

PŘÍKLAD SLÍBENÝ NA KONCI 5. CVIČENÍ

14. 10. 2014

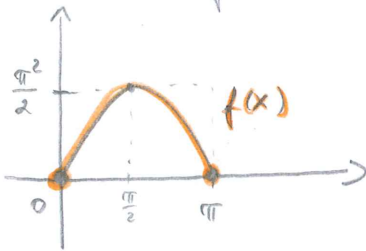
Sečtete řadu $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1)^3}$.

Návod:

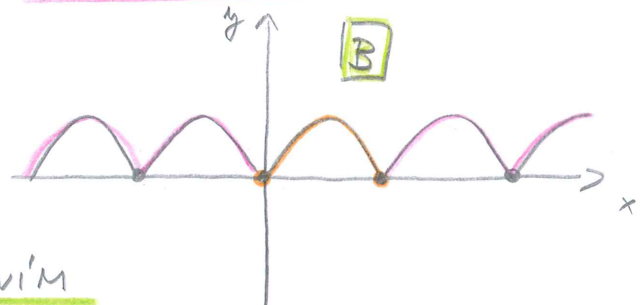
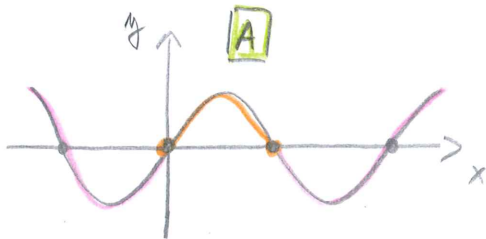
Využijte sinovou Fourierovu řadu fce $f(x) = x(\pi-x)$ $x \in (0, \pi)$.

to je jedno
[0, π]

Funkce $f(x)$: Je to kvadratická funkce protínající osu x v bodech 0 a π !



Otázkou je, jak udělat její periodické rozšíření.



C NEVÍM

Možnost **A** volím, když hledám sinovou řadu \rightarrow rozšíření musí být lichou fci.

Možnost **B** volím, když hledám kosinovou řadu \rightarrow rozšíření musí být sudou funkcí.

Možnost **C** NIKDY NEVOLÍM!

* * Řešení příkladu na další straně * *

$$= \underbrace{\left[\frac{\pi^2 \cdot (-1)^{n+1}}{n} + \frac{2}{n} \cdot \frac{\cos(n\pi)}{n^2} - \frac{\pi^2 (-1)^{n+1}}{n} + \frac{2 \cdot (-1)^n}{n^3} - \frac{2}{n^3} \right]}_{-\frac{\cos 0}{n^2}}$$

$$b_n = 2 \cdot \frac{(-1)^{n+1} \cdot \pi}{n} - \frac{2}{\pi} \cdot \left(\frac{(-1)^{n+1} \cdot \pi^2}{n} + \frac{2 \cdot (-1)^n}{n^3} - \frac{2}{n^3} \right) =$$

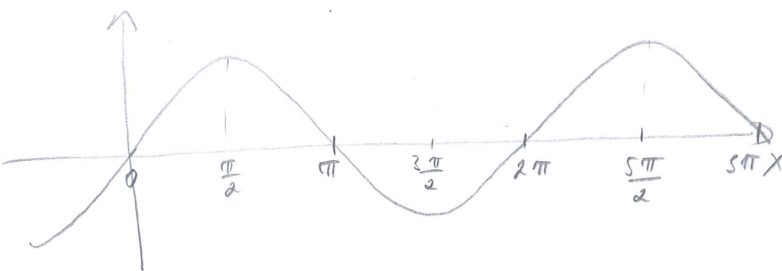
$$= -\frac{4}{\pi n^3} \cdot ((-1)^n - 1) = \begin{cases} 0 & \text{pro } n \text{ sudé} \\ +\frac{8}{\pi n^3} & \text{pro } n \text{ liché} \end{cases} = \parallel n = 2k+1 \parallel$$

$$= \frac{8}{\pi (2k+1)^3} \quad k \in \{0, 1, \dots\}$$

$$\Rightarrow F(f) = f(x) = \frac{8}{\pi} \cdot \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ liché}}}^{\infty} \frac{1}{n^3} \cdot \sin(nx) = \frac{8}{\pi} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin((2k+1)x)}{(2k+1)^3}$$

$$x(\pi - x) = \frac{8}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin((2k+1)x)}{(2k+1)^3}$$

$$x(x - \pi) = \frac{8}{\pi} \cdot \left(\frac{\sin x}{1} + \frac{\sin(3x)}{3^3} + \frac{\sin(5x)}{5^3} + \frac{\sin(7x)}{7^3} + \dots \right)$$



$$x = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Dosazení: } \frac{\pi}{2} \left(\pi - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{\pi^2}{4} = \frac{8}{\pi} \left(1 - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \dots \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{1 - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \dots = \frac{\pi^2}{32}}}$$

↑
Hledání součet