

Dirichletův princip

- (1) Na konferenci 70 delegátů hovoří 11 různými jazyky, stejným jazykem nejvíce 15 z nich. Za oficiální je považován takový jazyk, kterým hovoří nejméně 5 delegátů. Dokažte, že to jsou alespoň tři jazyky.
- (2) Karel se 50 dní za sebou připravoval k maturitě z matematiky. Každý den vyřešil aspoň jednu úlohu, celkem to bylo 79 úloh. Dokažte, že existuje jeden nebo několik po sobě jdoucích dní, ve kterých Karel celkem vyřešil právě 20 úloh.
- (3) Jaký největší počet králů můžeme umístit na šachovnici, aby se žádní dva navzájem neohrožovali?
- (4) Každý bod roviny je obarven jednou ze dvou barev. Ukažte, že některý obdélník má všechny vrcholy stejné barvy.
- (5) V autobuse je 38 cestujících, přitom ti, kteří se neznají, mají mezi cestujícími společného známého. Dokažte, že některý cestující má v autobuse aspoň sedm známých.
- (6) Deset rodin z jednoho domu trávilo zahraniční dovolenou. Každá jela jinam a poslala domů pohlednice pěti z ostatních rodin. Dokažte, že některé dvě rodiny si poslaly pohlednice navzájem.
- (7) Každý z deseti přátel dostal kartičku, na kterou napsal své čtyři nejoblíbenější měsíce kalendářního roku. Dokažte, že některé dva měsíce jsou současně zapsány na nejméně dvou kartičkách.
- (8) Každí dva ze 17 vědců si navzájem dopisují o právě jednom ze tří témat T_1 , T_2 , T_3 . Dokažte, že někteří tři vědci si navzájem dopisují o stejném tématu T_i .
- (9) Tenisový turnaj osmi hráčů se hrál systémem „každý s každým jeden zápas“. Dokažte, že lze určit hráče A , B , C , D tak, že hráč A porazil hráče B , C i D , hráč B porazil hráče C i D a hráč C porazil hráče D .
- (10) Ze dvou znaků, řekněme A a B , lze sestavit $2^5 = 32$ pětimístných kódů. Kolik (nejvíce) z nich lze vybrat tak, aby se každé dva z vybraných kódů lišily v nejméně dvou pozicích?