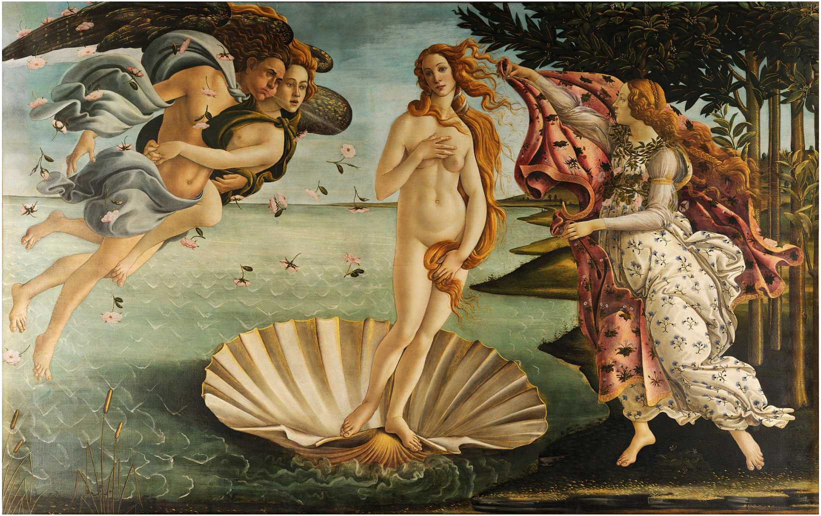
Jak najít Venuši

Prostým okem

Filip Hroch

ÚTFA, MU

September 2014



Sandro Botticelli — La nascita di Venere

Jak na Venuši?

- Jak lokalizovat Venuši na nebi?
- Přibližná poloha (ekliptika, vzdálenost od Slunce)
- Poloha ve Sluneční soustavě
- Poloha relativně vůči Zemi
- Poloha na nebi

Co víme

- Venuše i Země obíhají kolem Slunce po elipsách blízící se kružnicím a velkou poloosou $r_{\oplus} = 1$ AU a $r_{♀} = 0.7$ AU.
- Venuše i Země obíhají v rovině sluneční soustavy (ekliptika).
- Známe přibližné parametry drah.

- nějvětsí elongace (úhlová vzdálenost od Slunce)

$$\frac{r_{♀}}{r_{\oplus}} = \sin\alpha \approx 44^{\circ}$$

- promítá se podél ekliptiky

Na nebi

Přibližná heliocentrická poloha Země

Předpokládáme pohyb po kružnici pouze v rovinně ekliptiky.

Referenční čas	t_0	1. January
Velká poloosa dráhy	a	1.0 AU
Střední délka	L_0	100°
Perioda	P	365 dní

Table: Přibližné elementy dráhy Země v rovinném modelu podle Hvězdářské ročenky 2006.

Postup výpočtu

1. Počet dní od počátku roku $t - t_0$ (kolikátý den v roce),
2. výpočet délky planety $L = L_0 + n(t - t_0)$, kde střední denní pohyb $n = 360^\circ/P$.
3. heliocentricke kartezske souradnice $X_\oplus = r \cos L$, $Y_\oplus = r \sin L$.

Přibližná heliocentrická poloha Venuše

Předpokládáme pohyb po kružnici pouze v rovinně ekliptiky.

Referenční čas	t_0	1. January
Velká poloosa dráhy	a	0.72 AU
Střední délka	L	182°
Perioda	P	225 dní

Table: Přibližné elementy dráhy Země v rovinném modelu podle Hvězdářské ročenky 2006.

Geocentrická poloha Venuše

Pravoúhlé souřadnice

$$
\begin{aligned}
x &= X_{♀} - X_{\oplus} \\
y &= Y_{♀} - Y_{\oplus}
\end{aligned}
$$

Polární souřadnice se středem v Zemi

$$
\begin{aligned}
\Delta_{♀}^2 &= x^2 + y^2 \\
\tan \lambda_{♀} &= \frac{y}{x}
\end{aligned}
$$

Výsledek: Ekliptikální souřadnice Venuše $\lambda_{♀}, \beta_{♀} \approx 0$. Ekliptikální souřadnice Slunce $\lambda_{\odot} = \lambda_{\oplus} - 180^\circ, \beta_{♀} \approx 0$.
Úhlová vzdálenost Venuše od Slunce:

$$\lambda_{♀} - \lambda_{\odot}$$

Přesný výpočet dle Keplera

Postupujeme dle dokumentu z HORIZON system:

`http://ssd.jpl.nasa.gov/?planet_pos`

Zpřesnění

- Pohyb planet lépe vystihuje elipsa
- Dráhy planet jsou k ekliptice mírně skloněné

Řešení Keplerovy rovnice

Iterační metoda:

1. Odhadneme přibližnou hodnotu řešení ze střední anomálie
$$E^{(0)} = M. \tag{1}$$
2. Provedeme zpřesnění dosazením do Keplerovy rovnice
$$E^{(i+1)} = M + e \sin E^{(i)}. \tag{2}$$
3. V iteracích pokračujeme tak dlouho, dokud rozdíl mezi posledními dvěma neklesne pod nějakou předem danou hodnotu
$$|E^{(i)} - E^{(i+1)}| < \epsilon. \tag{3}$$

Při výpočtech poloh planet většinou vystačíme s pěti platnými místy ($\epsilon \simeq 10^{-5}$). Všechny výpočty při iteracích Keplerovy rovnice provádíme v *radiánech*.

Na základě znalosti E můžeme vypočíst všechny ostatní veličiny potřebné ke znalosti polohy tělesa sluneční soustavy.
Délka průvodiče (vzdálenost od Slunce):

$$r = a(1 - e\cos E) = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e\cos\nu}. \tag{4}$$

Pravá anomálie (úhel mezi průvodičem z ohniska elipsy planety a přímkou apsid — obdoba fázového úhlu)

$$\tan\frac{\nu}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\tan\frac{E}{2}. \tag{5}$$

Heliocentrické pravoúhlé ekliptikální souřadnice X, Y, Z získáme za použití substituce

$$L \equiv \varpi + \nu - \Omega, \tag{6}$$

ze vztahů

$$\begin{aligned} X &= r(\cos\Omega\cos L - \sin\Omega\sin L\cos i), \\ Y &= r(\sin\Omega\cos L + \cos\Omega\sin L\cos i), \\ Z &= r\sin L\sin i. \end{aligned} \tag{7}$$

a heliocentrické ekliptikální souřadnice R, Λ, B tedy:

$$\begin{aligned} X &= r\cos B\cos\Lambda, \\ Y &= r\cos B\sin\Lambda, \\ Z &= r\sin B. \end{aligned} \tag{8}$$