

# PRŮBĚH FUNKCE

$$y = \frac{2x^2 - 10}{x + 3}$$

① a)  $D(f) = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$

b) nulové body:  $2x^2 - 10 = 0$   
 $2(x^2 - 5) = 0$   
 $2 \cdot (x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) = 0$        $\vee$        $2x^2 = 10$   
 $x_1 = \sqrt{5}$        $x^2 = 5$   
 $x_2 = -\sqrt{5}$        $x_{1,2} = \pm\sqrt{5}$

c) znaménko funkce

	$(-\infty; -3)$	$(-3; -\sqrt{5})$	$(-\sqrt{5}; \sqrt{5})$	$(\sqrt{5}; \infty)$
$2x^2 - 10$	+	+	-	+
$x + 3$	-	+	+	+
$\frac{2x^2 - 10}{x + 3}$	⊖	⊕	⊖	⊕

d) sudost / lichost

$$f(-x) = \frac{2 \cdot (-x)^2 - 10}{-x + 3} = \frac{2x^2 - 10}{-x + 3} \begin{cases} \neq f(x) \Rightarrow f \text{ není sudá} \\ \neq -f(x) \Rightarrow f \text{ není lichá} \end{cases}$$

e)  $f$  není periodická

②

$$f' = \frac{4x \cdot (x + 3) - (2x^2 - 10) \cdot 1}{(x + 3)^2} = \frac{4x^2 + 12x - 2x^2 + 10}{(x + 3)^2} = \frac{2(x^2 + 6x + 5)}{(x + 3)^2} = \frac{2 \cdot (x + 1) \cdot (x + 5)}{(x + 3)^2}$$

• stacionární body:  $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$   
 $x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5$   
 pro  $x = -3$  derivace  $f'$  neexistuje

	$(-\infty; -5)$	$(-5; -3)$	$(-3; -1)$	$(-1; \infty)$
$f'$	+	-	-	+
$f$	↗	↘	↘	↗
		MAX [-5; -20]		MIN [-1; -4]

$$\textcircled{3} \quad f'' = \frac{(4x+12)(x+3)^2 - 2(x+1)(x+5)(x+3) \cdot 2 \cdot 1}{(x+3)^{4 \cdot 3}}$$

$$f'' = \frac{4x^2 + 12x + 12x + 36 - 4x^2 - 20x - 4x - 20}{(x+3)^3} = \frac{16}{(x+3)^3}$$

• inflexní body :  $x+3=0$   
 $x=-3$

$x \in$	$(-\infty; -3)$	$(-3; \infty)$
$f''$	-	+
$f$	$\cap$	$\cup$

$\textcircled{4}$  a) asymptoty bez směrnice

$$x = -3 : \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{2x^2 - 10}{x+3} = \frac{8}{+0} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{2x^2 - 10}{x+3} = \frac{8}{-0} = -\infty$$

b) asymptoty se směrnici

$$x \rightarrow -\infty : a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 10}{x \cdot (x+3)} = \left( \frac{\infty}{\infty} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x \cdot \cdot}{2x+3} = \left( \frac{-\infty}{-\infty} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{2} = \underline{\underline{2}}$$

pro výpočet výpočtových limitů:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 10}{x^2 + 3x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 \cdot (2 - \frac{10}{x^2})}{x^2 \cdot (1 + \frac{3}{x})} = \frac{2-0}{1-0} = \underline{\underline{2}}$$

$$b = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{2x^2 - 10}{x+3} - 2x \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 10 - 2x^2 - 6x}{x+3} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x - 10}{x+3} = \left( \frac{-\infty}{-\infty} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6}{1} = \underline{\underline{-6}}$$

$$y = 2x - 6$$

$$x \rightarrow \infty : a = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 10}{x^2 + 3x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{10}{x^2}}{1 + \frac{3}{x}} = \underline{\underline{2}}$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2 - 10}{x+3} - 2x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-6x - 10}{x+3} = \underline{\underline{-6}}$$

# GRAF FUNKCE

