

I

Plošná jasnost galaxií – radiální profily, objemová hustota svítivosti.
Eliptické galaxie, *bulge* spirálních galaxií

(Literatura: Binney & Merrifield, Galactic Astronomy, str. 179-180, 185-192)

Označení:

r – sférická souřadnice, R – projektovaný poloměr (cylindrická souřadnice)

$I(R)$ – plošná hustota svítivosti neboli plošná jasnost (*surface brightness*)

$j(r)$ – objemová hustota svítivosti (*luminosity density*)

L – svítivost (*luminosity*), M – hmotnost, Σ – plošná hustota hmoty (*surface density*)

de Vaucouleursův profil: $I(R) = I_e \exp \{-7.67 [(R/R_e)^{1/4} - 1]\}$

Sersicův profil: $I(R) = I_e \exp \{-b_n [(R/R_e)^{1/n} - 1]\}$

Hubble-Reynoldsův profil:

$$I(R) = \frac{I_0}{[1 + (R/a)]^2}$$

Modifikovaný Hubbleův profil:

$$I(R) = \frac{I_0}{1 + (R/a)^2}$$

Úlohy

- Vysvětlíte význam parametrů R_e a I_e u de Vaucouleursova a Sersicova profilu.
 - Jaký je vztah mezi centrální plošnou jasností $I(R=0)$ a I_e u de Vaucouleursova profilu?
 - Jaká je u de Vaucouleursova profilu průměrná plošná jasnost uvnitř poloměru R_e ?
- Napište vztah mezi svítivostí $L(R)$ uvnitř projektovaného poloměru R a plošnou jasností $I(R)$.
 - Napište obdobný vztah mezi hmotností $M(R)$ uvnitř projektovaného poloměru R a plošnou hustotou hmoty $\Sigma(R)$.
 - Jak vypadá $L(R)$ pro modifikovaný Hubbleův profil?
 - Ukažte, že pro Hubble-Reynoldsův profil i modifikovaný Hubbleův profil svítivost $L(R)$ (a tím pádem i hmotnost $M(R)$) diverguje pro $R \rightarrow \infty$.
- Napište vztah mezi plošnou jasností $I(R)$ a objemovou hustotou svítivosti $j(r)$.
 - Jak vypadá $I(R)$, je-li $j(r)$ tzv. *power-law*, tj. $j(r) = j_0 (r_0 / r)^\alpha$, ($\alpha > 1$)?
 - Ukažte, že pro $j(r) = j_0 / [1 + (R/a)^2]^{3/2}$ je $I(R)$ dána modifikovaným Hubbleovým profilem.

II.

Potenciál a hustota galaxií, Poissonova rovnice, radiální síla, kruhová a úniková rychlost – Sférické modely.

(Literatura: Binney & Tremaine, Galactic Dynamics, str. 30-41)

Úlohy

1. Najděte potenciál uvnitř a vně homogenní sféry o poloměru R_s :

- a) integrací Poissonovy rovnice;
- b) s využitím 1. a 2. Newtonova teorému.

Načrtněte radiální průběh tohoto potenciálu.

2. Spočítejte a načrtněte radiální průběh následujících veličin vně a uvnitř gravitačního pole homogenní sféry:

- a) radiální síla
- b) kruhová rychlost
- c) úhlová rychlost rotace po kruhové dráze
- d) perioda rotace po kruhové dráze
- e) úniková rychlost

3. Napište a vyřešte pohybovou rovnici pro částici pohybující se po radiální dráze uvnitř homogenní sféry.

4. Předpokládejte, že kruhová rychlost v dané galaxii je konstantní a galaxie je sféricky symetrická. Ukažte, jak pro takovou galaxii vypadají následující veličiny:

- a) potenciál
- b) hustota
- c) hmotnost uvnitř sféry o daném poloměru r .
- d) perioda rotace po kruhové dráze.

5. a) Spočítejte a načrtněte radiální průběh kruhové rychlosti a úhlové rychlosti rotace pro tzv. Plummerovu sféru (tato sféra má hustotu $\rho(r) = \rho_0 / [1 + (R/b)^2]^{5/2}$ a potenciál $\Phi = -GM / [r^2 + b^2]^{1/2}$, kde M je hmotnost sféry a G gravitační konstanta).

b) Srovnajte tyto průběhy s kruhovou a úhlovou rychlostí pro gravitační pole hmotného bodu a homogenní sféry.

c) Pro jakou hodnotu r/b má maximum radiální síla a kruhová rychlost ?

III.

Pohyb částice ve sféricky symetrickém potenciálu.

Úhlová a epicyklická frekvence, velikost a tvar epicyklu

(Literatura: Binney & Tremaine, Galactic Dynamics, str. 120-124)

Označení:

Ω – úhlová rychlost rotace (úhlová frekvence) po kruhové dráze

κ - epicyklická frekvence

Úlohy

1. Napište vztahy mezi:

- a) potenciálem a úhlovou frekvencí
- b) epicyklickou frekvencí a potenciálem
- c) epicyklickou frekvencí a úhlovou frekvencí

(Pozn.: Předpokládejte blíže neurčený sféricky symetrický potenciál).

2. Spočítejte a načrtněte radiální profily κ , Ω a κ/Ω pro:

- a) potenciál hmotného bodu;
- b) potenciál homogenní sféry;
- c) galaxii s plochou rotační křivkou.

3. Jaký je poměr poloos epicyklu pro

- a) potenciál hmotného bodu;
- b) potenciál homogenní sféry;
- c) galaxii s plochou rotační křivkou ?

IV.

Pohyb částice v poli galaktické příčky

Pohybová rovnice v rotující soustavě. Lindbladovy rezonance, korotace.

(Literatura: Binney & Tremaine, Galactic Dynamics, str. 135-137, 146-149)

Označení:

Ω – úhlová rychlost rotace (úhlová frekvence) po kruhové dráze

κ - epicyklická frekvence

OLR – vnější Lindbladova rezonance

ILR – vnitřní Lindbladova rezonance

CR – korotace

Úlohy

1. Napište pohybovou rovnici částice v souřadné soustavě rotující konstantní rychlostí. Předpokládejte přitom, že částice se pohybuje v rovině, tj. napište tuto rovnici pro 2-dimenzionální případ, a to jednak v polárních, jednak v kartézských souřadnicích.
2. Napište vztahy pro Lindbladovy rezonance a korotaci v potenciálu slabé příčky.
3. Jaký je poměr poloměrů OLR a CR v galaxii se slabou příčkou a plochou rotační křivkou ?
4. Je pozorována galaxie, jejíž příčka má velkou poloosu 2 kpc. Za předpokladů, že příčka končí na vlastní korotaci a že galaxie má plochou rotační křivku s kruhovou rychlostí 200 km/s, určete úhlovou rychlost pohybu příčky, její rotační periodu a polohu OLR.
5. Předpokládejte, že simulace galaxie vede ke vzniku příčky s úhlovou rychlostí 60 km/s/kpc. Za předpokladu ploché rotační křivky (s kruhovou rychlostí 300 km/s) určete polohy CR a OLR.