

Základy kosmologie

- homogenní a izotropní vesmír:
Robertson-Walkerova metrika

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) [d\chi^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)]$$

r, θ, φ – *comoving coordinates*

$$d\chi = dr / (1-kr^2)^{1/2}$$

$a(t)$ – *scale factor*

- $k > 0$: uzavřený vesmír („sférický“)
- $k < 0$: otevřený vesmír („hyperbolický“)
- $k = 0$: („plochý“)

- dynamika vesmíru:

- Einsteinovy rovnice + R-W metrika →

$$H^2 \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = -\frac{k}{a^2} + \frac{8}{3}\pi G \rho + \frac{\Lambda}{3}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4}{3}\pi G (\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3}$$

$H \equiv \dot{a} - a$ Hubbleova konstanta

Λ kosmologická konstanta

- zachování energie \rightarrow

$$(\rho + p) dV/dt + V d\rho/dt = 0 \rightarrow$$

$$3(\rho + p) \dot{a} - a + d\rho/dt = 0 \rightarrow$$

$$3(1+p/\rho) da/a + d\rho/\rho = 0$$

$$\rho_{\text{crit}} = 3H^2 / (8\pi G) \quad \text{kritická hustota}$$

$$\Omega_M \equiv \rho_M/\rho_{\text{crit}} \quad \Omega_R \equiv \rho_R/\rho_{\text{crit}}$$

$$\Omega_\Lambda \equiv \rho_\Lambda/\rho_{\text{crit}} = \Lambda/(3H^2)$$

$$\rightarrow 1 + k/(a^2H^2) = \Omega_M + \Omega_R + \Omega_\Lambda \equiv \Omega_{\text{tot}}$$

- současná měření:

$$H_0 = 71 \pm 2 \text{ km/s/Mpc}$$

$$\Omega_{M,0} \sim 0.27, \Omega_{\Lambda,0} \sim 0.73 \rightarrow k = 0$$

Stavová rovnice:

- záření (relativistické částice):

$$p = \rho/3 \rightarrow \rho = \rho_0 (a_0/a)^4$$

- nerelativistická hmota:

$$p \ll \rho \rightarrow \rho = \rho_0 (a_0/a)^3$$

- období inflace nebo kosmologická konstanta:

$$p = -\rho \rightarrow \rho = \text{konst.}$$

→ pro $k = 0$:

éra záření: $a \sim t^{1/2}$

éra látky: $a \sim t^{2/3}$ (Einstein-de Sitterův vesmír)

inflace/kosm.konst: $a \sim \exp[(\Lambda/3)^{1/2} t]$, ($\Lambda > 0$)
(de Sitterův vesmír)