účinnost tepelného cyklu

poznámky k přednášce

$$dE = \delta Q - \delta A$$

$$dE = TdS - \delta A$$

$$\oint dE = \oint TdS - \oint \delta A$$

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

$$\oint dE = 0$$

$$\oint dS = 0$$

$$\oint TdS = A$$

$$\oint TdS = \sum_{carnot} \int TdS$$

Izoterma $T = konst$

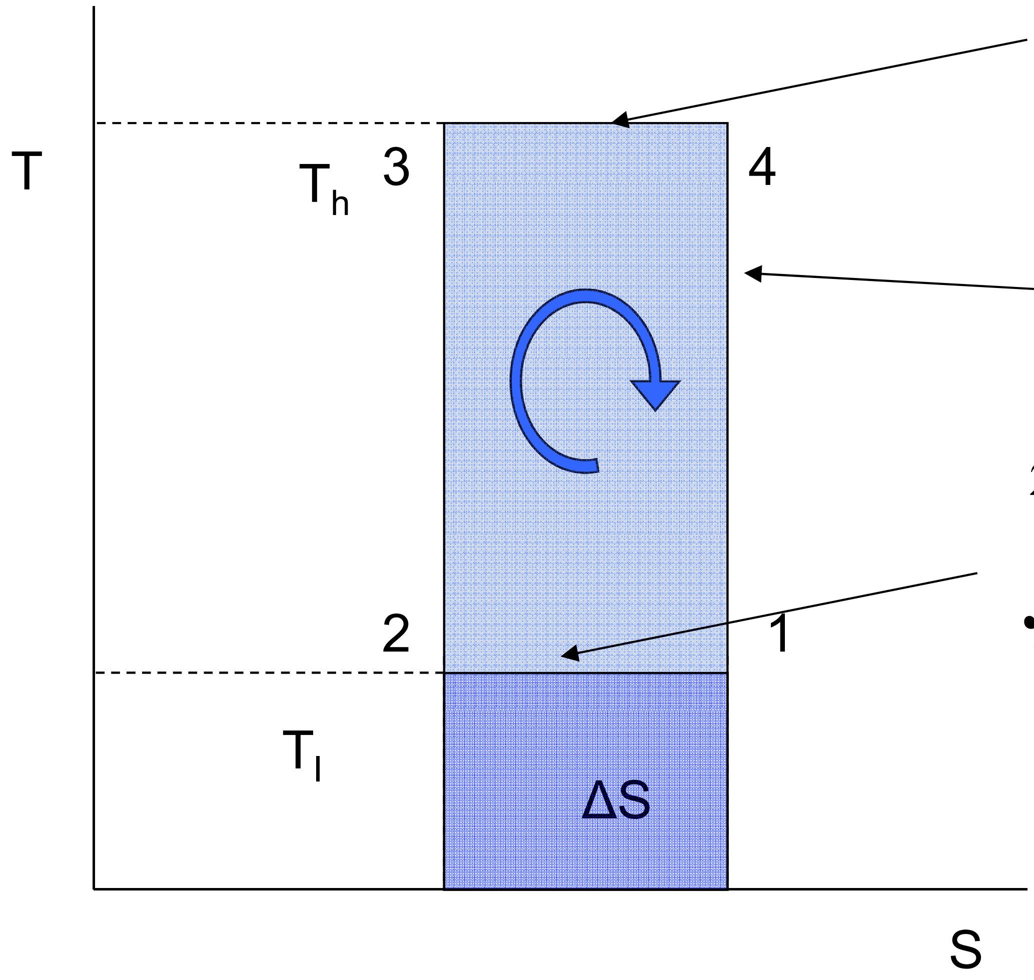
$$\int TdS = T\int dS = T\Delta S$$

vratná adiabata $dS = 0$

$$\int TdS = 0$$

Carnotův cyklus

$$\int_3^4 TdS = T_h \Delta S$$ izoterma



$$\int_4^3 TdS = 0$$ adiabata

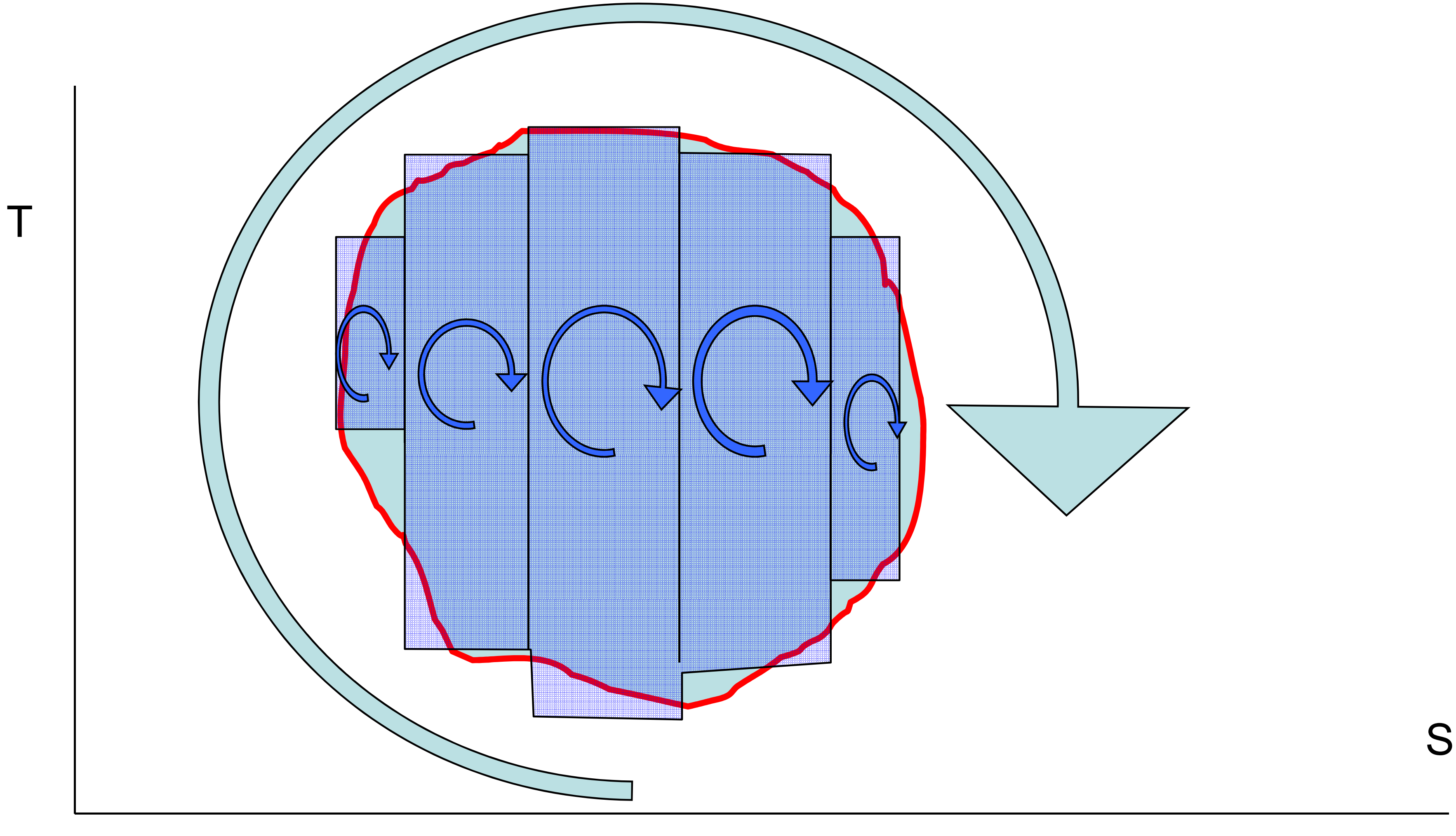
$$\int_1^2 TdS = T_l \Delta S$$

$$\oint_{carnot} TdS = T_h \Delta S - T_d \Delta S = (T_h - T_d)\Delta S$$

pojem Carnotův cyklus není vázán na konkrétní látku např. plyn.

$$A = \oint T dS$$

$$A \approx \sum_{cyklus} \delta A_{Carnot.c}$$



účinnost Carnot.c

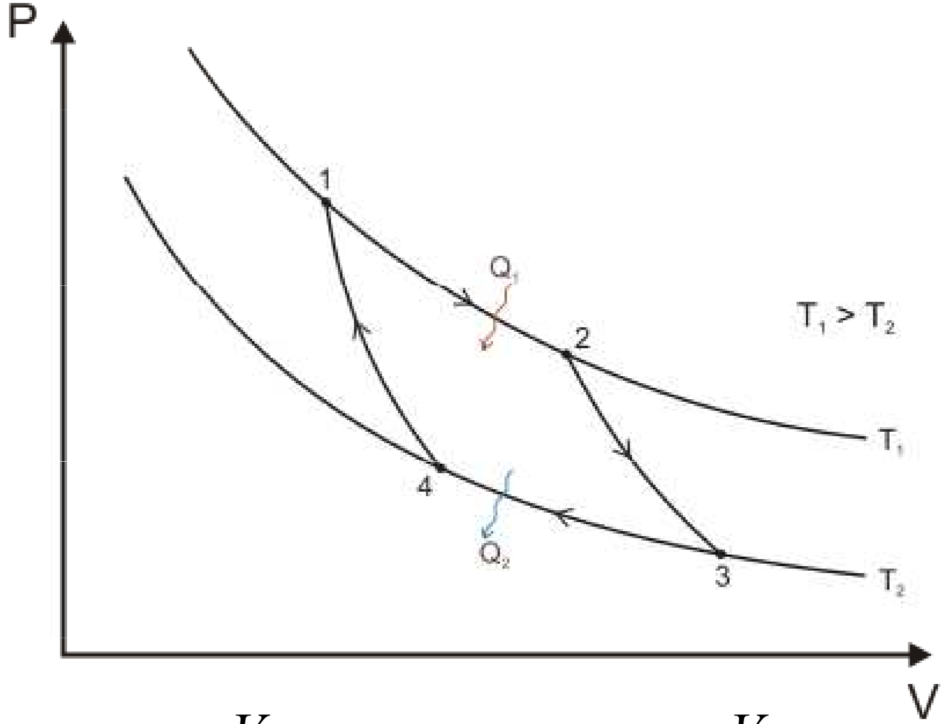
$$\eta = \frac{A}{Q_i} = \frac{(T_h - T_d)\Delta S}{T_h \Delta S} = \frac{T_h - T_d}{T_h}$$

Teoreticky,lze z měření účinnosti Carnot cyklu pracujícím mezi známou a neznámou teplotou změřit neznámou teplotu.

Prakticky nelze provés.

Uskutečníme-li Carnotův cyklus v ideálním plynu, dostaneme cyklus složený ze dvou izoterm a dvou adiabat. Spočítejme práci cyklu.

$$A = A_{23} + A_{41} + A_{12} + A_{43}$$



$$A = \int_{Va}^{Vb} p\,dV$$

$$pV = RT$$

$$p = \frac{RT}{V}$$

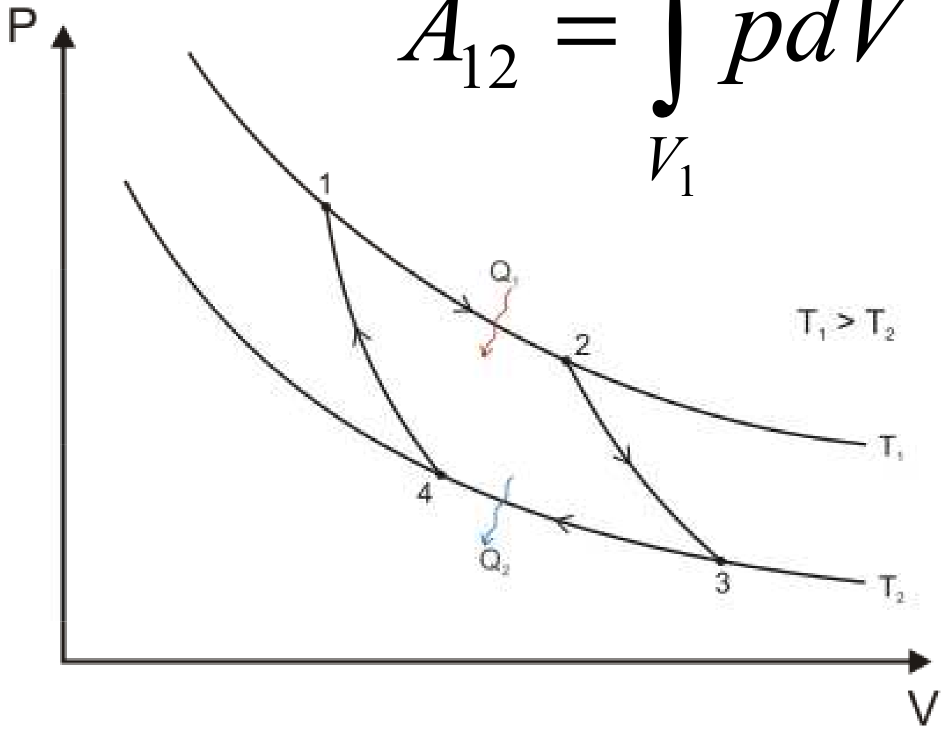
$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV = RT_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Vnitřní energie nezávisí na objemu explicitně, tedy práce $A_{1,2}$ je přímo rovna dodanému teplu

$$A_{12} = Q_{12}$$

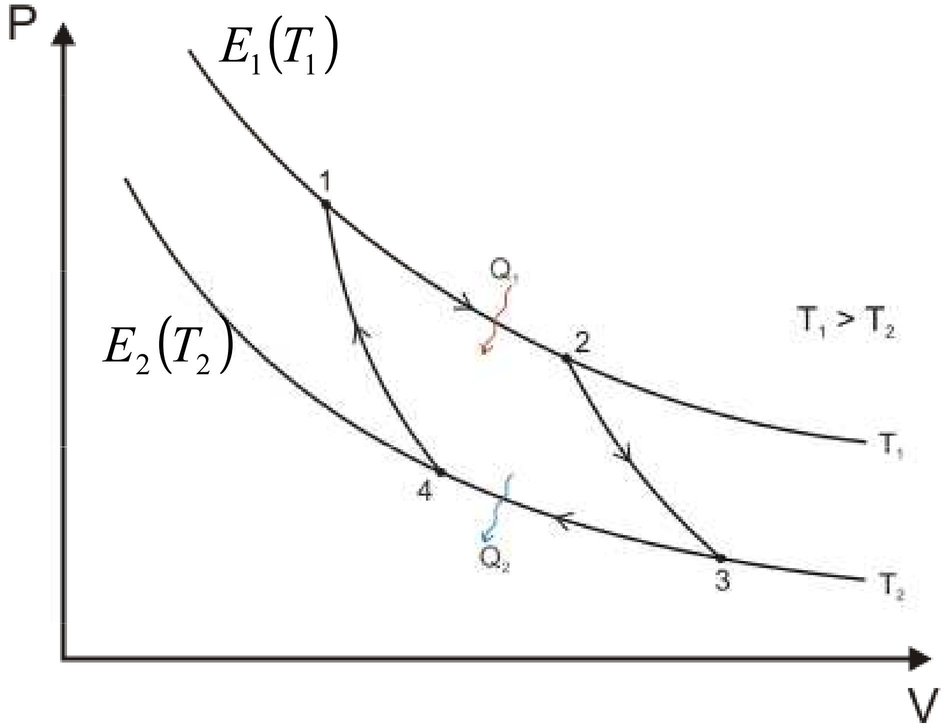
Uskutečníme-li Carnotův cyklus v ideálním plynu, dostaneme cyklus složený ze dvou izoterm a dvou adiabat. Spočítejme práci cyklu.

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV = RT_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$



$$A_{34} = \int_{V_3}^{V_4} p\,dV = RT_2 \int_{V_3}^{V_4} \frac{dV}{V} = -RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}$$

Uskutečníme-li Carnotův cyklus v ideálním plynu, dostaneme cyklus složený ze dvou izoterm a dvou adiabat. Spočítejme práci cyklu.



Protože vnitřní energie ideálního plynu závisí pouze na teplotě a protože při adiabatické expanzi (kompresi) se koná práce jen na úkor vnitřní energie, platí:

$$A_{23} = -A_{41}$$

$$A = A_{23} + A_{41} + A_{12} + A_{43}$$

$$A = RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} - RT_2 \ln\frac{V_3}{V_4}$$

dodané teplo je rovno práci v úseku 1,2

$$\eta = \frac{RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} - RT_2 \ln\frac{V_3}{V_4}}{RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1}} = 1 - \frac{T_2 \ln\frac{V_3}{V_4}}{T_1 \ln\frac{V_2}{V_1}}$$

zbývá určit poměry objemů

rovnice adiabaty v ideálním plynu

$$c_v dT = -p dV$$

$$c_v dT = -RT \frac{dV}{V}$$

$$c_v \frac{dT}{T} = -R \frac{dV}{V}$$

$$T^{c_v} V^{R} = konst$$

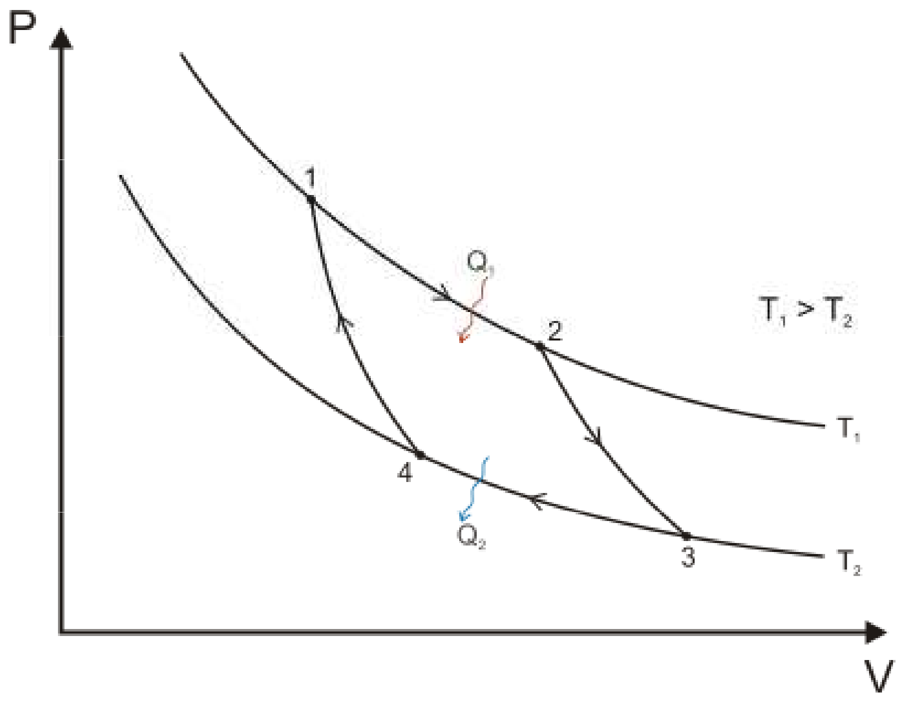
zbývá určit poměry objemů

rovnice adiabaty v ideálním plynu

$$T^{c_v} V^{R} = konst$$

$$T_1^{c_v} V_1^{R} = T_2^{c_v} V_4^{R}$$

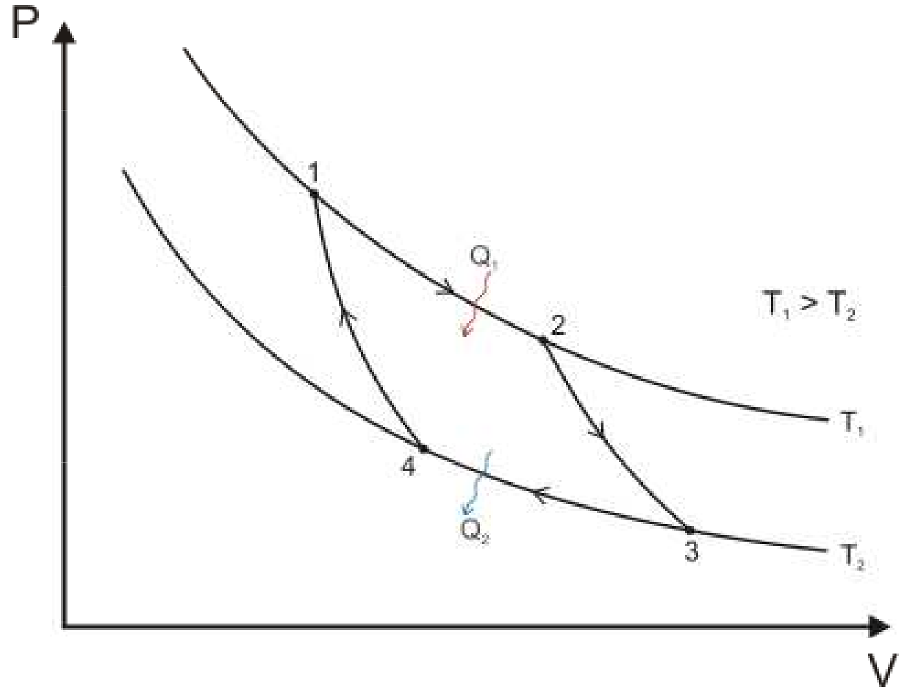
$$T_1^{c_v} V_2^{R} = T_2^{c_v} V_3^{R}$$



$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}$$

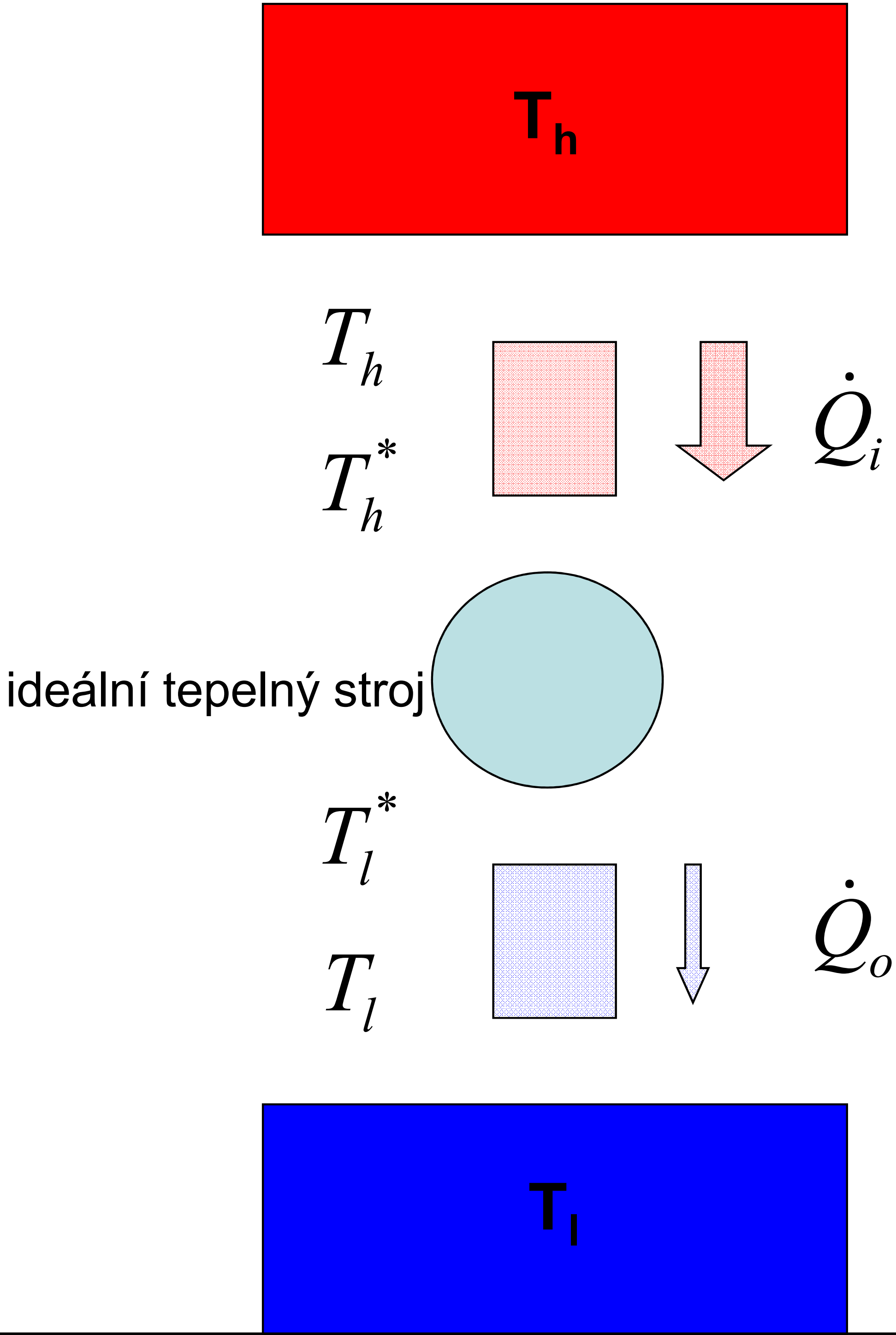
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3}$$



$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Závěr: teplota vystupující ve stavové rovnici ideálního plynu je absolutní termodynamická teplota

Tepelný stroj s Carnotovým cyklem s nenulovým výkonem



$$T_h^* = T_h - \frac{\dot{Q}_i}{\lambda}$$

$$T_l^* = T_l + \frac{\dot{Q}_o}{\lambda}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_l^*}{T_h^*}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_l + \dfrac{\dot{Q}_0}{\lambda}}{T_h - \dfrac{\dot{Q}_i}{\lambda}}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_l + \dfrac{\dot{Q}_1 (1 - \eta)}{\lambda}}{T_h - \dfrac{\dot{Q}_i}{\lambda}}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_l + \dfrac{\dot{Q}_1\left(1-\eta\right)}{\lambda}}{T_h - \dfrac{\dot{Q}_i}{\lambda}}$$

$$\varepsilon = \eta - 1$$

$$q_i = \frac{\dot{Q}_i}{\lambda}$$

$$\eta - 1 = -\frac{T_l - q_i\left(\eta - 1\right)}{T_h - q_i}$$

$$\varepsilon = -\frac{T_l - q_i\varepsilon}{T_h - q_i}$$

$$\varepsilon T_h - \varepsilon q_i = -T_l + q_i\varepsilon$$

$$\varepsilon\left(T_h - 2q_i\right) = -T_l$$

$$\varepsilon = -\frac{T_l}{\left(T_h - 2q_i\right)}$$

$$\varepsilon = -\frac{T_l}{(T_h - 2q_i)} \qquad \varepsilon = \eta - 1 \qquad q_i = \frac{\dot{Q}_i}{\lambda}$$

$$W = \eta \dot{Q}_i = \lambda q_i \left(1 - \frac{T_l}{(T_h - 2q_i)} \right) \qquad W = \eta \dot{Q}_i$$

$$\frac{d}{dq_i}\left[\lambda q_i \left(1 - \frac{T_l}{(T_h - 2q_i)} \right) \right] = 0$$

hledáme tepelný příkon pro maximální výkon W

$$\frac{d}{dq_i}\left[\lambda q_i\left(1-\frac{T_l}{\left(T_h-2q_i\right)}\right)\right]=0 \qquad q_i=\frac{\dot{Q}_i}{\lambda}$$

$$1-\frac{T_l\left(T_h-2q_i\right)+2T_l q_i}{\left(T_h-2q_i\right)^2}=0 \qquad W=\eta\,\dot{Q}_i$$

$$T_l\left(T_h-2q_i\right)+2T_l q_i=\left(T_h-2q_i\right)^2$$

$$T_l T_h=\left(T_h-2q_i\right)^2$$

$$q_i=\frac{T_h-\sqrt{T_l T_h}}{2}$$

$$q_i = \frac{T_h - \sqrt{T_l T_h}}{2} \qquad W = \eta \dot{Q}_i \qquad q_i = \frac{\dot{Q}_i}{\lambda}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_l}{\left(T_h - 2q_i\right)}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_l}{\left(T_h - 2\dfrac{T_h - \sqrt{T_l T_h}}{2}\right)}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_l}{\sqrt{T_l T_h}} = 1 - \sqrt{\frac{T_l}{T_h}}$$

$$\eta = 1 - \sqrt{\frac{T_l}{T_h}}$$