pro obě zadání?
3. Jak bude ovlivněn počet nemocných (případně průběh onemocnění) počtem očkovaných lidí a jak na tom bude záviset počet zesnulých (při různé „síle" nemoci) pro obě zadání?
4. Vypočtěte citlivosti parametrů modelu prvního stupně pomocí Sobolovovy metody a diskutujte zda to odpovídá změnám parametrů pro obě zadání.