

Domácí úloha z 2. října 2014 (odevzdává se 9. října 2014)

Na množině $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ všech zobrazení $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definujeme uspořádání po bodech, tj. klademe pro libovolná $f, g \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}$

$$f \leq g \iff \forall x \in \mathbb{R} : f(x) \leq g(x).$$

Ukažte, že $(\mathbb{R}^{\mathbb{R}}, \leq)$ je svaz, a popište, jak jsou definována suprema a infima. Pak pro každý z následujících předpisů zobrazení $F : \mathbb{R}^{\mathbb{R}} \rightarrow \mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ rozhodněte (a své rozhodnutí také zdůvodněte), zda je F izotonní zobrazení a zda je to homomorfismus svazů.

- a) $F(f)(x) = f(x^2) + 1$,
- b) $F(f)(x) = (f(x) + 1)^2$,
- c) $F(f)(x) = f(x) + f(-x)$.